



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I INFORMATIKU

Tijana Stojančević

Matematički model punjenja bankomata

Završni rad

NOVI SAD, 2014.

Predgovor

Motivacija za temu master rada dobijena je učešćem na 99-oj Studijskoj grupi ESGI (European Study Group with Industry), organizovanoj od strane Departmana za matematiku i informatiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu i Evropskog Konzorcijuma za matematiku u industriji u februaru 2014. godine.

Pre svega, želim da izrazim neizmernu zahvalnost i poštovanje mentoru ovog rada, prof. dr Nataši Krejić. Posebno se zahvaljujem na izboru veoma atraktivne teme, slobodi koju sam imala u radu, dragocenim idejama, te strpljenju i nesebičnoj pomoći tokom svih faza izrade master rada. Zaista joj hvala na svemu što me je naučila, na svim ohrabrenjima, a najviše na ukazanom poverenju.

Zahvaljujem se asistentu Mileni Kresoji, kao i članovima komisije, prof. dr Zorani Lužanin i prof. dr Marku Nedeljkovu na svemu što su mi pružili tokom studiranja, na svim savetima, korisnim sugestijama i trudu koji su uložili prilikom izrade, kao i pregledanju rada kako bi on dobio što bolju, kompletniju formu.

Želim da se zahvalim svojim kolegama sa godine, a naročito Danki Lučić i Mariu Vargi, koji su moju srednju škoju, a zatim i studiranje učinili lepšim, a svaki ispit lakšim, zanimljivijim i podnošljivijim. Takođe, veliko hvala i svim mojim prijateljima van fakulteta na razumevanju i podršci tokom svih ovih godina.

Najveću zahvalnost dugujem svojoj porodici, a posebno mojoj mami, tati i sestri na bezuslovnoj ljubavi i podršci koje mi neprestano pružaju. Hvala im što su oduvek verovali u mene. Oni su ti koji koji svaki moj uspeh čine potpunim.

Sadržaj

Predgovor	1
1 Uvod	3
2 Matematički modeli punjenja bankomata	10
3 Algoritam za optimalno punjenje bankomata	15
3.1 Opis podataka i ograničenja	15
3.2 Predikcije iznosa podizanja	22
3.2.1 Predikcije 1	24
3.2.2 Predikcije 2	28
3.3 Optimizacija troškova	33
4 Numerički rezultati	39
4.1 Rezultati dobijeni na osnovu predikcija 1	39
4.2 Rezultati dobijeni na osnovu predikcija 2	42
5 Zaključak	46
Literatura	47
Dodatak	51

Poglavlje 1

Uvod

”Go down deep enough into anything and you will find mathematics.”

Dean Schlicter

Kraj dvadesetog i početak dvadeset prvog veka obeležila su velika informatičko-tehnološka dostignuća i prosperitet u svim oblastima života i rada. Istovremeno došlo je do promena u bankarskom poslovanju i samoj organizaciji banaka.

Faktori koji su izazvali strukturne promene u bankarstvu su: nova tehnologija, cenovna konkurenčija, rast profitabilnosti, promene u zahtevima klijenata, promene u međunarodnoj regulativi. Osnovni razlog zbog kojeg banke ulažu novac i uvode nove tehnologije u svoje poslovanje jeste želja za ostvarivanjem konkurenčne prednosti i veće efikasnosti u cilju generisanja većeg profita. Masovna primena računara dovela je do automatizacije poslova koji su se vekovima oslanjali na lični rad i ličnu komunikaciju. Sistemi plaćanja, koji postoje već više od dva milenijuma, dobijaju krajem dvadesetog veka konkurenčiju u elektronskom novcu. Takođe, pojava Interneta otvorila je novo poglavlje i novu priču o novcu i sistemima plaćanja.

Elektronsko bankartstvo je postepeno uvođeno u bankarski sistem. Početna faza automatizacije bankarskog poslovanja obuhvatala je uvođenje kompjuterske opreme na šaltere banaka. Olakšan je pristup kao i popunjavanje dokumentacije

potrebne za obavljanje transakcija. Sledeća faza tehnološkog razvoja bankarstva obuhvatila je uvođenje ATM (Automated Teller Machines - ATMs) uređaja, tj. bankomata koji prevazilaze barijeru između dostupnosti bankarskih servisa i korisnika u realnom vremenu.

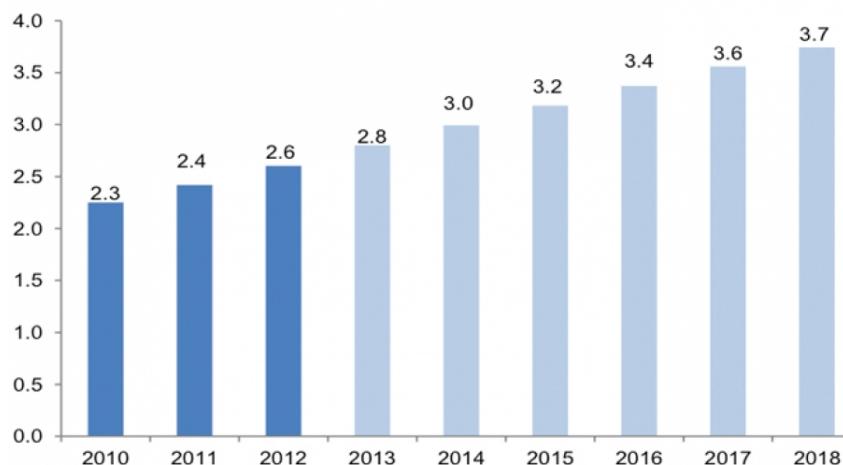
Bankomati su samouslužne mašine koje 24 časa dnevno, 7 dana u nedelji, omogućuju mušterijama da bez posećivanja banke izvrše finansijske transakcije. To su mašine povezane sa računarom banke koji omogućava korisnicima da obave različite vrste radnji na svom računu bez uključenosti šalterskog radnika. Bankomatima se omogućava da korisnici dobiju pravovremene informacije u vezi sa stanjem na računima, da mogu brzo i u bilo koje doba dana da izvrše podizanje novca. Postupak upotrebe ATM uređaja je relativno jednostavan. Korisnici pristupaju bankomatu ubacujući karticu sa magnetnom trakom ili čipom u bankomat. Nakon toga, uređaj učitava podatke sa kartice i kao potvrdu za njihovo prihvatanje zahteva od korisnika unošenje PIN-a, tj. ličnog identifikacionog broja koji se najčešće sastoji od 4 ili više cifara i koji je poznat samo korisniku.

Prvi ATM terminal postavljen je 1967. godine u Velikoj Britaniji. Dve godine kasnije, 1969. godine, instalirani su u Nemačkoj, Švedskoj, Švajcarskoj, Kanadi i SAD, a krajem 70-ih i početkom 80-ih u nekim azijskim državama. Na kraju 2010. godine u čitavom svetu je bilo instalirano oko 2.3 miliona ATM uređaja. [1]



Slika 1.1: James Goodfellow - Pronalazač bankomata i PIN sistema

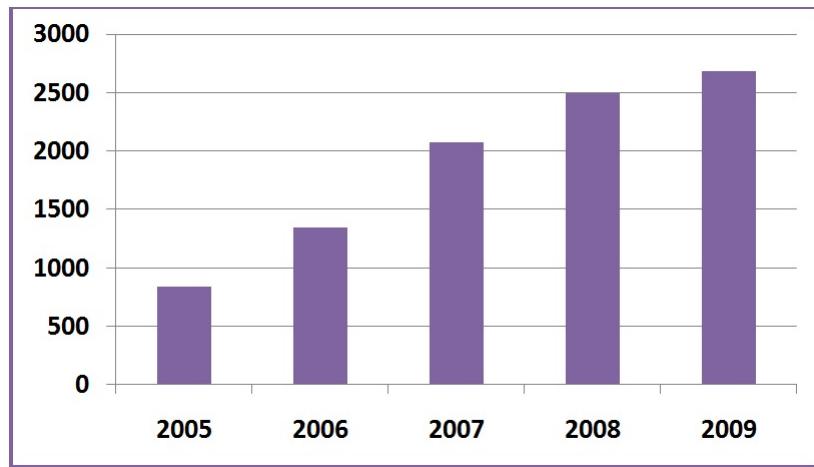
Ukupan broj bankomata u čitavom svetu je u stalnom porastu. Prema studijama "Global ATM Market and Forecasts to 2018" koje je u Velikoj Britaniji sprovedla kompanija RBR broj bankomata širom sveta će dostići 3,7 miliona do 2018. godine.[1]



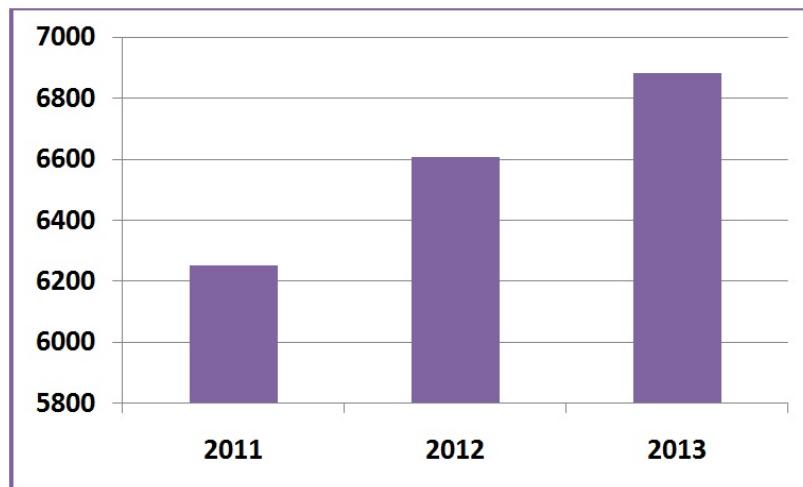
Slika 1.2: Ukupan broj bankomata u svetu izražen u milionima - Source: Global ATM Market and Forecasts to 2018 (RBR)

Što se tiče Srbije, bankomati su prvi put postavljeni 1974. godine u Beobanci, ali su posle par godina prestali da funkcionišu. Sledeći pokušaj bio je 1998. godine kada je postavljeno nekoliko bankomata koji su uspešno radili. U Srbiji je trenutni broj poslovnica 2108 i instalirano je oko 2568 bankomata.[2] Interesantna je činjenica da je ukupna geografska površina naše zemlje (88.361 km²), te da je prosečna površina koju pokriva jedan bankomat 34,41 km². Ukupan broj transakcija ostvarenih putem bankomata u 2013. godini iznosio je 68.334.949.

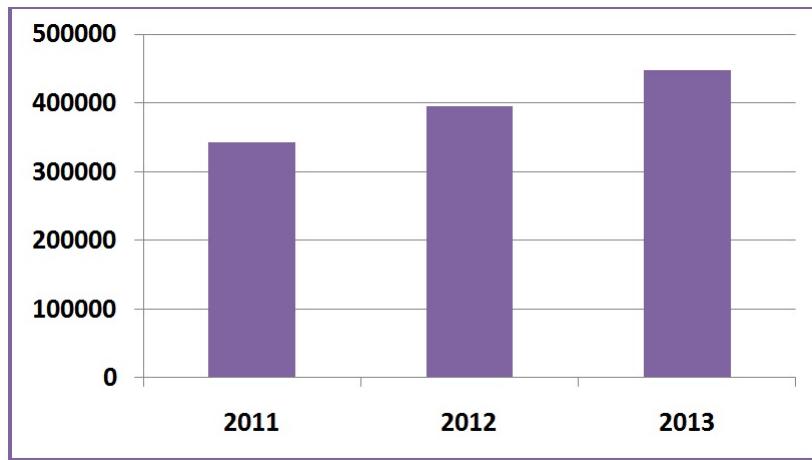
Kao i u svetu, i u Srbiji postoji stalni trend rasta korišćenja ATM uređaja. Novac kao osnovna mera vrednosti za sada nije i ne može u potpunosti biti zamjenjen digitalnim novcem.



Slika 1.3: Broj bankomata u Srbiji u periodu od 2005. do 2009. godine
[3]



Slika 1.4: Prosečan iznos transakcija na bankomatima u Srbiji za 2011., 2012. i 2013. godinu



Slika 1.5: Promet transakcija na bankomatima iskazan u milionima dinara u Srbiji za 2011., 2012. i 2013. godinu

Podela bankomata prema tipu funkcije koju obavljaju:

1. Keš bankomati - služe za podizanje gotovine sa računa korisnika. Programirani su da imaju dnevni limit podizanja novčanih sredstava radi bezbednosti korisnika
2. Bankomati za deponovanje pazara - služe za predaju pazara pravnih lica, korisnika bankarskih usluga. Korisni su u slučajevima zatvorenosti ekspozitura
3. Bankomati za plaćanje računa - imaju namenu da naplaćuju račune kao zamena šalterskog radnika ili blagajnika.
4. Bankomati za prodaju vrednosti - služe za prodaju odgovarajućih vrednosti
5. Bankomati za menjačke poslove - automatizovane mašine čija je namena da vrše promene deviza u domaću valutu ili obrnuto
6. Info bankomati - pružaju različite informacije, npr. Izvod stanja na tekućem računu
7. Multifunkcijski bankomati - predstavljaju najčešću vrstu bankomata koji u isto vreme obavljaju više različitih zahteva klijenata

Kao i svako drugo preduzeće i banka teži da ostvari što veću dobit u svom poslovanju. Najveći uticaj na ostvarenje ovog cilja ima smanjenje troškova. Uvođenjem elektronskog bankarstva u bankarsko poslovanje stvoreni su uslovi za njihovo smanjenje.

Kako bi banka zadovoljila klijente, odnosno njihovu tražnju za podizanjem novca, neophodno je da bude dostupna na različitim lokacijama.

Prilikom osnivanja ekspoziture i postavljanja bankomata banka ima određene troškove koje može da pokrije svojim prihodima, ali poslovanje te ekspoziture stvara visoke troškove u budućem periodu. Ono što bankomatima daje prednost jesu znatno niži troškovi održavanja. Posedovanjem većeg broja ATM uređaja smanjuje se potreba za otvaranjem ekspozitura, što dovodi do smanjenja troškova i povećanja dobiti, što je i glavni cilj poslovanja svake finansijske institucije.

Kao što je pomenuto, postoje različite vrste ATM uređaja, ali u radu ćemo se baviti isključivo keš bankomatima. Ono što je ključno za naš problem je njihova lokacija. Bankomati se dele na:

- interne - nalaze se unutar same filijale
- eksterne - istureni su van nje.

Eksterni bankomati mogu biti izolovani ili grupisani u sektore od nekoliko bankomata, koji se nalaze u blizini, pa se pune istovremeno kako bi se smanjili troškovi transporta.

U okviru ovog rada posmatraće se matematički model punjenja eksternih bankomata, odnosno problem optimizacije troškova koji se javljaju prilikom tog procesa. Naime, potrebno je zadovoljiti potrebe mušterija, odnosno napraviti dobru predikciju koliko novca treba staviti u bankomat za određeni vremenski period kako se on ne bi ispraznio do narednog punjenja i isto tako napraviti algoritam koji određuje koliko često bankomati treba da se pune.

Prilikom određivanja frekvence punjenja, optimizovane su sledeće vrste troškova:

1. troškovi transfera (zavise od udaljenosti bankomata od filijale),
2. troškovi obrade novca (fiksni iznos po svakom punjenju),
3. freezing cost (troškovi stajanja novca u bankomatu, odnosno troškovi "mrtvog" novca).

Treba napomenuti da postoji negativna korelacija između frekvence punjenja bankomata i freezing cost-a. Ukoliko češće punimo bankomate, troškovi stajanja novca u bankomatu su niži i obrnuto, ukoliko ređe punimo bankomate, troškovi stajanja novca u bankomatu su viši.

Što se tiče troškova transporta, banka punjenje bankomata organizuje na sledeći način. Kako bi smanjila ovu vrstu troškova, prilikom procesa punjenja ona puni sve bankomate koji su u blizini, tj. transport novca iz filijale je organizovan u obliku petlje (3-4 objekta odjednom), a ne u obliku zvezde (svaki objekat pojedinačno).

Takođe, treba da se uzmu u obzir i sledeća ograničenja:

1. pravilo tri dana potrebno je predvideti punjenje određenog bankomata najmanje tri dana unapred,
2. maksimalan iznos novca koji se može staviti u bankomat prilikom jednog punjenja.

Poglavlje 2

Matematički modeli punjenja bankomata

Pored rizika, upravljanje likvidnošću predstavlja glavni razlog za postojanje banke u klasičnoj teoriji finansijskog posredovanja ([4],[5]). Što se tiče likvidnosti, osnovni izazov menadžmentu u standardnom okviru je kako da pokrije potrebe slučajne potrošnje deponenata i kako da postavi naredne mehanizme za osiguranje depozita za ove deponente. Upravljanje likvidnošću je postao jedan od glavnih problema banke tokom finansijske krize. Nestašica likvidnosti stavila je pritisak na banke da na različite načine poboljšaju svoje izvore likvidnosti. Među aktivnostima koje uključuju upravljanje gotovinom u bankarstvu, postoji upravljanje gotovinom u bankomatima.

Shodno tome, u poslednjih nekoliko godina aktuelan je problem punjenja bankomata, koji je zainteresovao mnoge istraživače širom sveta, ali ova tema i dalje nije u potpunosti izučena. Osnovni izazov za banku u ovom problemu je kako predvideti nepoznatu tražnju klijenta za novcem, prilikom čega treba imati na umu da servisiranje bankomata treba da bude što jeftinije.

Radovi koji su do sada objavljeni, odnosno njihovi autori, se uglavnom bave upravo pravljenjem modela vezanih za predikcije podignutih iznosa. Tako je J. Garca Cabello, u radovima objavljenim u 2013. godini ([6], [7]), napravio model

tražnje za novcem na internim bankomatima. Osnovna ideja je bila da se simulira nepoznata tražnja klijenta koristeći pogodne stohastičke procese. Da bi se obezbe-dilo hvatanje slučajnosti bilo je potrebno modelirati sledeće procese:

- broj klijenata koji stigne na bankomat u vremenskom intervalu $(0, t)$,
- ukupan iznos koji se podigne sa bankomata u vremenskom intervalu $(0, t)$.

Prvi proces (broj korisnika bankomata u toku svakog dana) je proces prebrajanja i tada promenljiva ima ograničen broj vrednosti koje nikada nisu negativne. Pored toga, njihova srednja vrednost i varijansa su često povezane (što ne važi za normalno distribuirane promenljive). Zajednički pristup za opisivanje procesa prebrajanja jeste upotreba Poasonovog procesa. Poasonov proces je jedan od najvažnijih modela koji se koriste u teoriji čekanja. To je jednostavan stohastički proces za modeliranje vremena u kojem klijenti dolaze na bankomat.

Poasonov proces je prestavljen procesom prebrajanja N_t , gde je N_t upravo broj dolazaka koji su se dogodili u vremenskom intervalu $(0, t)$.

$$N_t = \text{broj korisnika ATM uređaja u intervalu } (0, t) : P(\lambda)$$

Prepostavka je da klijenti dolaze na bankomat u toku jednog Poasonovog procesa sa stopom λ na dnevnom nivou i dan je uzet kao jedinica vremena. Parametar λ je srednja vrednost iznosa podignutog novca u toku jednog dana. Pod uslovom da važi ova prepostavka, izvedene su važne osobine procesa. Najvažnija od njih jeste da broj dolazaka klijenata na bankomat N_t u konačnom vremenskom intervalu dužine t ima Poasonovu raspodelu sa parametrom λt , što znači da je moguće izračunati verovatnoću da u vremenu t dođe n klijenata na bankomat. To je predstavljeno sledećom formulom:

$$P\{N_t = n\} = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!} \quad (2.1)$$

Štaviše, broj dolazaka u disjunktnim vremenskim intervalima (t_1, t_2) i (t_3, t_4) , $t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4$, je nezavisan. Očekivanje i disperzija od N_t su jednaki i iznose λt .

Pod pretpostavkom da su uzastopno podignuti iznosi nezavisni i da imaju istu raspodelu, koršćenjem uopštenog Poasonovog procesa može se predstaviti drugi proces koji je gore pomenut, a to je ukupan iznos podignutog novca u vremenskom intervalu $(0, t)$.

Označimo sa A_t ukupan iznos podignutog novca u intervalu $(0, t)$, a sa N_t ukupan broj klijenata koji dođu na bankomat u istom vremenskom intervalu. Ako sa A_n označimo iznos n -tog podizanja, tada se A_t može predstaviti slučajnom sumom slučajnih promenljivih:

$$A_t = \sum_{i=1}^{N_t} A_i \quad (2.2)$$

Stohastički proces $\{A_t\}$ se zove zbirni Poasonov proces. Pod datim pretpostavkama važe sledeće osobine: $E[A_t] = \lambda t E[A_1]$, $D[A_t] = \lambda t E[A_1]^2$.

Esteves i Rodrigues su se 2010. godine bavili istom tematikom [8], ali sa aspekta sezonalnosti odnosno kalendarskih efekata na podizanja novca sa bankomata. Autori su koristili podatke o dnevnim podizanjima novca u periodu od 7 godina u Portugalu. Iskoristili su poznate metode modeliranja vremenskih serija, ali su posebnu pažnju usmerili ka uključivanju promenljivih u model koje se odnose na identifikaciju kalendarskih efekata. Sezonski uticaji za koje su smatrali da imaju veoma izražen uticaj na dnevna podizanja novca sa bankomata su:

- i.** dan u nedelji - podrazumeva se da podizanja nisu isto raspodeljena za sve dane u nedelji;
- ii.** nedelja u mesecu - u Portugalu se plate isplaćuju jednom mesečno, pa se prisustvo ovog uticaja ne može zanemariti;

- iii. mesec u godini - analiza je uključila 12 meseci u godini kako bi se opisala uobičajena sezonalnost;
- iv. praznici - Božić, Nova Godina, dva praznika čiji datumi se menjaju svake godine (Karneval, Uskrs), kao i svi preostali fiksirani praznici. Sullivan je 2001. godine razmatrao i pre i posle praznične periode [9].

Sve navedene promenljive u model su uključene kao indikator promenljive koje uzimaju vrednost 1 u slčaju prisustva osobine, a 0 inače.

Model za predviđanje dat je formulom:

$$y_t = z'_t \beta + x_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2.3)$$

$$\phi(L)x_t = \psi(L)\varepsilon_i, \quad (2.4)$$

gde je β vektor koeficijenata regresije dimenzije $k \times 1$, z_t je vektor indikator promenljivih, x_t prati ARMA model, ε_t je beli šum, L lag operator, a $\phi(L)$ i $\psi(L)$ su polinomi reda p i q [8].

Kako bi unapredili predviđanja podizanja novca sa bankomata V. Kamini, V. Ravi, A. Prinzie i D. Van den Poel su pomoću klaster analize grupisali bankomate u grupe na osnovu sličnih osobina [10]. Tačnije, bankomati su svrstani u jednu grupu ako im je raspodela podizanja novca slična u datom periodu. Nakon toga, za svaku grupu bankomata formiran je poseban model za predviđanje. Za razliku od prethodno opisanog modela, autori su ovde razmatrali sezonalnost jedino u smislu uticaja određenog dana u nedelji. Ukupan broj klastera bio je 4, a modeli koji su implementirani bili su 4 različita tipa neuronskih mreža:

- opšta regresiona neuronska mreža (GRNN)
- višeslojna "unapred" neuronska mreža (MLFF)
- grupa metoda za "rukovanje" podacima (GMDH)
- talasne neuronske mreže (WNN).

Implementacija algoritama neuronskih mreža za predviđanje potražnje novca na bankomatima bila je predmet istraživanja mnogih autora. Tako na primer, R. Simutis, D. Dilijonas i L. Bastina su u radu [11] implementirali algoritam opšte neuronske mreže, ali su analizu dopunili i sa modeliranjem ovih vremenskih serija pomoću algoritma regresije sa vektorom nosačem. Ovaj regresijski model rešava sledeći problem optimizacije sa ograničenjima:

$$\begin{aligned} \min_{\omega, b, \xi, \xi^*} & \frac{1}{2} \omega^T \omega + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) \\ & y_i - (\omega^T \phi(x_i) + b) - y_i \leq \varepsilon + \xi_i \\ & (\omega^T \phi(x_i) + b) - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \\ & \xi_i, \xi_i^* \geq 0, i = 1, \dots, l \end{aligned} \tag{2.5}$$

gde je x_i ulazni vektor, y_i izlazni vektor, ξ_i i ξ_i^* su gornja i donja trening granica s obzirom na ε -ostljivom $|y - (\omega^T \phi(x_i) + b)| \leq \varepsilon$, pri čemu je ω vektor parametar modela. Trošak C kontroliše kvalitet regresije. ϕ je funkcija koja preslikava x_i u prostor viših dimenzija.

Cilj našeg rada je da se napravi algoritam koji će za sračunate predikcije dati odgovor sa koliko novca i koliko često treba da se pune bankomati, tako da imamo najmanje ukupne troškove. Model je zasnovan na nepoznatoj tražnji za novcem koja se modelira kao slučajna promenljiva, te će se u rešavanju problema primenjivati metode stohastičke optimizacije. Rezultati dobijeni rešavanjem matematičkog modela će biti upoređeni sa praksom u jednoj lokalnoj banci, a sva modeliranja su zasnovana na realnim istorijskim podacima iste lokalne banke.

Poglavlje 3

Algoritam za optimalno punjenje bankomata

U ovom poglavlju ćemo opisati algoritam za optimalno punjenje bankomata. U prvom delu biće opisani istorijski podaci koje smo dobili od lokalne banke, kao i ograničenja koja smo imali prilikom pravljenja algoritma, nakon toga akcenat će biti stavljen na predikcije iznosa podizanja novca sa bankomata. Dobijene predikcije ćemo koristiti u rešavanju matematičkog modela prilikom optimizacije troškova punjenja bankomata.

3.1 Opis podataka i ograničenja

Banka je dostavila istorijske podatke bazirane na dnevnim transakcijama za ukupno 46 eksternih bankomata. Na osnovu analize dobijenih podataka kao i naše procene pouzdanosti dostavljenih podataka, bankomati su podeljeni na dve grupe u zavisnosti od vremenskog perioda na koji se odnose njihovi podaci.

1. Konstatovano je da podaci za 18 bankomata obuhvataju celokupni period od 3 godine, za 6 bankomata podaci su delimično nedostajući, a za 5 bankomata istorijski period je bio značajno kraći od 3 godine. Za neke od bankomata sa potpunim istorijskim periodom od 3 godine smatramo da postoji mogućnost grešaka u podacima jer se javlja statistički značajan broj dana

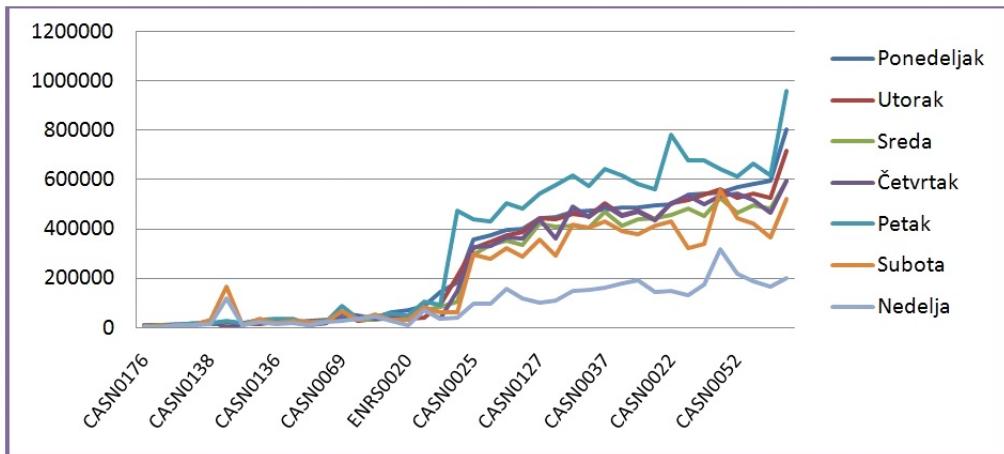
bez transakcija, dok su za ostale dane zabeleženi dosta veliki iznosi dnevnih podizanja. Dakle, prvu grupu podataka koju ćemo u radu analizitati predstavljaju istorijski podaci za period od 1.1.2011. do 31.12.2013. godine za 18 eksternih bankomata i njih ćemo u daljem tekstu zvati *Podaci 1*.

2. Druga grupa podataka vezana je za bankomate čije smo dnevne transakcije dobili za prva četiri meseca 2014. godine i takvih bankomata je ukupno sedamnaest. Za ove bankomate, odnosno njihove transakcije nismo smatrali da postoje značajne nepravilnosti u dnevnim transakcijama, tako da ćemo u daljem radu koristiti svih sedamnaest i označićemo ih kao *Podaci 2*.

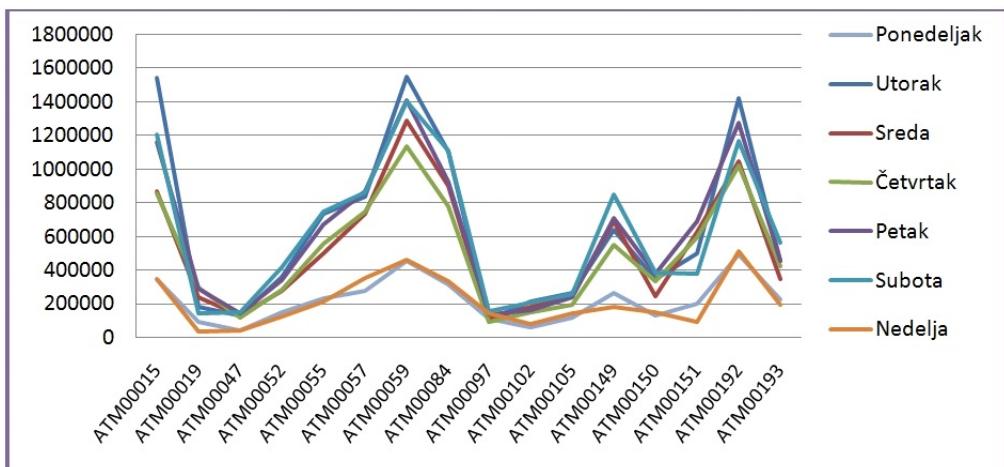
Podaci sadrže sledeće elemente:

- redni broj transakcije
- ID bankomata
- valutu u kojoj je podignut novac
- datum
- početno stanje u bankomatu za taj datum
- iznos punjenja bankomata
- iznos koliko je novca nađeno u bankomatu prilikom punjenja
- iznos podignutog novca sa bankomata
- završno stanje u bankomatu za taj datum
- troškove transporta novca i troškove punjenja za svaki od bankomata.

Za naš model će biti veoma značajan podatak koliko novca se nalazi u bankomatu na dan punjenja, jer se na taj iznos računa freezing cost, odnosno odatle potiče trošak "mrvog" novca. Iznos zatečenog novca u bankomatu jednak je razlici iznosa prethodnog punjenja i sumi podignutog novca između dva punjenja bankomata.

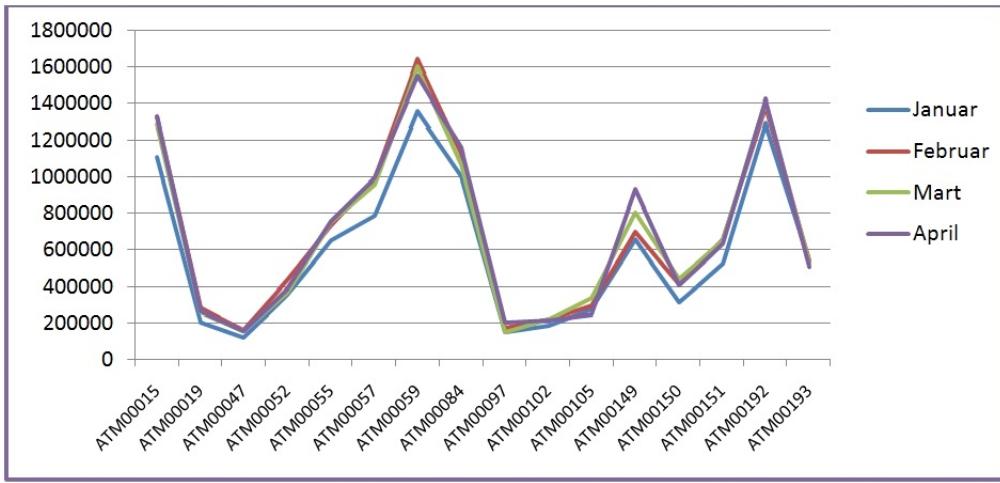


Slika 3.1: Prosečan iznos podizanja novca sa bankomata za različite dane u nedelji
(*podaci 1*)



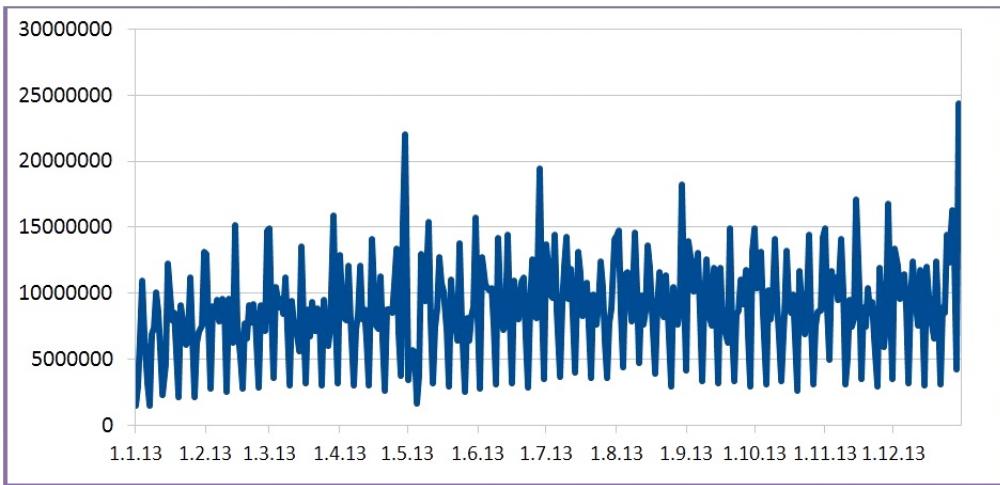
Slika 3.2: Prosečan iznos podizanja novca sa bankomata za različite dane u nedelji
(*podaci 2*)

Na Slici 3.1. i 3.2. su prikazani podignuti prosečni iznosi u zavisnosti od dana u nedelji za različite bankomate iz obe grupe podataka. Na osnovu dobijenih podataka, primećeno je da podizanja nisu ista za sve dane u nedelji. Naime, kod prve grupe podataka su najniža podizanja subotom i nedeljom, a najvišu ponedeljkom i petkom, dok su kod druge grupe podizanja ponedeljkom i nedeljom najniža, a utorkom najviša.

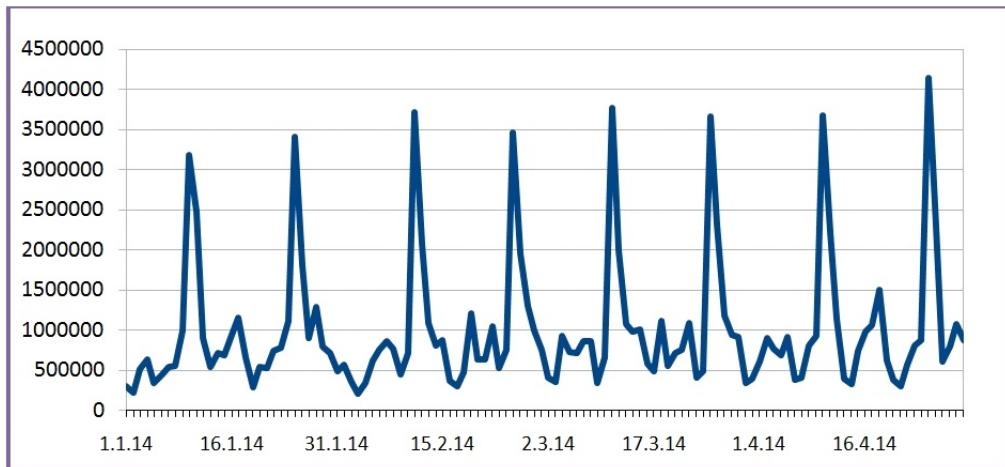


Slika 3.3: Prosečan iznos podizanja novca sa bankomata za različite mesece (*Podaci 2*)

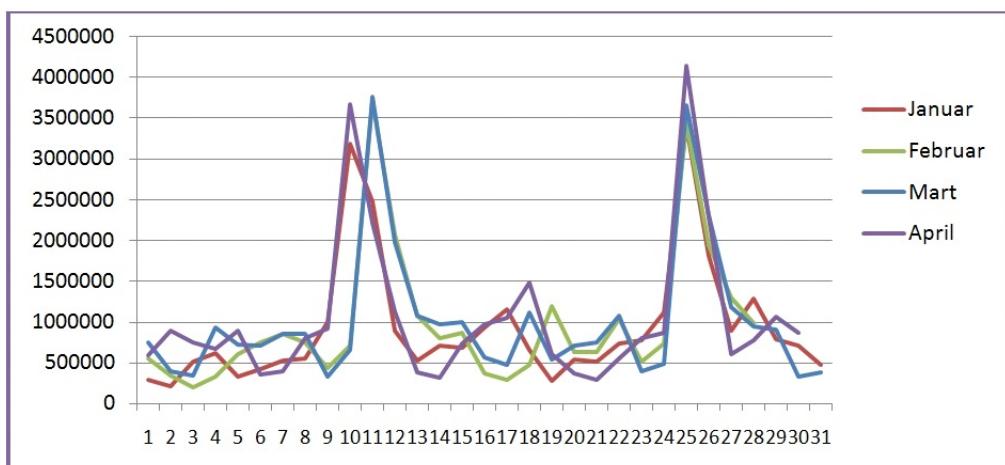
Na Slici 3.3. je predstavljena vremenska serija podignutih prosečnih iznosa za prva četiri meseca u 2014. godini, što će biti iskorišćeno prilikom identifikovanja kalendarskih efekata.



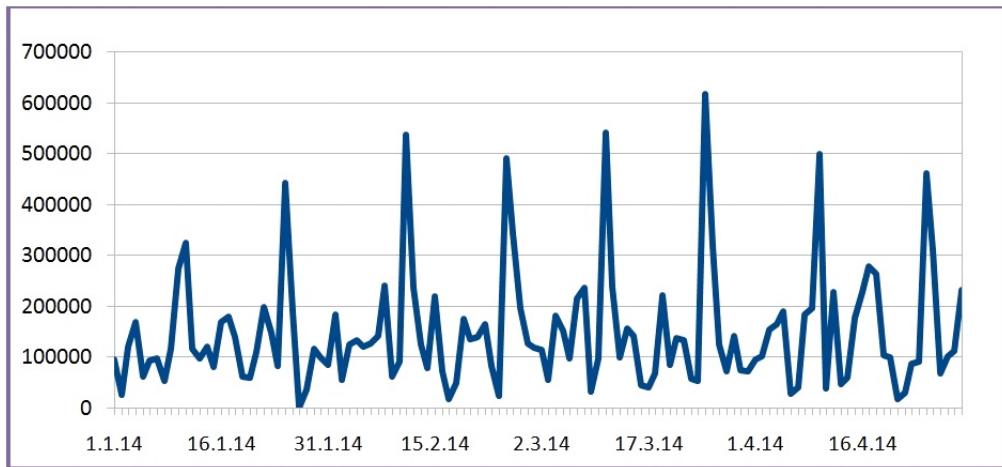
Slika 3.4: Iznos podizanja novca sa određenog bankomata u toku 2013. godine (*Podaci 1*)



Slika 3.5: Iznos podizanja novca sa bankomata, koji se nalazi u Somboru, u toku prva četiri meseca 2014. godine (*Podaci 2*)

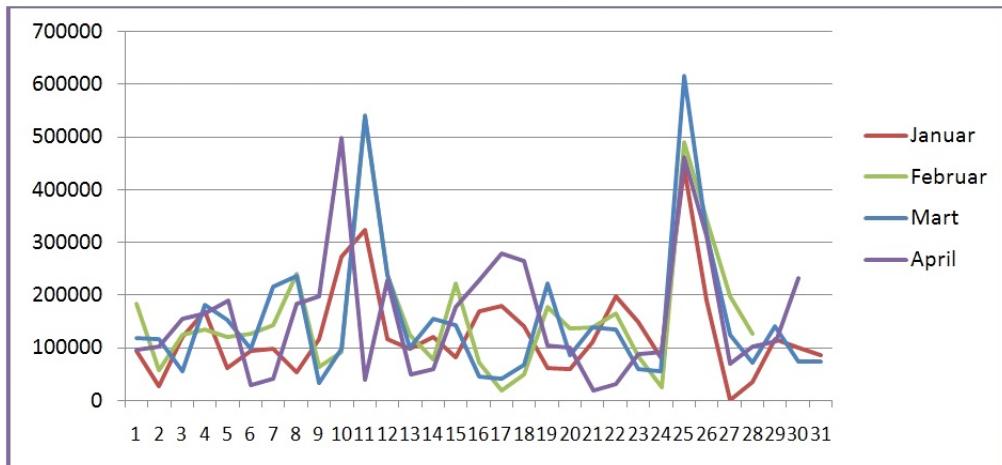


Slika 3.6: Iznos podizanja novca sa bankomata, koji se nalazi u Somboru, za prva četiri meseca 2014. godine (*podaci 2*)



Slika 3.7: Iznos podizanja novca sa bankomata, koji se nalazi u Pančevu, u toku prva četiri meseca 2014. godine (*podaci 2*)

Na slikama 3.5 i 3.7, kao i pri analizi dnevnih transakcija ostalih bankomata, primećena je sezonalnost u vidu podizivanja velikih iznosa novca za određene dатуме, što se preciznije može videti na slikama 3.6 i 3.8.



Slika 3.8: Iznos podizanja novca sa bankomata, koji se nalazi u Pančevu, za prva četiri meseca 2014. godine (*podaci 2*)

Pored podataka koje smo dobili, prilikom pravljenja algoritma takođe će veoma bitna biti i ograničenja u vidu maksimalnog punjenja bankomata i apoenima kojima se on puni. Za bankomate iz grupe 1 maksimalan iznos punjenja iznosi 5 miliona dinara. Što se tiče bankomata iz druge grupe, u njih staje ukupno četiri kasete, a u svaku od njih maksimalno po dve hiljade novčanica. Kako se bankomati pune isključivo novčanicama od 500 i 1000 dinara, maksimalni iznos kojim se može napuniti bankomat iz ove grupe iznosi 8 miliona dinara.

3.2 Predikcije iznosa podizanja

Za dobar matematički model potrebno je što bolje predvideti iznose koji će se podići sa određenog bankomata, odnosno predvideti funkciju tražnje za novcem i u skladu sa tim napraviti algoritam za punjenje bankomata.

Kako bismo to uradili, prvo smo istorijske vremenske serije transformisali na dnevni nivo, uz definiciju dana kao 24 sata od 00:00 do 24:00. Analizom novodobijenih vremenskih serija ustanovili smo jaku sezonalnost iznosa dnevnih podizanja na svakom bankomatu, ali i velike razlike među bankomatima. Dalje, ustanovljena je velika varijansa dnevnih podizanja po svakom bankomatu, uz velike razlike ovih varijansi u skupu posmatranih bankomata.

Prilikom traženja najboljeg modela za izračunavanje predikcija, naivno smo krenuli od najjednostavnijeg modela, a to je bila linearna regresija. Model višestruke regresije se može predstaviti kao:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

gde je k broj nezavisnih promenljivih, a n broj opažanja (merenja). Y predstavlja zavisnu (stohastičku) promenljivu koja se izražava preko nezavisnih (determinističkih) promenljivih X_k . ε_i je slučajna greška koju pravimo prilikom regresije, a $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_k$ su nepoznati parametri, odnosno regresioni koeficijenti koje treba oceniti.

U našem modelu iznos podignutog novca sa bankomata predstavlja stohastičku promenljivu Y , dok smo na osnovu dobijenih podataka trebali da vidimo šta sve može da utiče na nju i da odaberemo šta će biti nezavisne promenljive X_k . Za *Podatke I* nismo posmatrali regresioni model, jer smo tu imali podatke za tri kalendarske godine, tj. imali smo vremensku seriju, dok smo model primenili na *Podatke II* gde smo imali na raspolaganju iznose podizanja za četiri meseca, pri čemu smo za pravljenje predikcije koristili podatke od tri meseca, a četvrti mesec nam je služio kao kontrolni. Na osnovu analize iznosa dnevnih podizanja

(prilikom čega smo petak, subotu i nedelju grupisali), primetili smo da postoji razlika u podizanju za različite dane u nedelji, kao i da grafik funkcije podignutih iznosa dostiže ekstremne vrednosti na datume kada su penzije, pa smo odlučili da za nezavisne promenljive X_1, \dots, X_k razmotrimo indikator promenljive:

$$\begin{aligned} X_1 &= \begin{cases} 1, & \text{penzija} \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \\ X_2 &= \begin{cases} 1, & \text{ponedeljak} \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \\ X_3 &= \begin{cases} 1, & \text{utorak} \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \\ X_4 &= \begin{cases} 1, & \text{sreda} \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \\ X_5 &= \begin{cases} 1, & \text{četvrtak} \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \\ X_6 &= \begin{cases} 1, & \text{petak} \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \end{aligned}$$

Koristeći programski paket SPSS i istorijske podatke iznosa dnevnih podizanja sa određenog bankomata u toku januara, februara i marta, ocenili smo parametre regresije i dobili predikcije iznosa za april.

Kao što smo i očekivali standardni statistički modeli, poput regresije, ne daju dobre rezultate na dnevnom nivou i iz tog razloga nisu mogli biti korišćeni za dobijanje upotrebljivih predikcija.

Istovremeno je konstatovano da postoji jaka pravilnost iznosa podizanja za pojedinačne dane u nedelji u odnosu na ukupan nedeljni iznos. Imajući na umu da raspolažemo sa dve vrste bankomata, u skladu sa tim i pitanje predikcije će biti rešeno na dva načina.

3.2.1 Predikcije za bankomate sa istorijskim podacima za 2011., 2012. i 2013. godinu

Prvo ćemo posmatrati bankomate za koje smo dobili istorijske podatke za tri kalendarske godine.

Istorijski podaci koje smo dobili za 2011. i 2012. godinu su korišćeni za određivanje najboljeg modela predikcije, a podaci za 2013. godinu su iskorišćeni za testiranje algoritma i predikcije dobijene na osnovu podataka iz 2011. i 2012. godine (out of sample).

Odlučili smo se za generisanje nedeljnih predikcija, jer smo tako imali manju relativnu grešku. Zatim su dobijene predikcije na nedeljnog nivou prebačene na dnevni nivo koristeći stabilne koeficijente dnevnih podizanja u svakoj nedelji. Predikcije iznosa koji se podignu za vreme vikenda ćemo sabрати sa predikcijom iznosa koji se podigne u toku petka.

Nedeljne predikcije su određene kao najbolja linearna kombinacija dobijena metodom najmanjih kvadrata od dve prethodno sračunate predikcije $P1$ i $P2$.

1. Predikcija $P1$ je jednostavna prosečna nedeljna vrednost dobijena poklapanjem datuma počevši od prve pune nedelje u godini.

$$\overline{p_i} = \frac{\sum_{m=1}^2 p_{i,y_j}}{2}, \quad i = 1, \dots, 51, \quad j = 1, 2 \quad (3.2)$$

gde je sa p_{i,y_j} označena predikcija nedeljnog iznosa podizanja i -te nedelje u godini y_j ($y_1 = 2011$, $y_2 = 2012$).

2. Predikcija $P2$ je dobijena korišćenjem autoregresivnih modela uz podešavanje parametara za pojedinačne bankomate.

Za dobijanje predikcija nedeljnih iznosa podizanja ($P2$) implementiran je SARIMA model (Seasonal Autoregression Integrated Moving Average Mo-

del, 2008.[12]). SARIMA model predstavlja generalizaciju ARIMA modela na vremenske serije koje sadrže sezonsku komponentu. Box i Jenkins su uveli ARIMA model 1976. godine i do dan danas je jedan od najpopularnijih modela za predviđanje vremenskih serija. Ovaj model je kombinacija autoregresivnog modela i modela pomerajućih sredina. SARIMA model se svodi na klasičan ARIMA model ukoliko ne postoji sezonski efekti, a ukoliko je serija stacionarna svodi se na ARMA model.[12][13][14]

Multiplikativni sezonski ARIMA model, u oznaci $\text{SARIMA}(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ dat je formulom:

$$\Phi_P(B^s)\phi_p(B)\nabla_s^D\nabla^d = \Theta_Q(B^s)\theta_q(B)a_t,$$

gde je

- $\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$ sezonski autoregresivni polinom reda P
- $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ standardni autoregresivni polinom reda p
- $\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$ sezonski moving average polinom reda Q
- $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ standardni moving average polinom reda q [12].

Nesezonski i sezonski diferencni operatori su, respektivno, dati sa

$$\nabla^d = (1 - B)^d, \quad \nabla_s^D = (1 - B^s)^D,$$

i njihova uloga je da eliminišu nesezonsku i sezonsku nestacionarnost. Slučajni procesi a_t prate proces belog šuma, a s definiše sezonski period.

Kako bi se bolje uhvatili sezonski uticaji i efekti, SARIMA model se dalje nadograđuje u Box-Tiao ARIMA model. Ovaj model dodaje funkciju "intervencije" $\omega_0 + \sum_{i=1}^r \omega_i(B)x_{it}$ u SARIMA model

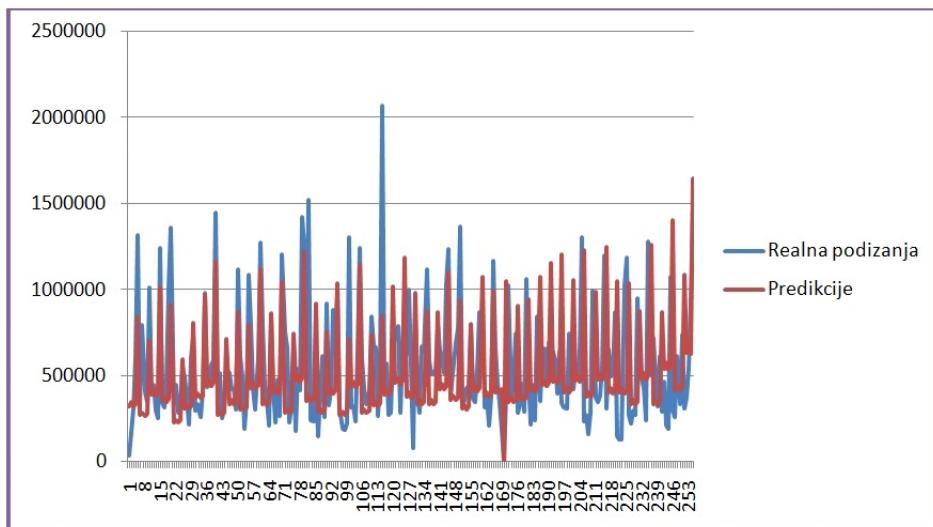
$$\Phi_P(B^s)\phi_p(B)\nabla_s^D\nabla^d[y_t - (\omega_0 + \sum_{i=1}^r \omega_i(B)x_{it})] = \Theta_Q(B^s)\theta_q(B)a_t$$

i uloga njenih koeficijenata ω je da objasne uticaj r egzogenih promenljivih x na y [12].

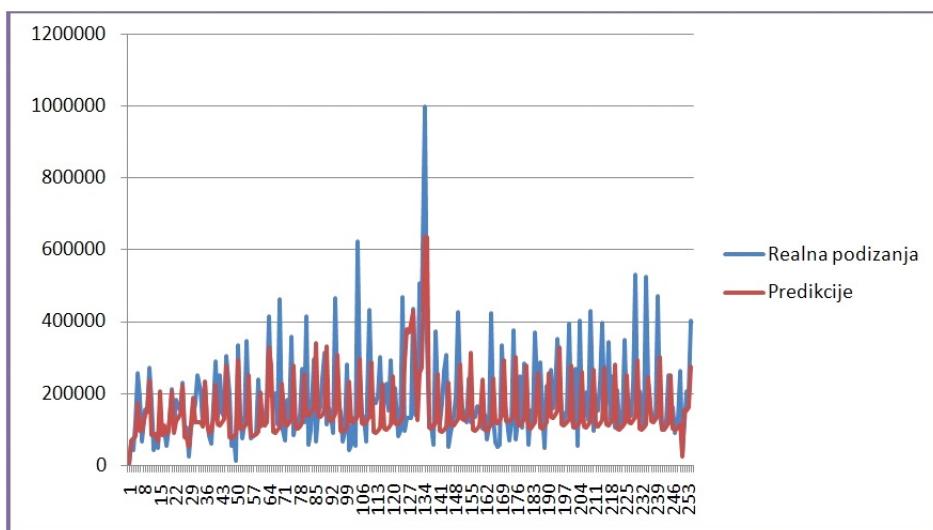
Implementiranje modela za predviđanje vremenskih serija se sastoji od tri koraka: identifikacija parametara modela, ocena koeficijenata modela i provra modela koja služi da se odabere najbolji model za konkretnu vremensku seriju.

Finalni model za svaki bankomat odabran je na osnovu kaznene statistike BIC (Bayesian Information Criterion). Redovi sezonskih i standardnih polinoma kako autoregresivnih tako i pokretnih sredina, za sve bankomate bili su iz skupa $\{0, 1, 2\}$. Red integracije odabran je na osnovu nesezonских i sezonskih testova jediničnih korena (Unit Root Tests). Sezonski period je $s = 51$.

Na osnovu metoda najmanjih kvadrata generisana je konačna predikcija P na nedeljnog nivou počevši od prve cele nedelje u 2013. godini. Ovako dobijene nedeljne predikcije podizanja su zatim granulisane na dnevni nivo - ponovo počevši od prve cele nedelje u 2013. godini. Kako se vremenska serija završava sa 31.12.2013. posmatrana je ukupno 51 nedelja u 2013. godini - za poslednju nedelju 2013. godine su bili potrebni podaci iz 2014. godine.



Slika 3.9: Poređenje realnih iznosa i predikcija iznosa podignutih sa određenog bankomata u toku 2013. godine



Slika 3.10: Poređenje realnih iznosa i predikcija iznosa podignutih sa određenog bankomata u toku 2013. godine

3.2.2 Predikcije za bankomate sa istorijskim podacima za prva četiri meseca 2014. godine

Kao što smo već rekli, klasični statistički modeli nisu bili pogodni za pravljenje predikcija iznosa podizanja sa bankomata. S obzirom na to da smo za ovu grupu podataka imali na raspolaganju samo podatke za četiri meseca, odnosno tri meseca, a četvrti smo iskoristili kao kontrolni, metod koji smo koristili za izračunavanje predikcija za prethodnu grupu podataka ovde nije bilo moguće primeniti.

Međutim, kao što smo u prethodnom poglavlju grafički prikazali, iznosi podignuti na bankomatima se razlikuju za različite dane u nedelji, pa za model može biti upravo značajna činjenica koji je dan u nedelji. S obzirom na to da želimo da izbegnemo punjenje bankomata za vreme vikenda, grupisaćemo predikcije za petak, subotu i nedelju, tj. bankomat treba napuniti u toku radnih dana iznosom koji će sprečiti pražnjenje bankomata tokom neradnih dana, tj. subote i nedelje.

Pristup za predviđanje iznosa podizanja novca sa druge grupe bankomata je korišćenje srednje vrednosti, tj.:

- Aritmetička sredina dobijena preklapanjem odgovarajućih dana u odgovarajućoj nedelji za prethodna 3 meseca:

$$p_{i,w}(4) = \frac{\sum_{m=1}^3 p_{i,w}(m)}{3}, \quad i = 1, \dots, 5, w = 1, \dots, 5 \quad (3.3)$$

gde je sa $p_{i,w}(m)$ označena predikcija podignutog iznosa i -tog dana u nedelji w meseca m .

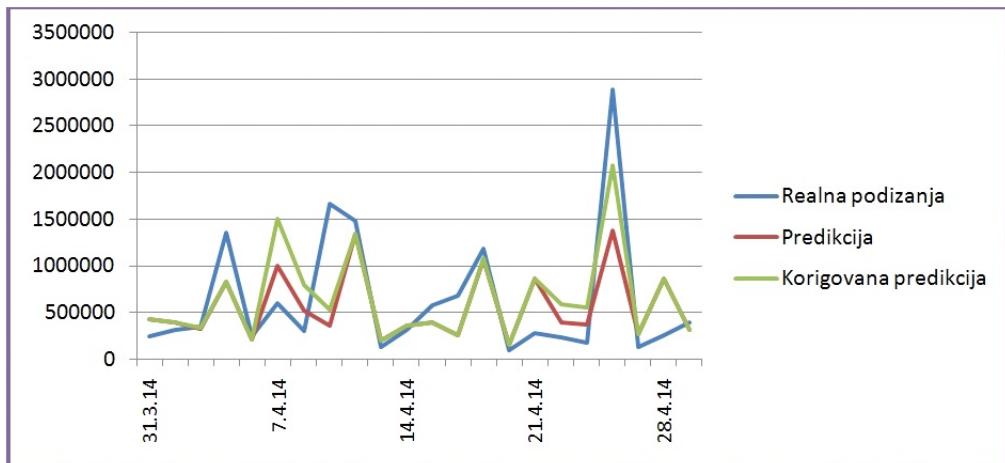
Na primer, predikciju za sredu 2. april, koji je prva po redu sreda u aprilu, računamo kao aritmetičku sredinu iznosa podignutih 1.januara, 5.februara i 5.marta, odnosno iznosa podignutih na prvu sredu u odgovarajućem mesecu, tj.

$$p_{3,1}(4) = \frac{p_{3,1}(1)+p_{3,1}(2)+p_{3,1}(3)}{3}.$$

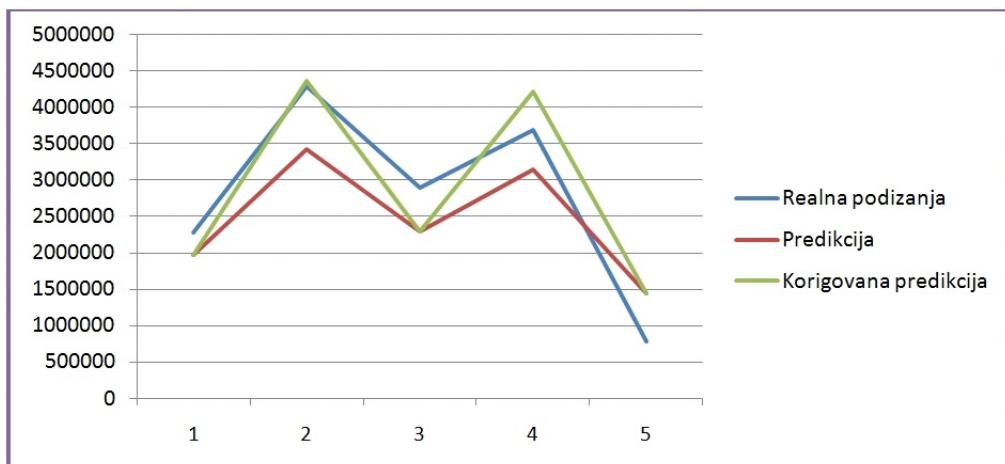
Takođe, analizirajući podatke zaključeno je da grafik funkcije podignutih iznosa dostiže ekstremne vrednosti na određene datume, tj. da je tada povećana tražnja za novcem, pri čemu se to ponavlja u svakom mesecu. To su datumi kada banka isplaćuje penzije i tada su iznosi podizanja značajno viši u poređenju sa ostalim danima. Iz tog razloga smo gore dobijenu predikciju korigovali, tj. taj iznos smo za datume kada su penzije uvećali za određeni procenat.

Na sledećim slikama su prikazana poređenja realnih iznosa koji su podignuti sa bankomata sa predikcijama koje smo dobili, kao i korigovanim predikcijama - u zavisnosti da li je penzija ili ne. Kao što vidimo, u ovoj grupi podataka, gde smo na raspolaganju imali podatke za dosta kratak vremenski period, ovaj način predviđanja iznosa je dosta dobar u smislu da nemamo veliku relativnu gresku. Za grafički prikaz smo odabrali tri bankomata na osnovu ukupne količine novca koja se podigne sa njih u toku meseca, pa smo predstavili bankomat sa najmanjim iznosom (*slika 3.11, slika 3.12*), zatim srednjim (*slika 3.13, slika 3.14*) i najvišim iznosom (*slik 3.15, slika 3.16*).

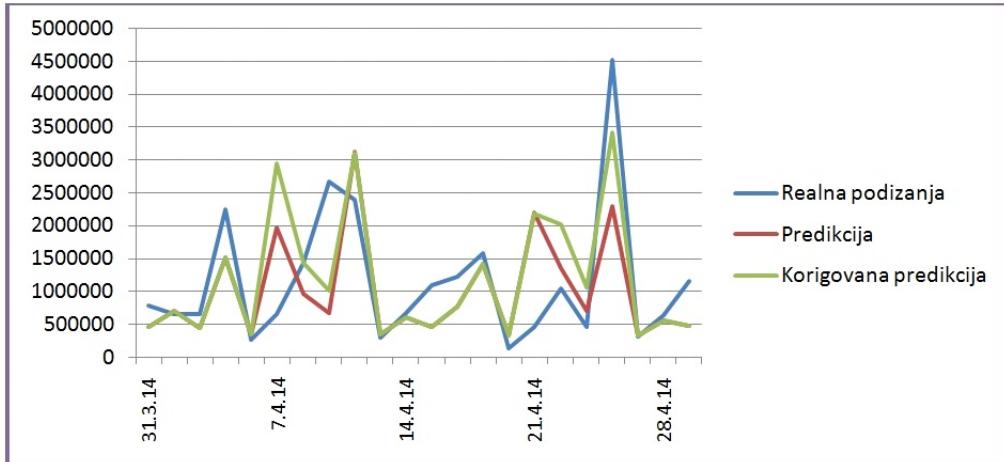
Takođe, grafički smo prikazali odnos sume realno podignutih iznosa i sume njihovih predikcija na nedeljnem nivou u toku aprila 2014. godine. Ukoliko, predikcije posmatramo na nedeljnem nivou, tj. ukoliko posmatramo iznos koji će biti podignut sa određenog bankomata u toku jedne nedelje, prosečna relativna greška se znatno smanjuje, čak i za 50 posto u odnosu na prosečnu relativnu grešku koju imamo ako gledamo dnevne predikcije podignutih iznosa.



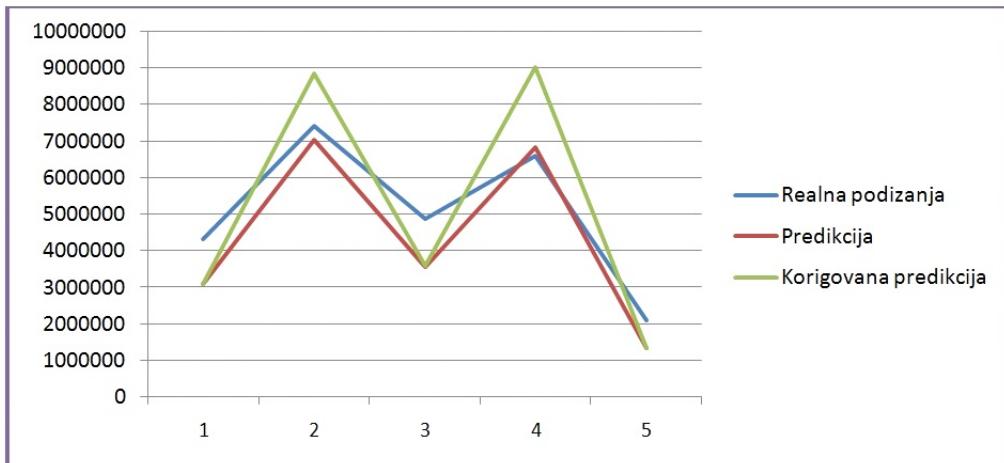
Slika 3.11: Poređenje realnih iznosa i predikcija iznosa podignutih sa određenog bankomata u toku aprila 2014. godine



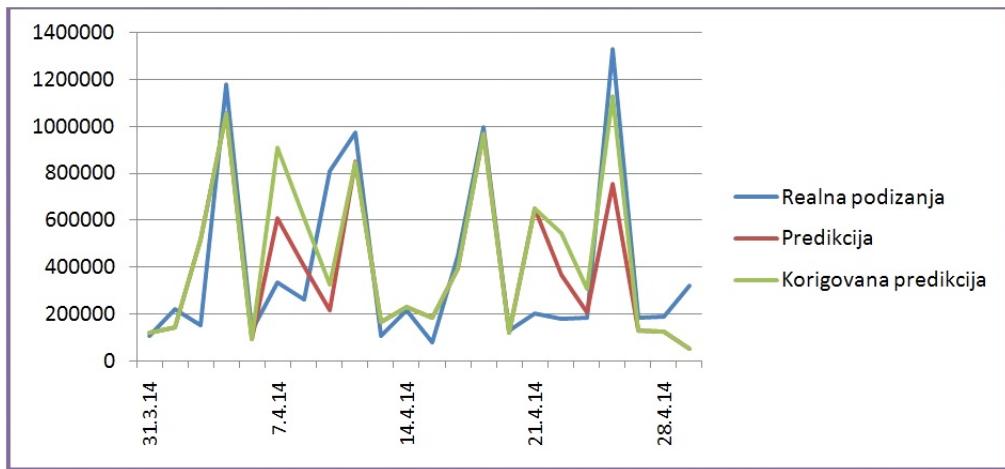
Slika 3.12: Poređenje sume realnih iznosa podignutih po nedeljama i sume predikcija iznosa podignutih sa određenog bankomata u toku aprila 2014. godine



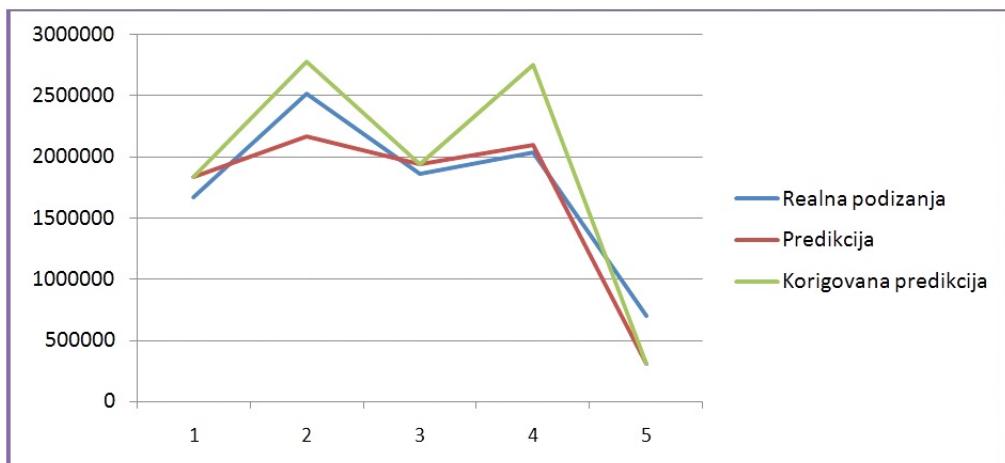
Slika 3.13: Poređenje realnih iznosa i predikcija iznosa podignutih sa određenog bankomata u toku aprila 2014. godine



Slika 3.14: Poređenje sume realnih iznosa podignutih po nedeljama i sume predikcija iznosa podignutih sa određenog bankomata u toku aprila 2014. godine



Slika 3.15: Poređenje realnih iznosa i predikcija iznosa podignutih sa određenog bankomata u toku aprila 2014. godine



Slika 3.16: Poređenje sume realnih iznosa podignutih po nedeljama i sume predikcija iznosa podignutih sa određenog bankomata u toku aprila 2014. godine

3.3 Optimizacija troškova

Jedna od osnovnih aktivnosti u procesu podrške radu bankomata, je pravovremeno punjenje gotovine u bankomate. Suviše često punjenje može dovesti do značajnog povećanja troškova usluga transportnih agencija, dok punjenje koje je suviše retko može dovesti do zastoja rada bankomata, što se može odraziti smanjenjem lojalnosti klijenata.

Optimizacija procesa punjenja bankomata gotovinom postala je jedan od značajnih problema sa kojima se suočavaju banke i upravo to će biti tema ovog poglavlja.

Posmatramo problem linearog programiranja, gde je funkcija cilja data kao suma troškova transporta novca, troškova punjenja bankomata i troškova "mrtvog" novca, tj. ona predstavlja ukupne troškove koji se javljaju prilikom punjenja bankomata. Funkcija cilja treba da teži u minimum, prilikom čega treba da budu zadovoljena određena ograničenja, a to su da iznos punjenja bankomata ne može premašiti pet, odnosno osam miliona dinara i tzv. "pravilo tri dana", odnosno najmanje tri dana unapred banka treba da detektuje da li će određeni bankomat ostati bez novca, da bi u tom slučaju mogla da interveniše i napuni ga.

Takođe, potrebno je pronaći optimalan raspored punjenja, što podrazumeva da znamo koliko često i sa koliko novca treba da napunimo određeni bankomat. Bankomate je razumno puniti što ćešće sve dok su nam troškovi transporta i punjenja manji od troškova stajanja novca u bankomatu, jer ukoliko bankomat punimo iz više puta sa manjim iznosima, povećaće se troškovi transporta i punjenja, dok će se troškovi "mrtvog" novca smanjiti.

Sa p_i ćemo označiti predikciju koliko će novca biti podignuto sa bankomata u toku i -tog dana određene nedelje, pri čemu su grupisane predikcije za petak, subotu i nedelju, kako bismo izbegli punjenje bankomata za vreme vikenda. Dakle, imamo predikcije koliko će novca biti podignuto sa bankomata: u toku ponедељка - p_1 , уторака - p_2 , среде - p_3 , четвртка - p_4 и петка (зједно са викендом) - p_5 .

Raspored možemo da organizujemo na sledećih nekoliko načina u zavisnosti od toga koliko često u toku jedne nedelje punimo taj bankomat.

Neka su sa C_{total} označeni ukupni troškovi punjenja bankomata, sa C_{tran} troškovi transporta novca, sa C_{fill} troškovi punjenja i sa C_{freez} troškovi "mrtvog" novca, tada je:

$$C_{total} = C_{tran} + C_{fill} + C_{freez} \quad (3.4)$$

prilikom čega:

- troškovi transporta određenog bankomata zavise od njegove udaljenosti od keš-centa odakle se puni i transportna agencija ih računa po pređenom kilometru,
- troškovi obrade novca iznose 1500 dinara po punjenju bankomata,
- troškovi "mrtvog" novca se računaju po referentnoj kamatnoj stopi Nародне banke Srbije na iznos novca koji se zatekne u bankomatu prilikom punjenja, tj. na razliku iznosa prethodnog punjenja bankomata i sume podizanja novca za dane koji proteknu između dva uzastopna punjenja.

$$C_{freez} = k(F_t - \sum_{i=1}^k p_i) \frac{r}{365} \quad (3.5)$$

gde je F_t iznos punjenja, p_i predikcije iznosa podizanja za i -ti dan, k broj dana koji proteknu između $t - 1$ i t , tj. između dva punjenja.

Uzimajući u obzir maksimalan iznos novca kojim se bankomat može puniti, treba da važe sledeći uslovi:

$$0 \leq F_t \leq M \quad (3.6)$$

pri čemu:

$$M = \begin{cases} 5000000, & \text{ako je bankomat iz grupe 1} \\ 8000000, & \text{ako je bankomat iz grupe 2} \end{cases}$$

$$F_t = a * 1000 + b * 500, a + b \leq 8000 \quad (3.7)$$

U zavisnosti od broja punjenja bankomata, razmotrićemo sledeće mogućnosti:

1. Punjenje bankomata na nedeljnom nivou:

(a) Punjenje bankomata pet puta nedeljno

Prilikom svakodnevnog punjenja bankomata troškove "mrtvog novca" svodimo na minimum, ali su zato troškovi transporta i troškovi obrade novca veoma visoki.

(b) Punjenje bankomata četiri puta nedeljno

Ukoliko posmatramo ovaj način, očigledno je da neka dva dana od mogućih pet moramo da grupišemo, tj. da prilikom jednog od dva punjenja tokom nedelje odjedanput stavimo u bankomat novac koji će biti dovoljan za dva dana.

Tako dolazimo do sledećih podnačina kako se bankomat može puniti:

- ponедељком (iznosom potrebnim за понедељак и уторак), средом, четвртком и петком
- понедељком, уторком (износом потребним за уторак и среду), четвртком и петком
- понедељком, уторком, средом (износом потребним за среду и четвртак) и петком
- понедељком, уторком, средом и четвртком (износом потребним за четвртак и петак)

(c) Punjenje bankomata tri puta nedeljno

Ako punjenje organizujemo tako da bankomat punimo tri puta nedeljno, imamo na raspolaganju sledeće mogućnosti punjenja:

- i. imamo tri punjenja, pri čemu su dva punjenja za pojedinačne dane, a jedno punjenje je suma predikcija za tri uzastopna dana, bankomat punimo:

- ponedeljkom, utorkom i sredom (iznosom potrebnim za sredu, četvrtak i petak)
 - ponedeljkom, utorkom (iznosom potrebnim za utorak, sredu i četvrtak) i petkom
 - ponedeljkom (iznosom potrebnim za ponedeljak, utorak i sredu), četvrtkom i petkom
- ii. imamo tri punjenja, pri čemu je predviđeno da dva puta nedeljno u bankomat stavimo iznos jednak zbiru predikcija za dva uzastopna dana, a prilikom trećeg punjenja predikciju za preostali jedan dan u toj nedelji, pa bankomat punimo:
- ponedeljkom (iznosom potrebin za ponedeljak i utorak), sredom (iznosom potrebnim za sredu i četvrtak) i petkom,
 - ponedeljkom, utorkom (iznosom potrebnim za utorak i sredu) i četvrtkom (iznosom potrebim za četvrtak i petak)
 - ponedeljkom (iznosom potrebnim za ponedeljak i utorak), sredom i četvrtkom (iznosom potrebnim za četvrtak i petak)

(d) Punjenje bankomata dva puta nedeljno

Na ovaj način bankomat možemo da punimo tako da:

- i. posmatramo zbir iznosa koji će biti podignut sa bankomata za četiri dana i odvojeno za jedan dan u toku nedelje. Bankomat možemo da punimo:
- ponedeljkom (iznosom potrebnim za ponedeljak, utorak, sredu i četvrtak) i petkom,
 - ponedeljkom i utorkom (iznosom potrenim za utorak, sredu, četvrtak i petak)
- ii. odnosno posmatramo zbir iznosa koji će biti podignut za tri dana i zbir iznosa za preostala dva dana. Bankomat punimo:
- ponedeljkom (iznosom potrebnim za ponedeljak, utorak i sredu) i četvrtkom (iznosom potrebnim za četvrtak i petak),
 - ponedeljkom (iznosom potrebnim za ponedeljak i utorak) i sredom (iznosom potrebnim za sredu, četvrtak i petak)

(e) Punjenje bankomata jedanput nedeljno

Na ovaj način troškovi transporta novca, kao i troškovi punjenja bankomata se svode na minimum, dok rastu troškovi "mrtvog novca". Gledano na nedeljnem nivou, potrebno je u ponedeljak bankomat napuniti iznosom koji je jednak zbiru predikcija po danima za tu nedelju.

2. Punjenje bankomata na mesečnom nivou:

U zavisnosti od lokacije bankomata, primećeno je da su iznosi podizanja novca na nekima od njih znatno niži u odnosu na druge, tako da ćemo razmotriti mogućnost ređeg punjenja bankomata imajući u vidu da iznos punjenja ne može da premaši pet, odnosno osam miliona dinara. Na ovaj način znatno ćemo smanjiti troškove transporta. Princip punjenja na mesečnom nivou je analogan onom na nedeljnem nivou, s tim da su sada iznosi punjenja suma predikcija po nedeljama, a na po danima kao što je to tamo bio slučaj.

(a) Punjenje bankomata jednom mesečno

(b) Punjenje bankomata dva puta mesečno

(c) Punjenje bankomata tri puta mesečno

(d) Punjenje bankomata četiri puta mesečno

(e) Punjenje bankomata pet puta mesečno(ako je u pitanju mesec koji ima pet nedelja)

Na ovaj način smo prošli kroz sve mogućnosti punjenja određenog bankomata. Sada nas zanima koja od njih je najbolja, tj. koja će imati najmanje troškove.

Da bismo dobili odgovor na to pitanje potrebno je izračunati ukupne troškove koji se javljaju za svaku od njih, i na kraju utvrditi koji raspored, odnosno broj punjenja nedeljno ih minimizira. Pored optimalnog rasporeda punjenja i njegovih troškova, takođe nas zanima koliko novca tom prilikom treba da stavimo u bankomat.

Dakle, za svaku od gore navedenih mogućnosti, u zavisnosti od broja punjenja bankomata na nedeljnem nivou, napravićemo algoritam koji računa minimalne ukupne troškove i koji daje odgovor na pitanje kojim danima i sa kojim iznosom je optimalno puniti bankomat. Nakon toga, posmatraćemo minimalnu vrednost svih rezultata koje smo dobili što će predstavljati optimalne troškove punjenja, a samim tim i rešenje matematičkog modela.

Poglavlje 4

Numerički rezultati

Nakon dobijenih predikcija u prethodnom poglavlju, dolazimo do najznačajnijeg dela ovog rada, tj. dela gde će biti predstavljeni dobijeni rezultati matemačkog modela. Kao što smo ranije naveli, imamo dve grupe podataka, samim tim i dve grupe predikcija, pa ćemo isto tako i ovde imati dve grupe rezultata. U ovom poglavlju ćemo uporediti praksu banke, tj. njen način punjenja i algoritam koji smo mi osmislili.

4.1 Rezultati dobijeni na osnovu predikcija 1

U ovom delu će biti prikazani rezultati za bankomate, gde smo predikciju podignutih iznosa u toku 2013. godine izračunali na osnovu istorijskih podataka za prethodne dve godine.

Na osnovu dobijenih predikcija, implementirajući naš algoritam u programski paket Matlab, dobili smo sledeće numeričke rezultate.

Analiza i plan punjenja sprovedeni su za osamnaest bankomata. Zajedničko za sve njih jeste da je maksimalan iznos novca koji se može staviti prilikom jednog punjenja 5 miliona dinara. Iznosi koji se podižu sa bankomata su različiti kako za različite dane u nedelji, odnosno u mesecu, tako i za različite bankomate, tako da smo plan punjenja u skladu sa tim pravili za svaki pojedinačni bankomat.

S obzirom na to, da se čitav program, koji nam kao rezultat vraća optimalni plan punjenja, zasniva na predviđenim iznosima koji će biti podignuti sa bankomata, jasno je da postoji realna mogućnost da iznos kojim napunimo bankomat za određeni vremenski period bude manji od onog koji se zaista podigne sa bankomata, što znači da bi bankomat ostao bez novca u periodu između dva planirana punjenja, ili pak sa druge strane da iznos premaši iznos sume realnih podizanja za taj vremenski period. U prvom slučaju, imajući u vidu da banka ima mogućnost da organizuje "hitno" punjenje, izbećićemo slučaj da bankomat ostane prazan, dok će u drugom slučaju doći do povećanja troška "mrtvog" novca.

Na Slici 4.1. su prikazani godišnji troškovi koje banka ima prilikom punjenja tri odabrana bankomata koje ćemo predstaviti u ovom delu rada, dok su na Slici 4.2. prikazani troškovi ukoliko se bankomati pune po našem algoritmu. Na Slici 4.3. su upoređeni troškovi za ova dva načina punjenja, gde se vidi da su naši ukupni troškovi punjenja ova tri bankomata na godišnjem nivou manji od bančinih ukupnih troškova.

Ukoliko se na godišnjem nivou punjenja organizuju u skladu sa našim algoritmom biće ih potrebno ukupno 47, što je za više od 50 % manje u odnosu na banku, koja organizuje 95 punjenja za ova tri bankomata. Ukupni troškovi punjenja za banku iznose 407,234.79 dinara, dok su za naš algoritam 295,060.52 dinara što znači da smo smanjili ukupne troškove za oko 28 %.

U dodatku na kraju rada biće dat detaljan prikaz iznosa podizanja po danima, kao i plan punjenja ovih bankomata.

Redni broj	Banka: suma podizanja	Banka: suma pražnjenja	Banka: suma punjenja	Banka: broj punjenja	Banka: trošak transporta	Banka: freez_cost	Banka: ukupni troškovi
1	59,813,761.22	18,892,239.68	78,000,000.00	45	112,050.00	27,796.98	139,846.98
2	30,924,500.00	5,974,000.00	35,500,000.00	21	157,500.00	19,599.95	177,099.95
3	35,825,500.00	9,476,500.00	43,600,000.00	29	68,730.00	21,557.86	90,287.86
UKUPNO	126,563,761.22	34,342,739.68	157,100,000.00	95	338,280.00	68,954.79	407,234.79

Slika 4.1: Banka: Prikaz troškova i broja punjenja

Redni broj	Algoritam: suma podizanja	Algoritam: suma pražnjenja	Algoritam: suma punjenja	Algoritam: broj punjenja	Algoritam: trošak transporta	Algoritam: freez_cost	Algoritam: ukupni troškovi
1	59,813,761.22	15,298,408.78	74,234,000.00	23	57,270.00	49,877.00	107,147.00
2	30,923,841.00	3,357,088.85	34,281,000.00	12	90,000.00	23,458.24	113,458.24
3	35,825,500.00	6,586,500.00	42,412,000.00	12	28,440.00	46,015.27	74,455.27
UKUPNO	126,563,102.22	25,241,997.63	150,927,000.00	47.00	175,710.00	119,350.52	295,060.52

Slika 4.2: Optimalni algoritam: Prikaz troškova i broja punjenja

Redni broj	Banka: broj punjenja	Algoritam: broj punjenja	Banka: ukupni troškovi	Algoritam: ukupni troškovi	Ušteda ukupno
1	45	23	139,846.98	107,147.00	32,699.98
2	21	12	177,099.95	113,458.24	63,641.71
3	29	12	90,287.86	74,455.27	15,832.59
UKUPNO	95	47	407,234.79	295,060.52	112,174.28

Slika 4.3: Poređenje troškova prilikom punjenja banke i našeg punjenja

4.2 Rezultati dobijeni na osnovu predikcija 2

U ovom delu će biti prikazani rezultati za bankomate, gde smo predikcije iznosa podizanja u toku aprila 2014. godine računali na osnovu istorijskih podataka za januar, februar i mart iste te godine.

Na osnovu dobijenih predikcija, implementirajući naš algoritam u programski paket Matlab, dobili smo sledeće numeričke rezultate.

U zavisnosti od lokacije, ukupan iznos podizanja sa bankomata varira - na prometnijim mestima podiže se više novca, dok je obrnut slučaj sa bankomatima gde ne cirkuliše puno ljudi, pa je u skladu sa tim bilo potrebno napraviti i različit plan i raspored punjenja za svaki od njih. S obzirom na to da se tražio odgovor na pitanje koliko često i sa koliko novca treba da punimo bankomate, optimalan plan punjenja bankomata je onaj koji će obezbediti da bankomati ne ostanu bez novca i da pri tome imamo što manje troškove koji se javljaju prilikom tog procesa.

Pod uslovom da imamo dobre predikcije, tj. da smo dobro predvideli koliko će novca biti podignuto u toku određenog dana, zaključili smo da zbog niskih troškova "mrtvog" novca u tom slučaju i sa druge strane generalno visokih troškova transporta i obrade novca, bolje je bankomate puniti što ređe. Maksimalan iznos novca, koji se može staviti u bankomat je osam miliona dinara, tako da je ovo ograničenje bilo presudan faktor prilikom pravljenja plana punjenja.

Bankomate kod kojih je suma predikcija podizanja na mesečnom nivou bila manja od osam miliona optimalno je napuniti jednom na početku meseca.

Međutim, ovakvih bankomata nije mnogo. Za ostale bankomate bilo je potrebno razmotriti veći broj punjenja na mesečnom nivou, pri čemu za neke od njih nije bilo dovoljno čak da punimo svake nedelje po jednom, odnosno četiri puta mesečno, pa smo morali da razmotrimo i punjenja na nedeljnog nivou. Jasno, ovo je uvećalo ukupne troškove, ali ujedno obezbedilo da bude zadovoljen primarni cilj, a to je da bankomati ne ostanu prazni, tj. da vrše funkciju zbog koje su i postavl-

jeni - omogućuju klijentima dostupan novac 24 časa dnevno. Ukoliko se i desi da za neki bankomat, usled loše predikcije, koja je uslovljena kratkim vremenskim periodom za koji smo dobili istorijske podatke (svega četiri meseca), postoji mogućnost da ostane prazan, s obzirom da banka uz pomoć online nadzora prati stanje novca u bankomatu, ona može u tom slučaju hitno da reaguje, pri čemu je potrebno da to vandredno punjenje organizovati tri dana unapred.

Na Slici 4.4. su prikazani troškovi za april mesec 2014. godine koje banka ima prilikom punjenja određenih bankomata koje ćemo predstaviti u ovom delu rada, dok su na Slici 4.5. prikazani troškovi ukoliko se bankomati pune po našem algoritmu. Na Slici 4.6. su upoređeni troškovi za ova dva načina punjenja, gde se jasno vidi da je naš algoritam bolji, jer imamo znatno manje troškove kako freezing cost-a, tako i troškova transporta - što je posledica dobrih predikcija iznosa novca koji će biti podignut kao i dobrog algoritma koji smanjuje broj punjenja bankomata.

Dakle, ukupni troškovi za ovih jedanaest prikazanih bankomata na osnovu našeg optimalnog plana punjenja su 206,691.98 dinara, što je za 172,024.71 dinara manje od bančinih troškova koji su iznosili 378,716.69 dinara, tj. uspeli smo da smanjimo ukupne troškove banke za oko 45 %. Ukupan broj punjenja, koja je potrebno organizovati kako bi se ovi bankomati napunili u toku aprila je, po našem algoritmu 22, dok je banka organizovala 37 punjenja. Isto tako, naš algoritam daje bolje rezultate i po pitanju ukupne količine novca koji je potrebno isprazniti iz bankomata prilikom punjenja, ukoliko plan organizujemo po našem algoritmu ukupna suma novca koji se zatekne u bankomatu je 17,796,500.00, što je znatno manje od 50,735,500.00 što predstavlja sumu pražnjenja na osnovu bančinog algoritma. Na ovaj iznos se računa freezing cost, pa je i to razlog zašto imamo manje ukupne troškove od banke.

U dodatku na kraju rada biće dat detaljan prikaz iznosa podizanja po danima, kao i plan punjenja ovih bankomata.

Redni broj	Banka: suma podizanja	Banka: suma praznjenja	Banka: suma punjenja	Banka: broj punjenja	Banka: trošak transporta	Banka: freez_cost	Banka: ukupni troškovi
1	5,728,500.00	1,472,500.00	6,750,000.00	2	5,704.88	3,013.42	8,718.30
2	3,139,500.00	3,103,000.00	7,000,000.00	4	38,048.00	6,383.73	44,431.73
3	7,892,500.00	3,139,500.00	12,000,000.00	2	17,114.64	13,935.23	31,049.87
4	20,658,000.00	6,147,000.00	24,000,000.00	4	16,982.40	9,738.67	26,721.07
5	3,975,500.00	2,256,500.00	5,500,000.00	4	38,048.00	4,389.49	42,437.49
6	4,314,000.00	2,918,000.00	8,000,000.00	4	38,048.00	5,988.89	44,036.89
7	17,681,500.00	6,831,500.00	24,000,000.00	4	31,983.52	10,841.58	42,825.10
8	8,182,000.00	9,819,000.00	18,000,000.00	3	24,934.20	21,457.73	46,391.93
9	13,058,500.00	10,344,500.00	24,000,000.00	4	32,572.80	18,038.75	50,611.55
10	10,467,500.00	1,852,000.00	12,000,000.00	4	11,762.40	3,266.56	15,028.96
11	13,231,000.00	2,852,000.00	12,000,000.00	2	20,541.28	5,922.52	26,463.80
UKUPNO	108,328,500.00	50,735,500.00	153,250,000.00	37	275,740.12	102,976.57	378,716.69

Slika 4.4: Banka: Prikaz troškova i broja punjenja

Redni broj	Algoritam: suma podizanja	Algoritam: suma praznjenja	Algoritam: suma punjenja	Algoritam: broj punjenja	Algoritam: trošak transporta	Algoritam: freez_cost	Algoritam: ukupni troškovi
1	5,728,500.00	1,500.00	5,730,000.00	1	2,852.44	9.78	2,862.22
2	3,139,500.00	283,500.00	3,423,000.00	1	9,512.00	1,848.58	11,360.58
3	7,892,500.00	1,283,500.00	9,176,000.00	2	17,114.64	5,778.02	22,892.66
4	20,658,000.00	5,075,000.00	25,733,000.00	4	16,982.40	8,272.95	25,255.35
5	3,975,500.00	228,500.00	4,204,000.00	1	9,512.00	1,487.34	10,999.34
6	4,314,000.00	685,000.00	4,999,000.00	1	9,512.00	4,466.58	13,978.58
7	17,681,500.00	2,870,500.00	20,552,000.00	4	31,983.52	4,333.70	36,317.22
8	8,182,000.00	1,246,000.00	9,428,000.00	2	16,622.80	3,736.27	20,359.07
9	13,058,500.00	1,425,500.00	14,484,000.00	2	16,286.40	4,647.52	20,933.92
10	10,467,500.00	2,401,500.00	12,869,000.00	2	5,881.20	7,829.55	13,710.75
11	13,231,000.00	2,296,000.00	15,527,000.00	2	20,541.28	7,481.02	28,022.30
UKUPNO	108,328,500.00	17,796,500.00	126,125,000.00	22	156,800.68	49,891.30	206,691.98

Slika 4.5: Optimalni algoritam: Prikaz troškova i broja punjenja

Redni broj	Banka: broj punjenja	Algoritam: broj punjenja	Banka: ukupni troškovi	Algoritam: ukupni troškovi	Ušteda transport i obrada	Ušteda freez_cost	Ušteda ukupno
1	2	1	8,718.30	2,862.22	2,852.44	3,003.64	5,856.08
2	4	1	44,431.73	11,360.58	28,536.00	4,535.16	33,071.16
3	2	2	31,049.87	22,892.66	0.00	8,157.21	8,157.21
4	4	4	26,721.07	25,255.35	0.00	1,465.73	1,465.73
5	4	1	42,437.49	10,999.34	28,536.00	2,902.16	31,438.16
6	4	1	44,036.89	13,978.58	28,536.00	1,522.32	30,058.32
7	4	4	42,825.10	36,317.22	0.00	6,507.88	6,507.88
8	3	2	46,391.93	20,359.07	8,311.40	17,721.45	26,032.85
9	4	2	50,611.55	20,933.92	16,286.40	13,391.23	29,677.63
10	4	2	15,028.96	13,710.75	5,881.20	-4,562.99	1,318.21
11	2	2	26,463.80	28,022.30	0.00	-1,558.50	-1,558.50
UKUPNO	37	22	378,716.69	206,691.98	118,939.44	53,085.27	172,024.71

Slika 4.6: Poređenje troškova prilikom punjenja banke i našeg punjenja

Poglavlje 5

Zaključak

Rezultat ovog istraživanja ukazuje na mogućnost poboljšanja sistema punjenja bankomata koji banka primenjuje u praksi. Preciznije, cilj ovog rada je bio da smanji ukupne troškove jedne lokalne banke prilikom snabdevanja bankomata sa gotovinom. Glavni zadatak je bio da pronađemo optimalnu ravnotežu između dva suprotna pristupa tako da bankomati dobiju dovoljnu količinu novca kako bi potrebe klijenata mogle biti zadovoljene. Filozofija prvog pristupa je da bankomate treba retko puniti sa velikim količinama novca, pri čemu se javljaju niski troškovi transporta, ali i visoki troškovi obrade i "mrtvog" novca. Nasuprot njemu, drugi pristup se zasniva na čestom snabdevanju bankomata sa malim količinama novca i kod njega se smanjuju troškovi obrade i "mrtvog" novca, dok se povećavaju troškovi transporta. Numerički eksperiment je fokusiran samo na transakcije na eksternim bankomatima. Za dobijanje predviđenih iznosa podizanja na svakom bankomatu korišćene su vremenske serije. Dobijeni rezultati su kasnije uključeni u model optimizacije i traženja optimalnog rasporeda punjenja. Konačan rezultat algoritma daje informacije kojim danima i sa koliko novca treba da punimo svaki od bankomata. Kako algoritam proverava svaku od mogućnosti punjenja, rezultat koji smo dobili predstavlja globalni minimalni trošak koji banka ima prilikom punjenja bankomata za određeni vremenski period. Računski je potvrđeno da ovakav pristup zaista minimizira trošove banke. Štaviše, rezultati nagoveštavaju da se ukupni troškovi banke mogu smanjiti i do 50 %.

Prikazani model optimizacije zanemaruje mogućnost punjenja bankomata u vidu petlje, odnosno da se prilikom jednog organizovanog transporta pune bankomati koji se nalaze na toj putanji. Ideja za dalja istraživanja je upravo da se predloženi model optimizacije proširi za punjenje vezanih bankomata.

Bitno je napomenuti da se predstavljeni model može uopštiti na bilo koji sistem u kojem postoje klijenti i jedan pružalac usluga pri čemu treba predvideti tražnju klijenata za određenim proizvodom ili uslugom i nakon toga optimizovati troškove koje ima pružalac usluga tako da on bude u stanju da odgovori na tu tražnju.

”Mathematics is a great motivator for all humans, because its career starts with ”zero” but it never end (infinity).”

Vignesh R.

Literatura

- [1] International Conference, ATMs and Cash Dispensers Central and Eastern Europe, Executive Summary for Participants, Retail Banking Research, London, 2012.
- [2] S. Obradović, D. Tešić, Đ. Milanović, A. Žorić, Đ. Perišić, Mreže ATM terminala u regionu srednje i istočne Evrope i Srbiji, IEEE Serbia and Montenegro COM CHAPTER and SECTION organize on the 20th, 21st, and 22nd November 2011, in the Sava Center, Belgrade, Serbia. 20th Telecommunications Forum TELFOR 2012. ISBN: 978
- [3] www.nbs.rs
- [4] F. Allen, A.M.Santomero, The theory of Financial intermediation, Journal of Banking and Finance, 1998., 21, pp. 1461-1485.
- [5] F. Allen, D. Gale, Financial intermediaries and markets, Econometrica, 2004., pp.1023-1061.
- [6] J. Garca Cabello, Cash efficiency for bank branches, SpringerPlus, 2013. 2:334.
- [7] J. Garca Cabello, An efficient Liquidity Management For ATMs, Aestimatio, the IEB international journal of finance, 2013.
- [8] P. Soares Esteves, P. M. M. Rodrigues Calendar Effects in daily ATM withdrawals, Working paper - Banco de Portugal, 2010.

- [9] R. Sullivan, A. Timmermann and H. White, Dangers of Data Mining: The case of calendar effects in Stock Returns, *Journal of Econometrics* 105, 2001., pp. 249–286.
- [10] V. Kamini, V. Ravi, A. Prinzie, D. Van den Poel, Cash Demand Forecasting in ATMs by Clustering and Neural Networks, Working paper - University of Ghent, 2013.
- [11] R. Simutis, D. Dilijonas, L. Bastina, Cash Demand Forecasting for ATM using Neural Networks and Support Vector Regression Algorithms, In Eu-
rOPT 2008: the 20th EURO Mini Conference "Continuous Optimization and Knowledge-Based Technologies", Neringa, Lithuania, Vilnius, May 2008., pp. 416-421, Selected papers, ISBN 978-9955-28-283-9
- [12] Box, G.E.P., G.M. Jenkins and G.C. Reinsel, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 4th Edn., Wiley, New York, 2008. .
- [13] E. Ghysels, D.R. Osborn, *The Econometric Analysis of Seasonal Time Series*. 1st Edn., Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [14] Wei, W.W.S., *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. 2nd Edn., Addison Wesley, New York, 2005.

Biografija



Tijana Stojančević je rođena 27.02.1991. u Somboru. Osnovnu školu "Dositej Obradović" je završila u Somboru, 2005. godine. Iste godine je upisala Gimnaziju "Veljko Petrović" u Somboru, prirodno - matematički smer, koju završava 2009. godine. Bila je đak generacije kako u osnovnoj, tako i u srednjoj školi, a proglašena je i za najboljeg maturanta grada Sombora. Po završetku gimnazije, 2009. godine, upisala je osnovne studije na Prirodno - matematičkom fakultetu u Novom Sadu, smer Primjenjena matematika, modul Matematika finansija, koje je završila 2012. godine, sa prosečnom ocenom 10,00. Potom je upisala master studije na Prirodno - matematičkom fakultetu u Novom Sadu na istom smeru. Položila je sve ispite predviđene nastavnim planom i programom master studija u junsrom roku 2014. godine, sa prosečnom ocenom 10,00. Od 2010. godine član je Privrednog srpskog drušva - Fondacije "Privrednik", stipendista grada Sombora, stipendista Fonda za stipendiranje i podsticanje napredovanja darovitih studenata i mladih naučnih radnika i umetnika Univerziteta u Novom Sadu (2012/13.) i stipendista Fonda za mlade talente Republike Srbije - Dositeja (2011/12. i 2013/14.). U okviru TEMPUS projekta "Visuality and Mathematics", provela je mesec dana u Gentu, Belgija. Bila je student prodekan Prirodno-matematičkog fakulteta (2012./13. i 2013./14.), kao i član Studentskog parlamenta PMF-a i Studentskog parlamenta Univerziteta u Novom Sadu, član Senata Univerziteta u Novom Sadu, član Odbora za kapitalne investicije i Odbora za finansije Saveta Univerziteta u Novom Sadu i član Komisije za akreditaciju.

Novi Sad, Septembar, 2014.

Tijana Stojančević

Dodatak

U tabelama ispod su prikazani rezultati za tri bankomata iz *grupe I* kod kojih smo prikazali plan punjenja za celu 2013. godinu i za jedanaest bankomata iz *grupe II*, kod kojih smo prikazali plan punjenja za april 2014. godine.

Za svaki od bankomata je u odgovarajućoj tabeli prvo prikazan način kako banka puni bankomate, zatim naš plan punjenja i na kraju korigovan plan punjenja ukoliko iznos punjenja nije bio dovoljan da zadovolji tražnju za novcem, pa bi bez te korekcije bankomat ostao prazan. Posle datuma kada su izvršene novčane transakcije, dati su realni iznosi podizanja po danima, a zatim za svaki od načina punjenja u jednoj koloni iznos pražnjenja bankomata, odnosno višak novac koji je zatečen u bankomatu na dan punjenja i u drugoj koloni iznos punjenja.

	Bankomat 1		Banka		Algoritam		Korigovan algoritam	
	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENje	PRAŽNjenje	PUNJENje	PRAŽNjenje	PUNJENje
JANUAR	pon	1/7/13	0			4,854,000		4,854,000
	uto	1/8/13	100,500					
	sre	1/9/13	86,500					
	čet	1/10/13	202,000					
	pet	1/11/13	430,500					
	pon	1/14/13	106,000					
	uto	1/15/13	244,500					
	sre	1/16/13	289,500					
	čet	1/17/13	176,000					
	pet	1/18/13	266,500	510,000	1,600,000			
	pon	1/21/13	302,500					
	uto	1/22/13	183,500					
	sre	1/23/13	143,500					
	čet	1/24/13	128,000					
	pet	1/25/13	500,000	579,500	1,600,000			
FEVRIJ	pon	1/28/13	154,000					
	uto	1/29/13	172,500					
	sre	1/30/13	289,000					
	čet	1/31/13	264,500					
	pet	2/1/13	587,000	91,000	1,600,000			
	pon	2/4/13	333,500			227,500	3,306,000	
	uto	2/5/13	357,500					
	sre	2/6/13	159,000					
	čet	2/7/13	126,000	328,500	1,600,000			
	pet	2/8/13	769,500					
	pon	2/11/13	314,500		-1,518,000	3,304,000		
	uto	2/12/13	138,500					
	sre	2/13/13	322,500	328,500	1,600,000			
	čet	2/14/13	155,000					
	pet	2/15/13	168,500					
	pon	2/18/13	122,500					
	uto	2/19/13	167,000					
	sre	2/20/13	149,500	602,000	1,600,000			
	čet	2/21/13	356,000					
	pet	2/22/13	275,500					
	pon	2/25/13	244,000		1,134,500	2,874,000	5,670	2,874,000
	uto	2/26/13	243,000					
	sre	2/27/13	247,500					

MART	čet	2/28/13	261,000	176,000	1,600,000		
	pet	3/1/13	229,500				
	pon	3/4/13	242,500				
	uto	3/5/13	264,500				
	sre	3/6/13	247,000				
	čet	3/7/13	455,000				
	pet	3/8/13	362,000	69,500	1,600,000		
	pon	3/11/13	252,000			78,000	3,068,000
	uto	3/12/13	290,500				
	sre	3/13/13	103,500				
	čet	3/14/13	496,500	229,000	1,600,000		
	pet	3/15/13	184,500				
	pon	3/18/13	117,000				
	uto	3/19/13	137,000				
	sre	3/20/13	150,500				
	čet	3/21/13	335,500				
	pet	3/22/13	222,500	383,000	1,600,000		
	pon	3/25/13	195,000			778,500	2,439,000
	uto	3/26/13	132,500				
	sre	3/27/13	187,000				
	čet	3/28/13	303,000				
	pet	3/29/13	71,000	539,500	1,600,000		
APRIL	pon	4/1/13	218,000				
	uto	4/2/13	133,000				
	sre	4/3/13	254,500				
	čet	4/4/13	623,500				
	pet	4/5/13	151,000				
	pon	4/8/13	144,500	27,000	1,600,000	170,500	3,113,000
	uto	4/9/13	444,000				
	sre	4/10/13	228,500	1,257,000	1,600,000		
	čet	4/11/13	193,500				
	pet	4/12/13	287,000				
	pon	4/15/13	250,000	616,500	1,600,000		
	uto	4/16/13	120,000				
	sre	4/17/13	147,500				
	čet	4/18/13	316,000				
	pet	4/19/13	232,000				
	pon	4/22/13	204,500	544,000	1,600,000	750,000	2,804,000
	uto	4/23/13	246,000				
	sre	4/24/13	254,000				
	čet	4/25/13	118,500				

MAJ	pet	4/26/13	188,500					
	pon	4/29/13	502,000	55,000	2,000,000			
	uto	4/30/13	25,500					
	sre	5/1/13	139,500					
	čet	5/2/13	118,500					
	pet	5/3/13	66,500					
	pon	5/6/13	334,000			940,500	3,111,000	940,500
	uto	5/7/13	118,500					
	sre	5/8/13	92,500					
	čet	5/9/13	0					
	pet	5/10/13	157,500	439,000	1,600,000			
	pon	5/13/13	147,000					
	uto	5/14/13	240,000					
	sre	5/15/13	200,000					
	čet	5/16/13	471,000					
	pet	5/17/13	187,500	247,500	1,600,000			
	pon	5/20/13	152,000			1,163,000	4,352,000	1,163,000
	uto	5/21/13	174,000					
	sre	5/22/13	137,000					
	čet	5/23/13	381,500					
	pet	5/24/13	227,000					
	pon	5/27/13	127,500	139,500	1,600,000			
	uto	5/28/13	189,000					
	sre	5/29/13	155,500					
	čet	5/30/13	561,500					
	pet	5/31/13	229,000					
JUN	pon	6/3/13	245,000	318,500	1,600,000			
	uto	6/4/13	262,500					
	sre	6/5/13	311,500					
	čet	6/6/13	296,000					
	pet	6/7/13	404,500	552,500	1,600,000			
	pon	6/10/13	324,000			498,500	3,255,000	498,500
	uto	6/11/13	116,500					
	sre	6/12/13	174,000					
	čet	6/13/13	397,500	475,000	1,600,000			
	pet	6/14/13	160,500					
	pon	6/17/13	245,000					
	uto	6/18/13	164,000					
	sre	6/19/13	211,000					
	čet	6/20/13	347,500	448,000	1,600,000			
	pet	6/21/13	145,500					

	pon	6/24/13	312,500		969,500	2,496,000	969,500	2,496,000
	uto	6/25/13	196,500					
	sre	6/26/13	199,500					
	čet	6/27/13	685,500					
	pet	6/28/13	254,500	89,500	1,600,000			
JUL	pon	7/1/13	303,000					
	uto	7/2/13	301,000					
	sre	7/3/13	111,000	456,000	1,600,000		243,500	3,340,000
	čet	7/4/13	439,000					
	pet	7/5/13	136,500					
	pon	7/8/13	33,500		-443,000	2,697,000		
	uto	7/9/13	80,500					
	sre	7/10/13	181,000	484,000	1,600,000			
	čet	7/11/13	384,500					
	pet	7/12/13	747,500					
AUGUST	pon	7/15/13	432,500					
	uto	7/16/13	200,000	222,000	1,600,000			
	sre	7/17/13	247,000					
	čet	7/18/13	157,500					
	pet	7/19/13	154,500					
	pon	7/22/13	334,000		78,500	3,891,000	35,000	3,891,000
	uto	7/23/13	216,500	523,500	1,600,000			
	sre	7/24/13	91,000	1,524,500	1,700,000			
	čet	7/25/13	97,500					
	pet	7/26/13	255,500					
	pon	7/29/13	321,000					
	uto	7/30/13	93,500					
	sre	7/31/13	191,000					
	čet	8/1/13	181,000	537,000	1,600,000			
	pet	8/2/13	166,000					
	pon	8/5/13	457,500		1,944,000	3,035,000	1,944,000	3,035,000
	uto	8/6/13	180,500					
	sre	8/7/13	123,000					
	čet	8/8/13	168,500					
	pet	8/9/13	134,000	381,000	1,800,000			
	pon	8/12/13	537,000					
	uto	8/13/13	183,000					
	sre	8/14/13	144,000					
	čet	8/15/13	144,000					
	pet	8/16/13	184,000					
	pon	8/19/13	473,500		779,500	2,659,000	779,500	2,659,000

SEPTEMBER	uto	8/20/13	95,500	44,500	1,800,000			
	sre	8/21/13	177,500					
	čet	8/22/13	186,000					
	pet	8/23/13	197,500					
	pon	8/26/13	270,000					
	uto	8/27/13	252,500	656,000	1,800,000			
	sre	8/28/13	138,500					
	čet	8/29/13	140,500					
	pet	8/30/13	141,500					
	pon	9/2/13	297,500			962,000	3,143,000	962,000
	uto	9/3/13	181,500					
	sre	9/4/13	177,500					
	čet	9/5/13	246,000					
	pet	9/6/13	217,000	261,000	1,800,000			
	pon	9/9/13	470,500					
	uto	9/10/13	165,500					
	sre	9/11/13	468,000					
	čet	9/12/13	210,500					
	pet	9/13/13	113,000	408,500	2,000,000			
	pon	9/16/13	399,000			596,000	2,765,000	596,000
OKTOBAR	uto	9/17/13	110,000					
	sre	9/18/13	69,000					
	čet	9/19/13	151,000					
	pet	9/20/13	149,500					
	pon	9/23/13	186,500					
	uto	9/24/13	128,000	436,500	2,000,000			
	sre	9/25/13	504,000					
	čet	9/26/13	60,500					
	pet	9/27/13	140,000					
	pon	9/30/13	324,000			867,500	3,002,000	867,500
	uto	10/1/13	206,000					
	sre	10/2/13	275,000					
	čet	10/3/13	195,000					
	pet	10/4/13	212,000	47,000	2,000,000			
	pon	10/7/13	400,500					
	uto	10/8/13	177,000					
	sre	10/9/13	488,500					
	čet	10/10/13	260,500					
	pet	10/11/13	136,500					
	pon	10/14/13	221,688	372,000	2,000,000	327,000	4,111,000	327,000
	uto	10/15/13	315,500					

	sre	10/16/13	302,500				
	čet	10/17/13	128,000				
	pet	10/18/13	136,500				
	pon	10/21/13	186,500				
	uto	10/22/13	140,500				
	sre	10/23/13	335,000				
	čet	10/24/13	245,500				
	pet	10/25/13	100,000	424,500	2,000,000		
	pon	10/28/13	116,000				
	uto	10/29/13	177,500				
	sre	10/30/13	536,000				
	čet	10/31/13	123,500				
	pet	11/1/13	104,000				
NOVEMBER	pon	11/4/13	101,000			942,312	2,885,000
	uto	11/5/13	161,500	180,500	2,300,000		
	sre	11/6/13	536,000				
	čet	11/7/13	224,500				
	pet	11/8/13	265,500				
	pon	11/11/13	133,000				
	uto	11/12/13	126,500				
	sre	11/13/13	637,000				
	čet	11/14/13	48,000				
	pet	11/15/13	302,500	536,000	2,000,000		
	pon	11/18/13	112,500			237,000	2,480,000
	uto	11/19/13	185,500				
	sre	11/20/13	449,000				
	čet	11/21/13	183,500				
	pet	11/22/13	177,500				
	pon	11/25/13	212,567				
	uto	11/26/13	133,500	228,000	2,000,000		
	sre	11/27/13	194,035				
	čet	11/28/13	315,000				
	pet	11/29/13	193,000				
DECEMBER	pon	12/2/13	201,175			323,898	3,526,000
	uto	12/3/13	170,500				
	sre	12/4/13	255,000				
	čet	12/5/13	223,000				
	pet	12/6/13	306,500	311,500	2,000,000		
	pon	12/9/13	220,500				
	uto	12/10/13	151,500				
	sre	12/11/13	108,500				

	čet	12/12/13	225,000					
	pet	12/13/13	260,000					
	pon	12/16/13	228,035	416,000	2,000,000	1,404,325	3,725,000	1,404,325
	uto	12/17/13	162,000					
	sre	12/18/13	332,000					
	čet	12/19/13	245,500					
	pet	12/20/13	156,500					
	pon	12/23/13	134,500					
	uto	12/24/13	108,000					
	sre	12/25/13	308,760	700,500	2,000,000			
	čet	12/26/13	134,000					
	pet	12/27/13	861,000	696,240		1,054,704		1,054,704
UKUPNO		59,813,761	18,892,240	78,000,000	14,038,739	73,589,000	15,298,409	74,234,000

Bankomat 2			Banka		Algoritam		Korigovan algoritam	
	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNjenje	PRAŽNjenje	PUNjenje	PRAŽNjenje	PUNjenje
	pon	1/7/13	15,000			1,806,000		1,806,000
JANUAR	uto	1/8/13	150,000					
	sre	1/9/13	98,500					
	čet	1/10/13	49,000					
	pet	1/11/13	93,500					
	pon	1/14/13	53,500					
	uto	1/15/13	26,000					
	sre	1/16/13	6,000					
	čet	1/17/13	99,500					
	pet	1/18/13	129,000	305,500	1,500,000			
	pon	1/21/13	94,000					
	uto	1/22/13	34,500					
	sre	1/23/13	44,500					
	čet	1/24/13	114,500					
	pet	1/25/13	235,000					
	pon	1/28/13	63,500					
FEVRIJAR	uto	1/29/13	53,000					
	sre	1/30/13	33,000					
	čet	1/31/13	132,000					
	pet	2/1/13	224,500					
	pon	2/4/13	28,500		57,500	2,510,000	57,500	2,510,000
	uto	2/5/13	87,000	431,000	1,500,000			
	sre	2/6/13	83,000					
	čet	2/7/13	60,500					
	pet	2/8/13	265,500					
	pon	2/11/13	85,500					
	uto	2/12/13	83,000					
	sre	2/13/13	122,000					
	čet	2/14/13	60,500					
	pet	2/15/13	291,000					
	pon	2/18/13	90,500					
	uto	2/19/13	45,000	279,500	1,500,000			
	sre	2/20/13	73,000					
	čet	2/21/13	55,000					
	pet	2/22/13	207,500					
	pon	2/25/13	76,500					
	uto	2/26/13	62,500					
	sre	2/27/13	86,500					

MART	čet	2/28/13	200,000				
				pet	3/1/13	227,000	
	pon	3/4/13	100,500			220,000	2,343,000
	uto	3/5/13	54,500				
	sre	3/6/13	80,000	282,500	1,500,000		
	čet	3/7/13	84,500				
	pet	3/8/13	322,500				
	pon	3/11/13	74,000				
	uto	3/12/13	75,000				
	sre	3/13/13	65,500				
	čet	3/14/13	60,000				
	pet	3/15/13	365,500				
	pon	3/18/13	52,500				
	uto	3/19/13	79,000				
	sre	3/20/13	47,000				
	čet	3/21/13	63,000				
	pet	3/22/13	315,000	146,000	1,500,000		
	pon	3/25/13	87,000				504,500
	uto	3/26/13	48,500				2,966,000
	sre	3/27/13	53,500				
	čet	3/28/13	84,500				
	pet	3/29/13	302,500				
APRIL	pon	4/1/13	95,000			-71,500	2,389,000
	uto	4/2/13	28,000				
	sre	4/3/13	83,000				
	čet	4/4/13	99,000				
	pet	4/5/13	284,500				
	pon	4/8/13	79,500				
	uto	4/9/13	112,500				
	sre	4/10/13	86,500				
	čet	4/11/13	55,000				
	pet	4/12/13	234,000				
	pon	4/15/13	105,000				
	uto	4/16/13	66,000				
	sre	4/17/13	66,000				
	čet	4/18/13	153,500				
	pet	4/19/13	193,000	225,000	1,500,000		
	pon	4/22/13	76,500				649,736
	uto	4/23/13	116,500				3,476,000
	sre	4/24/13	92,500				
	čet	4/25/13	110,000				
	pet	4/26/13	386,500				

MAJ	pon	4/29/13	135,000			-133,500	2,818,000
	uto	4/30/13	120,000	410,000	2,000,000		
	sre	5/1/13	68,500				
	čet	5/2/13	96,500				
	pet	5/3/13	178,500				
	pon	5/6/13	41,500				
	uto	5/7/13	102,000				
	sre	5/8/13	42,000				
	čet	5/9/13	177,500				
	pet	5/10/13	220,000				
	pon	5/13/13	109,500				
	uto	5/14/13	40,000				
	sre	5/15/13	112,500				
	čet	5/16/13	56,500				
	pet	5/17/13	195,000				
	pon	5/20/13	22,000				
	uto	5/21/13	30,500				
	sre	5/22/13	68,000				
	čet	5/23/13	35,000				
	pet	5/24/13	192,500	303,000	1,500,000		
JUN	pon	5/27/13	43,000				
	uto	5/28/13	58,500				
	sre	5/29/13	127,000				
	čet	5/30/13	57,000				
	pet	5/31/13	255,000				
	pon	6/3/13	75,500			234,500	2,630,000
	uto	6/4/13	94,500				
	sre	6/5/13	91,500				
	čet	6/6/13	86,500				
	pet	6/7/13	331,500				
	pon	6/10/13	90,000	83,500	1,500,000		
	uto	6/11/13	78,500				
	sre	6/12/13	18,000				
	čet	6/13/13	55,500				
	pet	6/14/13	341,000				
	pon	6/17/13	109,000				
	uto	6/18/13	132,000	747,000	1,500,000		
	sre	6/19/13	60,500				
	čet	6/20/13	77,500				
	pet	6/21/13	198,000				
	pon	6/24/13	158,000				
	uto	6/25/13	63,000				

JUL	sre	6/26/13	38,000				
	čet	6/27/13	103,500				
	pet	6/28/13	366,000				
	pon	7/1/13	131,000		62,000	3,883,000	62,000
	uto	7/2/13	177,500				
	sre	7/3/13	113,000	37,000	1,500,000		
	čet	7/4/13	107,000				
	pet	7/5/13	213,000				
	pon	7/8/13	111,000				
	uto	7/9/13	74,000				
	sre	7/10/13	103,500				
	čet	7/11/13	145,500				
	pet	7/12/13	251,000				
	pon	7/15/13	71,000				
	uto	7/16/13	91,500				
	sre	7/17/13	101,500	235,000	1,500,000		
	čet	7/18/13	80,500				
	pet	7/19/13	109,000				
	pon	7/22/13	26,000	1,218,500	1,500,000		
	uto	7/23/13	52,000				
	sre	7/24/13	122,000				
	čet	7/25/13	161,000				
	pet	7/26/13	365,000				
	pon	7/29/13	50,500				
	uto	7/30/13	99,500				
	sre	7/31/13	92,500				
	čet	8/1/13	204,500				
	pet	8/2/13	290,500				
AVGUST	pon	8/5/13	56,000	30,500	2,000,000	539,500	2,195,000
	uto	8/6/13	47,000				
	sre	8/7/13	81,000				
	čet	8/8/13	9,000				
	pet	8/9/13	139,000				
	pon	8/12/13	113,500				
	uto	8/13/13	60,000				
	sre	8/14/13	83,000				
	čet	8/15/13	66,500				
	pet	8/16/13	320,500				
	pon	8/19/13	106,500				
	uto	8/20/13	118,500				
	sre	8/21/13	90,000				
	čet	8/22/13	74,500				

SEPTEMBAR	pet	8/23/13	256,500				
	pon	8/26/13	102,000				
	uto	8/27/13	83,000				
	sre	8/28/13	69,000				
	čet	8/29/13	76,000	127,500	2,000,000		
	pet	8/30/13	247,500				
	pon	9/2/13	84,000		-4,000	2,445,000	-4,000
	uto	9/3/13	30,500				
	sre	9/4/13	90,500				
	čet	9/5/13	71,500				
	pet	9/6/13	348,000				
	pon	9/9/13	92,500				
	uto	9/10/13	141,000				
	sre	9/11/13	111,000				
	čet	9/12/13	105,000				
OKTOBAR	pet	9/13/13	258,500				
	pon	9/16/13	110,500				
	uto	9/17/13	54,500				
	sre	9/18/13	53,500	179,500	2,000,000		
	čet	9/19/13	145,000				
	pet	9/20/13	246,000				
	pon	9/23/13	114,000			503,000	4,009,000
	uto	9/24/13	80,000				
	sre	9/25/13	101,500				
	čet	9/26/13	94,000				
	pet	9/27/13	341,000				
	pon	9/30/13	237,000		-227,500	3,222,000	
	uto	10/1/13	51,000				
	sre	10/2/13	118,000				
	čet	10/3/13	124,500				
OKTOBAR	pet	10/4/13	415,500	188,500	2,000,000		
	pon	10/7/13	97,000				
	uto	10/8/13	45,500				
	sre	10/9/13	59,000				
	čet	10/10/13	119,000				
	pet	10/11/13	242,500				
	pon	10/14/13	119,000				
	uto	10/15/13	130,500				
	sre	10/16/13	84,000				
	čet	10/17/13	119,000				
	pet	10/18/13	206,000				
	pon	10/21/13	44,000				

NOVEMBER	uto	10/22/13	71,500				
	sre	10/23/13	66,000				
	čet	10/24/13	66,500	281,000	2,000,000		
	pet	10/25/13	270,500				
	pon	10/28/13	99,500				
	uto	10/29/13	94,000				
	sre	10/30/13	62,500				
	čet	10/31/13	101,500				
	pet	11/1/13	233,500				
	pon	11/4/13	170,500		-55,000	2,930,000	2,159 2,930,000
	uto	11/5/13	83,000				
	sre	11/6/13	182,500				
	čet	11/7/13	71,000				
	pet	11/8/13	291,000				
	pon	11/11/13	83,000				
	uto	11/12/13	112,500	178,000	2,000,000		
	sre	11/13/13	113,500				
	čet	11/14/13	37,000				
	pet	11/15/13	261,500				
	pon	11/18/13	69,000				
	uto	11/19/13	61,500				
	sre	11/20/13	155,500				
	čet	11/21/13	61,000				
	pet	11/22/13	197,500				
	pon	11/25/13	113,500				
	uto	11/26/13	129,500				
	sre	11/27/13	78,500				
	čet	11/28/13	76,000				
	pet	11/29/13	297,000				
DECEMBER	pon	12/2/13	65,500		285,500	3,088,000	285,500 3,088,000
	uto	12/3/13	64,500	163,000	2,000,000		
	sre	12/4/13	119,000				
	čet	12/5/13	116,500				
	pet	12/6/13	218,000				
	pon	12/9/13	110,000				
	uto	12/10/13	142,500				
	sre	12/11/13	67,000				
	čet	12/12/13	58,500				
	pet	12/13/13	181,000				
	pon	12/16/13	131,000				
	uto	12/17/13	163,000				
	sre	12/18/13	100,000				

	čet	12/19/13	61,000					
	pet	12/20/13	324,500					
	pon	12/23/13	101,000	122,500	1,500,000			
	uto	12/24/13	57,500					
	sre	12/25/13	153,500					
	čet	12/26/13	123,000					
	pet	12/27/13	304,000		427,000		427,000	
UKUPNO		30,924,500	5,974,000	35,500,000	1,334,500	32,259,000	3,357,089	34,281,000

	Bankomat 3		Banka		Algoritam		Korigovan algoritam	
	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENje	PRAŽNjenje	PUNJENje	PRAŽNjenje	PUNJENje
JANUAR	pon 1/7/13	26,000				2,733,000		2,733,000
	uto 1/8/13	125,500						
	sre 1/9/13	86,500						
	čet 1/10/13	189,000						
	pet 1/11/13	263,500						
	pon 1/14/13	42,500						
	uto 1/15/13	116,500	514,500	1,500,000				
	sre 1/16/13	124,000						
	čet 1/17/13	12,500						
	pet 1/18/13	224,500						
	pon 1/21/13	63,500						
	uto 1/22/13	134,000						
	sre 1/23/13	23,000						
	čet 1/24/13	118,500						
	pet 1/25/13	208,000						
	pon 1/28/13	107,500						
	uto 1/29/13	67,000	368,000	1,500,000				
	sre 1/30/13	125,000						
	čet 1/31/13	95,000						
	pet 2/1/13	251,000						
FEBRUAR	pon 2/4/13	142,000			330,000	3,248,000	330,000	3,248,000
	uto 2/5/13	91,500						
	sre 2/6/13	69,500						
	čet 2/7/13	42,000						
	pet 2/8/13	324,000						
	pon 2/11/13	84,000						
	uto 2/12/13	173,500						
	sre 2/13/13	62,000	216,500	1,500,000				
	čet 2/14/13	225,500						
	pet 2/15/13	165,000						
	pon 2/18/13	60,000						
	uto 2/19/13	74,000						
	sre 2/20/13	101,000						
	čet 2/21/13	64,500						
	pet 2/22/13	279,000						

MART	čet	2/28/13	135,500				
	pet	3/1/13	187,500				
	pon	3/4/13	60,500		680,000	3,322,000	680,000 3,322,000
	uto	3/5/13	194,000				
	sre	3/6/13	256,000				
	čet	3/7/13	251,500				
	pet	3/8/13	378,500				
	pon	3/11/13	177,500	13,500	1,500,000		
	uto	3/12/13	98,500				
	sre	3/13/13	139,500				
	čet	3/14/13	131,000				
	pet	3/15/13	350,500				
	pon	3/18/13	82,000				
	uto	3/19/13	87,000				
	sre	3/20/13	88,000				
	čet	3/21/13	124,000				
	pet	3/22/13	276,000				
	pon	3/25/13	79,500	180,000	1,500,000		
	uto	3/26/13	38,500				
	sre	3/27/13	80,000				
	čet	3/28/13	106,000				
	pet	3/29/13	236,000				
APRIL	pon	4/1/13	173,500		87,500	3,223,000	87,500 3,223,000
	uto	4/2/13	45,000				
	sre	4/3/13	57,000				
	čet	4/4/13	69,500				
	pet	4/5/13	255,000				
	pon	4/8/13	36,500	358,500	1,500,000		
	uto	4/9/13	140,000				
	sre	4/10/13	306,000				
	čet	4/11/13	125,000				
	pet	4/12/13	176,000				
	pon	4/15/13	80,500				
	uto	4/16/13	163,000				
	sre	4/17/13	105,000				
	čet	4/18/13	52,500				
	pet	4/19/13	368,000	287,500	1,500,000		
	pon	4/22/13	110,500				
	uto	4/23/13	104,000				
	sre	4/24/13	129,500				
	čet	4/25/13	45,500				

	pet	4/26/13	112,500				
MAJ	pon	4/29/13	59,000		568,500	4,256,000	568,500 4,256,000
	uto	4/30/13	112,000	562,000	1,800,000		
	sre	5/1/13	20,000				
	čet	5/2/13	18,500				
	pet	5/3/13	109,000				
	pon	5/6/13	45,000				
	uto	5/7/13	189,000				
	sre	5/8/13	78,000				
	čet	5/9/13	165,000				
	pet	5/10/13	332,500				
	pon	5/13/13	117,000				
	uto	5/14/13	76,500				
	sre	5/15/13	233,500				
	čet	5/16/13	93,000				
	pet	5/17/13	315,500	141,000	1,500,000		
	pon	5/20/13	49,000				
	uto	5/21/13	118,500				
	sre	5/22/13	125,500				
	čet	5/23/13	117,500				
	pet	5/24/13	348,500				
	pon	5/27/13	158,000				
	uto	5/28/13	110,500				
	sre	5/29/13	60,000	224,500	1,500,000		
	čet	5/30/13	155,000				
	pet	5/31/13	266,500				
JUN	pon	6/3/13	65,500	1,014,500	1,500,000	783,500	3,092,000
	uto	6/4/13	74,500				
	sre	6/5/13	75,000				
	čet	6/6/13	137,000				
	pet	6/7/13	199,000				
	pon	6/10/13	244,000				
	uto	6/11/13	184,500				
	sre	6/12/13	39,500				
	čet	6/13/13	114,500	492,500	1,500,000		
	pet	6/14/13	357,000				
	pon	6/17/13	108,000				
	uto	6/18/13	191,500				
	sre	6/19/13	89,000				
	čet	6/20/13	121,000				
	pet	6/21/13	224,000				

JUL	pon	6/24/13	139,500	242,500	1,500,000		
	uto	6/25/13	111,500				
	sre	6/26/13	96,000				
	čet	6/27/13	152,500				
	pet	6/28/13	242,000				
	pon	7/1/13	35,000		126,500	4,162,000	126,500
	uto	7/2/13	100,500				
	sre	7/3/13	36,500				
	čet	7/4/13	19,500				
	pet	7/5/13	248,500				
	pon	7/8/13	80,500				
	uto	7/9/13	77,000				
	sre	7/10/13	182,000	163,500	1,500,000		
	čet	7/11/13	148,500				
	pet	7/12/13	256,000				
	pon	7/15/13	224,000				
	uto	7/16/13	141,000				
	sre	7/17/13	193,500				
	čet	7/18/13	174,500				
	pet	7/19/13	242,500	254,500	1,500,000		
AVGUST	pon	7/22/13	85,500				
	uto	7/23/13	156,500				
	sre	7/24/13	48,000				
	čet	7/25/13	181,000				
	pet	7/26/13	359,500				
	pon	7/29/13	199,000				
	uto	7/30/13	106,500	162,500	1,500,000		
	sre	7/31/13	131,500				
	čet	8/1/13	163,000				
	pet	8/2/13	250,500				
	pon	8/5/13	137,500		321,500	3,394,000	321,500
	uto	8/6/13	125,500				
	sre	8/7/13	38,500				
	čet	8/8/13	47,000				
	pet	8/9/13	559,000				
	pon	8/12/13	103,000	5,500	1,500,000		
	uto	8/13/13	108,500				
	sre	8/14/13	167,000				
	čet	8/15/13	259,000				
	pet	8/16/13	254,000				
	pon	8/19/13	93,000				

SEPTEMBER	uto	8/20/13	104,000				
	sre	8/21/13	128,500				
	čet	8/22/13	104,500				
	pet	8/23/13	245,500	119,500	1,500,000		
	pon	8/26/13	101,000				
	uto	8/27/13	142,000				
	sre	8/28/13	52,000				
	čet	8/29/13	28,000				
	pet	8/30/13	285,000				
	pon	9/2/13	199,000		311,500	3,279,000	311,500 3,279,000
OKTOBAR	uto	9/3/13	167,500				
	sre	9/4/13	80,000				
	čet	9/5/13	117,000	182,500	1,500,000		
	pet	9/6/13	326,000				
	pon	9/9/13	136,000				
	uto	9/10/13	256,000				
	sre	9/11/13	159,000				
	čet	9/12/13	61,000				
	pet	9/13/13	237,000	475,500	1,500,000		
	pon	9/16/13	224,500				
	uto	9/17/13	156,500				
	sre	9/18/13	118,000				
	čet	9/19/13	142,500				
	pet	9/20/13	241,500				
	pon	9/23/13	75,500			657,500	5,248,000
NOVEMBAR	uto	9/24/13	101,500				
	sre	9/25/13	161,500	189,000	1,500,000		
	čet	9/26/13	87,000				
	pet	9/27/13	460,500				
	pon	9/30/13	155,000		-228,500	4,048,000	
	uto	10/1/13	96,500				
	sre	10/2/13	91,000				
	čet	10/3/13	14,500				
	pet	10/4/13	214,500				
	pon	10/7/13	110,500	293,000	1,500,000		
DECEMBAR	uto	10/8/13	20,500				
	sre	10/9/13	96,500				
	čet	10/10/13	198,000				
	pet	10/11/13	217,500				
	pon	10/14/13	62,500				
	uto	10/15/13	174,000				

	sre	10/16/13	135,500				
	čet	10/17/13	96,000				
	pet	10/18/13	164,500				
	pon	10/21/13	58,000	209,000	1,500,000		
	uto	10/22/13	84,500				
	sre	10/23/13	56,500				
	čet	10/24/13	82,000				
	pet	10/25/13	259,000				
	pon	10/28/13	105,500				
	uto	10/29/13	157,000				
	sre	10/30/13	158,500				
	čet	10/31/13	124,000				
	pet	11/1/13	185,000	403,000	1,500,000		
NOVEMBER	pon	11/4/13	85,000			931,000	3,069,000
	uto	11/5/13	51,000				
	sre	11/6/13	133,500				
	čet	11/7/13	65,500				
	pet	11/8/13	400,500				
	pon	11/11/13	40,000				
	uto	11/12/13	118,000				
	sre	11/13/13	87,000				
	čet	11/14/13	127,500				
	pet	11/15/13	330,000	185,000	1,500,000		
DECEMBER	pon	11/18/13	62,500				
	uto	11/19/13	60,500				
	sre	11/20/13	142,000				
	čet	11/21/13	76,500				
	pet	11/22/13	236,500				
	pon	11/25/13	135,000				
	uto	11/26/13	67,500				
	sre	11/27/13	27,000				
	čet	11/28/13	59,500				
	pet	11/29/13	284,500	307,500	1,500,000		
	pon	12/2/13	41,000			479,500	3,386,000
	uto	12/3/13	76,500				
	sre	12/4/13	91,000				
	čet	12/5/13	48,000				
	pet	12/6/13	241,500				
	pon	12/9/13	108,500				
	uto	12/10/13	212,000				
	sre	12/11/13	51,500				

	čet	12/12/13	78,000					
	pet	12/13/13	242,500	304,500	1,500,000			
	pon	12/16/13	169,000					
	uto	12/17/13	72,000					
	sre	12/18/13	124,500					
	čet	12/19/13	65,500					
	pet	12/20/13	159,000					
	pon	12/23/13	52,000					
	uto	12/24/13	86,000					
	sre	12/25/13	171,000	525,500	1,300,000			
	čet	12/26/13	114,000					
	pet	12/27/13	187,000	828,000		995,500		995,500
UKUPNO		35,825,500	9,476,500	43,600,000	5,386,500	41,212,000	6,586,500	42,412,000

	Bankomat 1	Banka		Algoritam	
	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENJE	PRAŽNjenje
	pon 3/31/14	107,000			6,867,000
	uto 4/1/14	75,500	1,140,000	3,000,000	
	sre 4/2/14	164,000			
	čet 4/3/14	503,500			
	pet 4/4/14	591,000			
	sub 4/5/14	310,500			
	ned 4/6/14	52,500			
APRIL	pon 4/7/14	136,000			
	uto 4/8/14	208,000			
	sre 4/9/14	176,000			
	čet 4/10/14	295,500			
	pet 4/11/14	309,000	332,500	3,750,000	
	sub 4/12/14	95,000			
	ned 4/13/14	12,000			
	pon 4/14/14	99,500			
	uto 4/15/14	125,000			
	sre 4/16/14	187,500			
	čet 4/17/14	643,500			
	pet 4/18/14	387,000			
	sub 4/19/14	75,000			
	ned 4/20/14	31,000			
	pon 4/21/14	98,500			
	uto 4/22/14	159,500			
	sre 4/23/14	182,000			
	čet 4/24/14	252,500			
	pet 4/25/14	295,500			
	sub 4/26/14	106,500			
	ned 4/27/14	50,000	641,000		1,138,500
UKUPNO		5,728,500	2,113,500	6,750,000	1,138,500
					6,867,000

	Bankomat 2	Banka	Algoritam		
	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENJE	PRAŽNjenje
	pon 3/31/14	24,000			3,423,000
	uto 4/1/14	131,500			
	sre 4/2/14	220,000			
	čet 4/3/14	119,500			
	pet 4/4/14	126,500	658,500	1,500,000	
	sub 4/5/14	101,500			
	ned 4/6/14	30,500			
APRIL	pon 4/7/14	43,000			
	uto 4/8/14	288,000			
	sre 4/9/14	104,000			
	čet 4/10/14	170,500			
	pet 4/11/14	183,500	610,500	1,500,000	
	sub 4/12/14	97,000			
	ned 4/13/14	20,500			
	pon 4/14/14	49,000			
	uto 4/15/14	185,500			
	sre 4/16/14	164,500			
	čet 4/17/14	176,000	832,500	2,000,000	
	pet 4/18/14	160,000			
	sub 4/19/14	59,500			
	ned 4/20/14	35,000			
	pon 4/21/14	15,000			
	uto 4/22/14	19,500			
	sre 4/23/14	35,000			
	čet 4/24/14	87,500			
	pet 4/25/14	143,500	1,001,500	2,000,000	
	sub 4/26/14	254,000			
	ned 4/27/14	95,500	1,507,000		283,500
UKUPNO		3,139,500	4,610,000	7,000,000	283,500
					3,423,000

	Bankomat 3	Banka	Algoritam		
APRIL	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENJE	PRAŽNjenje
	pon 3/31/14	104,000			1,765,000
	uto 4/1/14	283,500			
	sre 4/2/14	199,000			
	čet 4/3/14	291,000	408,000	6,000,000	
	pet 4/4/14	245,000			
	sub 4/5/14	388,000			
	ned 4/6/14	101,500			
	pon 4/7/14	169,000		153,000	7,411,000
	uto 4/8/14	320,000			
	sre 4/9/14	105,000			
	čet 4/10/14	657,500			
	pet 4/11/14	483,500			
	sub 4/12/14	297,000			
	ned 4/13/14	80,000			
	pon 4/14/14	156,000			
	uto 4/15/14	337,000	2,731,500	6,000,000	
	sre 4/16/14	364,000			
	čet 4/17/14	444,500			
	pet 4/18/14	480,500			
	sub 4/19/14	287,000			
	ned 4/20/14	88,500			
	pon 4/21/14	53,000			
	uto 4/22/14	111,500			
	sre 4/23/14	259,000			
	čet 4/24/14	154,000			
	pet 4/25/14	649,500			
	sub 4/26/14	700,000			
	ned 4/27/14	84,000	1,987,500		1,130,500
UKUPNO		7,892,500	5,127,000	12,000,000	1,283,500
					9,176,000

	Bankomat 4	Banka	Algoritam		
APRIL	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENJE	PRAŽNjenje
	pon 3/31/14	233,000			4,544,000
	uto 4/1/14	579,500			
	sre 4/2/14	380,000			
	čet 4/3/14	369,500			
	pet 4/4/14	1,408,000			
	sub 4/5/14	957,000			
	ned 4/6/14	323,500			
	pon 4/7/14	213,500	393,500	6,000,000	293,500
	uto 4/8/14	583,500			8,000,000
	sre 4/9/14	487,000			
	čet 4/10/14	1,944,500			
	pet 4/11/14	1,471,000	1,333,500	6,000,000	
	sub 4/12/14	1,014,000			
	ned 4/13/14	271,500			
	pon 4/14/14	349,000			2,015,000
	uto 4/15/14	635,000			5,259,000
	sre 4/16/14	879,500	2,941,000	6,000,000	
	čet 4/17/14	1,294,000			
	pet 4/18/14	1,204,000			
	sub 4/19/14	491,000			
	ned 4/20/14	310,500			
	pon 4/21/14	98,500			96,000
	uto 4/22/14	214,500			7,930,000
	sre 4/23/14	411,500			
	čet 4/24/14	522,000	1,479,000	6,000,000	
	pet 4/25/14	2,222,000			
	sub 4/26/14	1,325,000			
	ned 4/27/14	466,000	1,465,000		2,670,500
UKUPNO		20,658,000	7,612,000	24,000,000	5,075,000
					25,733,000

	Bankomat 5	Banka	Algoritam		
	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNJENJE	PUNJENJE	PRAŽNJENJE
APRIL	pon 3/31/14	89,500			4,204,000
	uto 4/1/14	93,000			
	sre 4/2/14	121,000			
	čet 4/3/14	192,000			
	pet 4/4/14	138,500	670,000	1,500,000	
	sub 4/5/14	121,500			
	ned 4/6/14	164,000			
	pon 4/7/14	246,500			
	uto 4/8/14	93,000			
	sre 4/9/14	54,000			
	čet 4/10/14	101,000			
	pet 4/11/14	157,000	580,000	1,500,000	
	sub 4/12/14	251,000			
	ned 4/13/14	136,500			
	pon 4/14/14	267,000			
	uto 4/15/14	22,000			
	sre 4/16/14	136,500			
	čet 4/17/14	98,500	578,500	2,000,000	
	pet 4/18/14	241,500			
	sub 4/19/14	174,500			
	ned 4/20/14	61,500			
	pon 4/21/14	8,000			
	uto 4/22/14	177,000			
	sre 4/23/14	147,000			
	čet 4/24/14	85,500			
	pet 4/25/14	101,500	428,000	2,000,000	
	sub 4/26/14	245,500			
	ned 4/27/14	251,000	1,402,000		228,500
UKUPNO		3,975,500	3,658,500	7,000,000	228,500
					4,204,000

	Bankomat 6	Banka	Algoritam		
	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNJENJE	PUNJENJE	PRAŽNJENJE
					PUNJENJE
	pon 3/31/14	73,000			5,999,000
	uto 4/1/14	95,500			
	sre 4/2/14	101,000			
	čet 4/3/14	154,500			
	pet 4/4/14	164,000	683,500	2,000,000	
	sub 4/5/14	189,500			
	ned 4/6/14	29,000			
APRIL	pon 4/7/14	40,000			
	uto 4/8/14	183,500			
	sre 4/9/14	196,500			
	čet 4/10/14	498,000			
	pet 4/11/14	39,000	846,500	1,500,000	
	sub 4/12/14	227,000			
	ned 4/13/14	48,000			
	pon 4/14/14	59,000			
	uto 4/15/14	176,500			
	sre 4/16/14	227,500			
	čet 4/17/14	277,500	537,000	2,000,000	
	pet 4/18/14	264,500			
	sub 4/19/14	103,000			
	ned 4/20/14	99,500			
	pon 4/21/14	18,000			
	uto 4/22/14	30,500			
	sre 4/23/14	87,500			
	čet 4/24/14	91,000			
	pet 4/25/14	462,000	851,000	2,500,000	
	sub 4/26/14	310,500			
	ned 4/27/14	68,500	1,659,000		1,685,000
UKUPNO		4,314,000	4,577,000	8,000,000	1,685,000
					5,999,000

	Bankomat 7	Banka	Algoritam		
APRIL	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENJE	PRAŽNjenje
	pon 3/31/14	217,500			3,387,000
	uto 4/1/14	426,500			
	sre 4/2/14	473,000			
	čet 4/3/14	424,500	1,871,500	6,000,000	
	pet 4/4/14	507,500			
	sub 4/5/14	1,061,500			
	ned 4/6/14	189,000			
	pon 4/7/14	409,000		87,500	7,337,000
	uto 4/8/14	640,000	3,117,000	6,000,000	
	sre 4/9/14	966,000			
	čet 4/10/14	1,889,000			
	pet 4/11/14	1,116,000			
	sub 4/12/14	1,456,000			
	ned 4/13/14	265,500			
	pon 4/14/14	264,000		595,500	3,738,000
	uto 4/15/14	153,500	9,000	6,000,000	
	sre 4/16/14	755,500			
	čet 4/17/14	689,000			
	pet 4/18/14	645,500			
	sub 4/19/14	418,000			
	ned 4/20/14	103,500			
	pon 4/21/14	111,000		709,000	6,090,000
	uto 4/22/14	386,000			
	sre 4/23/14	419,500			
	čet 4/24/14	592,500	1,834,000	6,000,000	
	pet 4/25/14	2,006,500			
	sub 4/26/14	960,500			
	ned 4/27/14	135,500	2,305,000		1,478,500
UKUPNO		17,681,500	9,136,500	24,000,000	2,870,500
					20,552,000

	Bankomat 8	Banka	Algoritam		
APRIL	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENJE	PRAŽNjenje
	pon 3/31/14	118,000			6,671,000
	uto 4/1/14	107,000			
	sre 4/2/14	220,500			
	čet 4/3/14	156,500			
	pet 4/4/14	462,000			
	sub 4/5/14	599,500			
	ned 4/6/14	118,000			
	pon 4/7/14	130,000			
	uto 4/8/14	338,000	2,415,000	6,000,000	
	sre 4/9/14	261,500			
	čet 4/10/14	808,500			
	pet 4/11/14	560,000			
	sub 4/12/14	280,500			
	ned 4/13/14	132,500			
	pon 4/14/14	110,500			
	uto 4/15/14	218,500	3,633,000	6,000,000	
	sre 4/16/14	81,500			
	čet 4/17/14	449,500			
	pet 4/18/14	632,000			
	sub 4/19/14	264,000			
	ned 4/20/14	99,500			
	pon 4/21/14	132,500		523,000	2,757,000
	uto 4/22/14	205,000			
	sre 4/23/14	180,500			
	čet 4/24/14	188,000	3,771,000	6,000,000	
	pet 4/25/14	643,500			
	sub 4/26/14	537,500			
	ned 4/27/14	147,000	4,484,000		723,000
UKUPNO		8,182,000	14,303,000	18,000,000	1,246,000
					9,428,000

	Bankomat 9	Banka	Algoritam		
	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENJE	PRAŽNjenje
					PUNJENJE
pon	3/31/14	162,000			8,000,000
uto	4/1/14	320,500			
sre	4/2/14	220,000			
čet	4/3/14	1,280,500	1,874,500	6,000,000	
pet	4/4/14	1,081,000			
sub	4/5/14	402,500			
ned	4/6/14	104,500			
pon	4/7/14	134,500			
uto	4/8/14	299,500	3,859,000	6,000,000	
sre	4/9/14	276,500			
čet	4/10/14	1,078,000			
pet	4/11/14	804,500			
sub	4/12/14	421,500			
ned	4/13/14	39,000			
pon	4/14/14	227,500		1,375,500	8,000,000
uto	4/15/14	251,500	2,895,500	6,000,000	
sre	4/16/14	319,500			
čet	4/17/14	1,971,500			
pet	4/18/14	1,036,500			
sub	4/19/14	218,500			
ned	4/20/14	48,000			
pon	4/21/14	37,000			
uto	4/22/14	226,500			
sre	4/23/14	306,000			
čet	4/24/14	129,000	1,715,500	6,000,000	
pet	4/25/14	1,256,500			
sub	4/26/14	290,500			
ned	4/27/14	115,500	4,208,500		1,566,000
UKUPNO		13,058,500	14,553,000	24,000,000	2,941,500
					16,000,000

APRIL

	Bankomat 10	Banka	Algoritam		
APRIL	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENJE	PRAŽNjenje
	pon 3/31/14	118,000			6,200,000
	uto 4/1/14	314,000			
	sre 4/2/14	325,500			
	čet 4/3/14	298,500			
	pet 4/4/14	215,000	475,000	3,000,000	
	sub 4/5/14	815,500			
	ned 4/6/14	162,000			
	pon 4/7/14	265,000			
	uto 4/8/14	470,500			
	sre 4/9/14	229,000			
	čet 4/10/14	988,500	6,000	3,000,000	
	pet 4/11/14	192,500			
	sub 4/12/14	531,000			
	ned 4/13/14	147,500			
	pon 4/14/14	216,000		1,127,500	6,669,000
	uto 4/15/14	194,500			
	sre 4/16/14	260,000			
	čet 4/17/14	351,500	1,129,500	3,000,000	
	pet 4/18/14	329,500			
	sub 4/19/14	234,500			
	ned 4/20/14	94,000			
	pon 4/21/14	158,000			
	uto 4/22/14	176,000			
	sre 4/23/14	529,000			
	čet 4/24/14	442,500			
	pet 4/25/14	896,000	241,500	3,000,000	
	sub 4/26/14	1,290,000			
	ned 4/27/14	223,500	590,500		1,274,000
UKUPNO		10,467,500	2,442,500	12,000,000	2,401,500
					12,869,000

	Bankomat 11	Banka	Algoritam		
	DATUM	PODIZANJE	PRAŽNjenje	PUNJENJE	PRAŽNjenje
APRIL	pon 3/31/14	79,000			7,712,000
	uto 4/1/14	252,500			
	sre 4/2/14	317,500			
	čet 4/3/14	354,500			
	pet 4/4/14	245,500			
	sub 4/5/14	930,500			
	ned 4/6/14	179,000			
	pon 4/7/14	244,000			
	uto 4/8/14	597,000			
	sre 4/9/14	306,000	1,272,000	6,000,000	
	čet 4/10/14	1,665,000			
	pet 4/11/14	768,000			
	sub 4/12/14	452,000			
	ned 4/13/14	259,000			
	pon 4/14/14	134,500		1,062,500	7,815,000
	uto 4/15/14	317,000			
	sre 4/16/14	578,000			
	čet 4/17/14	679,500	1,132,000	6,000,000	
	pet 4/18/14	743,000			
	sub 4/19/14	265,000			
	ned 4/20/14	179,500			
	pon 4/21/14	99,000			
	uto 4/22/14	285,500			
	sre 4/23/14	231,000			
	čet 4/24/14	184,000			
	pet 4/25/14	1,663,500			
	sub 4/26/14	887,000			
	ned 4/27/14	335,000	448,000		1,233,500
UKUPNO		13,231,000	2,852,000	12,000,000	2,296,000
					15,527,000

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada: Završni rad

VR

Autor: Tijana Stojančećić

AU

Mentor: dr Nataša Krejić

MN

Naslov rada: Matematički model punjenja bankomata

NR

Jezik publikacije: srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda: s / e

JI

Zemlja publikovanja: Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2014

GO

Izdavač: Autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: Novi Sad, Departman za matematiku i informatiku, Prirodno–matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovića 4

MA

Fizički opis rada: (4, 89, 30, 3, 22, 0, 0)

FO

Naučna oblast: Matematika

NO

Naučna disciplina: Stohastička optimizacija, matematičko modeliranje

ND

Predmetna odrednica/Ključne reči: optimizacija, matematičko modeliranje, bankomati

PO

UDK:

Čuva se: Biblioteka Departmana za matematiku i informatiku Prirodnno–matematičkog fakulteta
Univerziteta u Novom Sadu

ČU

Važna napomena:

VN

Izvod:

IZ

U okviru ovog rada posmatraće se matematički model punjenja bankomata, odnosno problem optimizacije troškova koji se javljaju prilikom tog procesa. Cilj rada je da se napravi algoritam koji će za date predikcije dati odgovor kako i koliko često treba da se pune bankomati, tako da imamo najmanje troškove. Prvo je data analiza istorijskih podataka koji su dobijeni od jedne lokalne banke, zatim su na osnovu tih podataka sračunate predikcije iznosa podizanja novca sa bankomata i na kraju su implementirane u matematički model. Naime, potrebno je zadovoljiti potrebe klijenata, odnosno napraviti dobru predikciju koliko novca treba staviti u bankomat za određeni vremenski period kako se on ne bi ispraznio do narednog punjenja i isto tako napraviti algoritam koji određuje koliko često bankomati treba da se pune. Matematički model je zasnovan na nepoznatoj tražnji za novcem koja se modelira kao slučajna promenljiva, te su se u rešavanju problema primenjivale metode stohastičke optimizacije. Rezultati su dobijeni rešavanjem matematičkog modela i upoređeni su sa praksom u lokalnoj banci, pri čemu su sva modeliranja zasnovana na realnim istorijskim podacima iste lokalne banke. Na kraju rada nalazi se dodatak, gde je dat detaljan prikaz plana punjenja za određene bankomate.

Datum prihvatanja teme od strane NN veća:

DP 30.5.2014.

Datum odbrane: Oktobar 2014.

DO

Članovi komisije:

KO

Predsednik: dr Zorana Lužanin, redovni profesor, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

Član: dr Nataša Krejić, redovni profesor, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, mentor

Član: dr Marko Nedeljkov, redovni profesor, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCES AND MATHEMATICS
KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: Monograph type

DT

Type of record: Printed text

TR

Contents Code: Master's thesis

CC

Author: Tijana Stojančević

AU

Mentor: Nataša Krejić, Ph.D.

MN

Title: Mathematical model of ATM fill-in

TI

Language of text: Serbian

LT

Language of abstract: English

LA

Country of publication: Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2014

PY

Publisher: Author's reprint

PU

Publ. place: Novi Sad, Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences and Mathematics, University of Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4

PP

Physical description: (4, 89, 30, 3, 22, 0, 0)

PD

Scientific field: Mathematics

SF

Scientific discipline: Stochastical optimization, mathematical modeling

SD

Subject/Key words: optimization, mathematical modeling, ATM

SKW

UC:

Holding data: The Library of the Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences and Mathematics, University of Novi Sad

HD

Note:

N

Abstract:

AB

Aim of this thesis is to develop an optimal model for ATMs filling-in with cash. The thesis provides an approach for dealing with major issues in Bank's liquidity cash management framework: how much money needs to be supplied into each ATM and how often the fillings-in need be conducted in order to have satisfied customer's unknown demand for cash and minimal costs. There types of costs involved in serving ATMs network are taken into account during optimization process: cash freezing costs, transportation costs and insurance costs. Analysis of historical data provided by the local Bank as well as different models for forecasting daily cash withdrawn's are presented. Obtained predictions are used as input parameters in proposed model. The model is based on unknown demand for cash which is modeled as random variable, thus stochastic optimization methods are applied for its solving. Numerical results are presented in last part of the thesis and compared with models used in the Bank. Detailed overview of plans for filling certain ATMs is given in appendix.

Accepted by the Scientific Board on: 30.5.2014.

ASB

Defended:

DE

Thesis defend board: October 2014.

DB

President: Dr. Zorana Lužanin, full professor, Faculty of Sciences and Mathematics,
University of Novi Sad

Member: Dr. Nataša Krejić, full professor, Faculty of Sciences and Mathematics,
University of Novi Sad,

Member: Dr. Marko Nedeljkov, full professor, Faculty of Sciences and Mathematics,
University of Novi Sad