

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<p><b>.1 ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b></p> <p>1. Датум и орган који је именовао Комисију 13. 11. 2015. Веће Департамана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</p> <p>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• др Андреја Тепавчевић, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика - председник</li><li>• др Дора Селеши, ванредни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: анализа и вероватноћа – ментор</li><li>• др Данијела Рајтер Ћирић, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: анализа и вероватноћа – члан</li></ul>
<p><b>.2 ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b></p> <p>1. Име, име једног родитеља, презиме: Драгана (Драган) Бабић</p> <p>2. Датум рођења, општина, република: 04.12.1990., Бихаћ, Босна и Херцеговина</p> <p>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење: 2012., Дипломирани математичар – примењена математика - мастер</p>
<p><b>.3 НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b></p> <p>"Математички модели у епидемиологији"</p>
<p><b>IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА</b></p> <p>Рад је написан на 81 страна и чине га 3 поглавља, 7 табела, 20 слика и 16 референци наведених у литератури.</p> <p>Тема овог рада су математички модели ширења заразних болести. Рад је подељен у три целине у којима су описана три различита приступа моделирању ширења неке заразе: детерминистички модел заснован на ОДЈ, стохастички модел базиран на ланцима Маркова и модел теорије графова. Сва три модела су заснована на тзв. СИР моделу (<i>Suspected – Infected - Recovered</i>) и уопштењима истог, а имају циљ да се утврди колико озбиљне последице може да има ширење неке болести, тј. колико много чланова популације ће бити захваћено неком болешћу. Због тога је код сваког модела који је изложен у раду анализиран тзв. коначни обим епидемије који представља укупан број оних који ће бити заражени током присуства неке болести у популацији.</p>
<p><b>VI ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА</b></p> <p>Прво поглавље се односи на детерминистичке моделе који описују ширење неке болести у великој популацији, који се заснивају на тзв. закону масовне акције (<i>mass action law</i>), те се претпоставља да се људи унутар неке популације хомогено мешају, односно да ступају у контакте независно једни од других и сваки појединац има једнаку шансу да дође у контакт са било којим другим појединцем. Основни параметар који одређује којом брзином се нека зараза шири у популацији јесте тзв. оновни репродуктивни број <math>R</math> који је анализиран за сваки приказани модел и за који важи да: ако је <math>R &lt; 1</math>, онда ће се догодити мање избијање болести које неће довести до размера епидемије, а ако је <math>R &gt; 1</math> онда сигурно долази до епидемије. За сваки приказани детерминистички модел је анализиран и тзв. коначни обим епидемије који представља укупан број особа које ће бити захваћене неком zarazом и могао је да се израчуна из тзв. релације коначног обима епидемије. Из те релације се види да коначни обим епидемије зависи од основног репродуктивног броја, броја осетљивих и инфицираних чланова популације на почетку посматрања и од стопе по којој чланови популације међусобно ступају у контакте и стопе опоравка од посматране болести. За ове моделе би могло да се закључи да су једноставни за математичку анализу и да прилично добро описују ширење неке епидемије као што је приказано на примеру епидемије куге.</p> <p>У другом поглављу су изложени стохастички модели који одговарају детерминистичким моделима из првог поглавља. Стохастички приступ овој проблематици је веома потребан због тога што се популација не понаша на јасно утврђен начин како је претпостављено код детерминистичких модела, већ је потребно урачунати и одговарајуће вероватноће неких догађаја. У раду су приказана два стохастичка модела која се односе на дискретне ланце Маркова. Ови модели су такође засновани на подели популације на групе као и детерминистички модели, али је код њих укључена вероватноћа контакта између осетљивих и заражених чланова популације. Та два модела су симулирана у програмском пакету МАТЛАБ. Посматрањем тих модела се дошло до закључка да су детерминистички модели заправо апроксимација стохастичких модела за велики обим популације. Код ових модела коначни обим епидемије заправо представља случајну променљиву чију расподелу је било потребно</p>

одредити и то је учињено на једном примеру из ког је могло да се закључи да што је већа вредност основног репродуктивног броја, то је већа вероватноћа да коначни обим епидемије буде већи.

Модел заснован на теорији графова је представљен у трећем поглављу. Потреба за настанком тог модела је настала због тога што претпоставка о хомогеном мешању код детерминистичких модела није реална, јер је се особе у популацији не сусрећу потпуно случајно, већ свака особа има неки свој круг особа са којима је у свакодневном контакту, због тога се развио модел у ком је популација представљена графом који представља мрежу контаката чланова популације. Чворови датог графа представљају чланове популације, а гране представљају контакте међу њима. Из овог модела се закључило да начин ширења болести веома зависи од структуре мреже контаката, и да избијање неке болести никако не може да поприми размере епидемије ако је  $R < 1$ , док у случају када је  $R > 1$  до епидемије може, али и не мора да дође и тада је уочено да што је веће  $R$ , већа је и вероватноћа да дође до епидемије, а коначни обим епидемије је сразмеран вероватноћи да до епидемије уопште и дође.

Програмски кодови рађени у МАТЛАБ-у су дати на крају рада у Додатку.

## **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

Када се упореде приказана три приступа моделирања епидемија, долази се до закључка да су најједноставнији и најлакши за анализу детерминистички модели, а на крају се на основу примене сва три модела на историјске податке о епидемији куге дошло до закључка да је он и најпрецизнији у процењивању кретања броја осетљивих и броја инфицираних у односу на време, уколико су испуњене све претпоставке овог модела. Проблем са детерминистичким моделом је у томе што превише поједностављује стварност. За предвиђање начина ширења неких епидемија у будућности уз непознате факторе су погоднији стохастички модели или модел заснован на теорији графова у које је урачуната одговарајућа вероватноћа. Што се тиче модела заснованог на теорији графова највећи проблем представља чињеница да се никада не може са сигурношћу знати како изгледа мрежа контаката у некој популацији, али она може на неки начин да се процени. Тај модел би могао да се примени на пример у случају појаве неке нове заразне болести која до сада није позната, тако што се након уочених првих инфицираних, помоћу мреже контаката долази до особа које су биле с њима у контакту и тако могу да се успоставе одговарајуће контролне мере, а исто тако може да се процени колика је вероватноћа да дође до епидемије и колико велики део популације би могла она да обухвати.

## **VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Мастер рад је у потпуности урађен у складу са одобреном темом. Сви проблеми наведени у пријави теме су детаљно анализирани и приказани. Рад је прегледно и добро написан, главни резултати су формулисани у облику теорема и примена на реалне проблеме, докази су прегледно и математички коректно изведени.

## **VIII ПРЕДЛОГ**

На основу укупне оцене, Комисија предлаже да се мастер рад прихвати, а кандидату Драгани Бабић одобри одбрана.

Нови Сад, 08.09.2017.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

др Андреја Тепавчевић  
редовни проф. ПМФ, председник

др Дора Селеш  
ванредни проф. ПМФ, ментор

др Данијела Рајтер Ћирић  
редовни проф. ПМФ, члан