



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI
FAKULTET
DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I
INFORMATIKU



Uticaj starenja populacije na ekonomski pokazatelje

- MASTER RAD -

Mentor:

dr Zorana Lužanin

Student:

Tijana Đukić

188m/16

Novi Sad, 2019.

Sadržaj

Uvod	7
1. Pojam i uzroci starenja populacije	9
1.1. Pojam starenja populacije.....	9
1.2. Uzroci starenja populacije.....	12
2. Ekonomski pokazatelji.....	17
2.1. Štednja i bruto domaći proizvod	17
2.2. Ekonomске posledice demografskog starenja	18
2.3. Teorija životnog ciklusa	19
2.4. Rikardova ekvivalencija i međugeneracijski altruizam.....	20
2.5. Opis ekonomskih promenljivih modela.....	21
3. Statistička analiza	30
3.1. Analiza uporednih podataka	30
3.1.1. Linearni regresioni model i pretpostavke	30
3.1.2. Koeficijent korelacije	32
3.1.3. Mere adekvatnosti regresionog modela	33
3.1.4. Ispitivanje postojanja multikolinearnosti	34
3.1.5. Autlajeri i uticajne tačke	35
3.2. Analiza vremenskih serija	35
3.2.1. Osnovni pojmovi vremenskih serija	35
3.2.2. Stacionarnost vremenske serije	36
3.3. Panel podaci.....	41
3.3.1. Pojam panel podataka	41
3.3.2. Prednosti i mane korišćenja panel podataka	41
3.3.3. Ekonometrijski modeli panel podataka.....	42
3.3.4. Izbor regresionog modela	45
3.4. Klaster analiza	47
4. Analiza uticaja demografskog starenja na stopu štednje u evropskim zemljama	49
4.1. Metodologija istraživanja	49
4.2. Deskriptivna statistika i matrica korelacija.....	51

4.3.	Klasterovanje zemalja	55
4.4.	Formiranje panel modela	57
4.4.1.	Izbor promenljivih.....	58
4.4.2.	Ocena parametara modela i analiza rezultata.....	62
4.5.	Diskusija.....	67
5.	Štednja u Srbiji	69
5.1.	Izbor promenljivih i deskriptivna statistika	69
5.2.	Diskusija.....	73
	Zaključak	74
	Literatura	76
	Kratka biografija	78

Popis tabela

<i>Tabela 1.1 Starosna struktura stanovništva Srbije (bez KiM), 2002-2011</i>	11
<i>Tabela 4.1 Pregled promenljivih.....</i>	50
<i>Tabela 4.2 Deskriptivna statistika podataka.....</i>	51
<i>Tabela 4.3 Klasteri država.....</i>	57
<i>Tabela 4.4 Multikolinearnost – VIF test (prvi korak).....</i>	58
<i>Tabela 4.5 Multikolinearnost – VIF test (drugi korak)</i>	59
<i>Tabela 4.6 Test jediničnih korena (p-vrednosti)</i>	60
<i>Tabela 4.7 Test jediničnih korena prvih diferenciranih serija (p-vrednosti).....</i>	60
<i>Tabela 4.8 Pedroni test kointegracije – model 1.....</i>	61
<i>Tabela 4.9 Pedroni test kointegracije – model 2.....</i>	61
<i>Tabela 4.10 Pedroni test kointegracije – model 3.....</i>	62
<i>Tabela 4.11 Ocena regresionih parametara i izbor modela – Model 1</i>	63
<i>Tabela 4.12 Ocena regresionih parametara i izbor modela – Model 2</i>	65
<i>Tabela 4.13 Ocena regresionih parametara i izbor modela – Model 3</i>	67
<i>Tabela 5.1 Pregled promenljivih.....</i>	69
<i>Tabela 5.2 Deskriptivna statistika.....</i>	70
<i>Tabela 5.3 Statistička značajnost trenda</i>	71
<i>Tabela 5.4 Matrica korelacija.....</i>	71
<i>Tabela 5.5 Test multikolinearnosti</i>	72
<i>Tabela 5.6 Test jediničnih korena</i>	72

Popis grafika

<i>Grafik 1.1. Stopa zavisnosti starog stanovništva</i>	10
<i>Grafik 1.2. Starosna piramida u Srbiji</i>	12
<i>Grafik 1.3 Stopa fertiliteta</i>	13
<i>Grafik 1.4. Očekivano trajanje života</i>	14
<i>Grafik 1.5 Neto migracija</i>	15
<i>Grafik 2.1. Stopa bruto domaće štednje</i>	21
<i>Grafik 2.2 Rast BDP-a.....</i>	22
<i>Grafik 2.3 Nivo BDP-a</i>	23
<i>Grafik 2.4 Zdravstveni izdaci.....</i>	24
<i>Grafik 2.5 Socijalni izdaci na staro stanovništvo.....</i>	25
<i>Grafik 2.6 Nivo obrazovanja.....</i>	26
<i>Grafik 2.7 Stopa zaposlenosti</i>	27
<i>Grafik 2.8 Stopa nezaposlenosti u Srbiji</i>	28
<i>Grafik 2.9 Stopa inflacije</i>	29
<i>Grafik 4.1 Matrica korelacija promenljivih.....</i>	52
<i>Grafik 4.2 Matrica korelacije stope štednje među pojedinačnim zemljama</i>	53
<i>Grafik 4.3 Stopa štednje u zemljama koje imaju izrazito jaku negativnu korelaciju ($\rho=-0.71$).....</i>	53
<i>Grafik 4.4 Stopa štednje u zemljama koje imaju izrazito jaku pozitivnu korelaciju ($\rho=0.88$)</i>	54
<i>Grafik 4.5 Matrica korelacije stope zavisnosti među pojedinačnim zemljama</i>	54
<i>Grafik 4.6 Stopa zavisnosti starog stanovništva u Norveškoj i Austriji.....</i>	55
<i>Grafik 4.7 Rast BDP-a po državama i godinama.....</i>	56
<i>Grafik 5.1 Stopa štednje u Srbiji (2000-2015.)</i>	70
<i>Grafik 5.2 Stopa zavisnosti starog stanovništva i očekivano trajanje života u Srbiji (2000-2015.).....</i>	71

Zahvala

Najveću zahvalnost dugujem svojoj porodici, koja mi je oduvek pružala bezuslovnu ljubav i podršku, naučila me pravim vrednostima i omogućila mi da u životu ostvarujem svoje ciljeve. Takođe se zahvaljujem Vanji na velikoj podršci tokom studija i strpljenju tokom izrade rada, kao i dragim prijateljima koji su bili uz mene tokom studija i učinili mi taj period života jako lepim.

Veliku zahvalnost dugujem svojoj mentorki, prof dr Zorani Lužanin, za ideju za temu master rada, za velik trud i strpljenje prilikom izrade rada, kao i za mnogobrojne sugestije koje su doprinele da rad bude što bolji. Takođe joj se zahvaljujem na zanimljivim predavanjima tokom studija i na prenesenom interesovanju za statističku analizu.

Iskreno se zahvaljujem prof Jasni Atanasijević na uloženom trudu i sugestijama i prof Danijeli Rajter-Ćirić na prenesenom znanju tokom zanimljivih predavanja kao i na pozivu da učestvujem na ECMI nedelji modeliranja u Grenoblu, koja je za mene bila jedno prelepo iskustvo.

Zahvaljujem se svim profesorima i asistentima koji su nesebično delili svoje znanje sa studentima i ukazali nam na korisnost i lepotu primenjene matematike.

Uvod

Demografija je nauka o stanovništvu koja teži da razume dinamiku populacije proučavajući tri osnovna demografska procesa: fertilitet, migracije i starenje stanovništva (uključujući i mortalitet). Sva tri navedena procesa doprinose promenama u populaciji, uključujući i to kako ljudi naseljavaju zemlju, formiraju narod i društvo, i razvijaju kulturu.

Povezivanje demografije sa ekonomijom je česta pojava, čemu ide u prilog činjenica da postoji pojam *demografska ekonomija*, ili *ekonomija populacije*, koji podrazumeva primenu ekonomskih analiza na demografiju. Nije moguće razmatranje veličine, rasta i podele populacije odvojeno od ekonomskog rasta i drugih ekonomskih promena. Demografija i ekonomija su usko povezane na poljima promenljivih kao što su stopa rasta populacije, starost, pol, nivo obrazovanja, profesije, prihodi stanovništva i nacionalni dohodak. Takođe, i imigracije i emigracije dovode do široko rasprostranjenih ekonomskih promena.

Tema ovog rada biće definisanje i analiziranje pomenute korelacije između demografije i ekonomije, s obzirom na činjenicu da se mnoge ekonomske promene mogu objasniti promenama različitih demografskih faktora. Tačnije, pokušaće da se nađe veza između stope bruto domaće štednje i nekih demografskih i ekonomskih faktora, od kojih će akcenat biti na starosnoj strukturi populacije. Starosna struktura populacije je od velikog značaja pri modeliranju različitih ekonomskih pokazatelja i u zavisnosti od njenih promena u budućnosti mogu se dati neke predikcije u ekonomiji. Razlog za posmatranje ovog demografskog faktora je problem koji je prisutan u zemljama širom Evrope, među kojima je i Srbija, a to je starenje populacije.

Ekonometrijski modeli koji se bave analizom uticaja starenja populacije na ekonomske pokazatelje su u ekspanziji širom sveta. Jedan od primera je [1], gde je urađena analiza na koji način demografske karakteristike utiču na štednju koristeći panel podatke za period između 1993. i 2013. u 20 tranzicijskih ekonomija. Korišćene promenljive su: stopa zavisnosti starog stanovništva, BDP po glavi stanovnika, gustina stanovništva, urbano stanovništvo u procentu od ukupnog broja stanovništva, učešće žena u radnoj snazi, stopa nezaposlenosti.

U ovom radu biće formiran panel model štednje za skup evropskih zemalja na osnovu podataka o izabranim promenljivama, a takođe će se analizirati date promenljive u Srbiji sa ciljem formiranja modela. Za opisivanje starenja populacije biće korišćene promenljive: stopa zavisnosti starog stanovništva i očekivano trajanje života.

U prvom poglavlju rada predstavljen je pojam starenja populacije, kao i faktori koji mu doprinose. Drugo poglavlje obuhvata ekonomsku pozadinu rada – predstavljanje osnovnih makroekonomskih pokazatelja koji su bitni za ovo istraživanje, kao i opisivanje teorija koje teže da objasne ponašanje pojedinca kada su u pitanju štednja i potrošnja. U tom poglavlju je takođe

dat prikaz ekonomskih pokazatelja koji će kasnije biti uključeni u panel model, a to su: rast i nivo BDP-a, stopa zaposlenosti, inflacija, nivo obrazovanja, socijalni i zdravstveni izdaci.

Treće poglavlje podrazumeva matematičku pozadinu istraživanja i u njemu su opisani analiza uporednih podataka, analiza vremenskih serija i, konačno, analiza panel podataka, koji će se koristiti u istraživanju. Takođe, dat je kratak prikaz hijerarhijske klaster analize, s obzirom na to da će se u radu formirati model za celu grupu evropskih zemalja iz uzorka, kao i dva modela za dva klastera zemalja.

Četvrto poglavlje obuhvata istraživanje čiji je cilj da analizira uticaj pokazatelja starenja populacije na stopu bruto domaće štednje, pri čemu se takođe analizira uticaj relevantnih ekonomskih i demografskih pokazatelja na ovu stopu. Istraživanje je sprovedeno analizom panel podataka, koji obuhvataju podatke o 19 evropskih zemalja (Austrija, Belgija, Česka, Danska, Finska, Francuska, Grčka, Holandija, Irska, Italija, Luksemburg, Nemačka, Norveška, Poljska, Portugal, Španija, Švajcarska, Švedska i Ujedinjeno Kraljevstvo) u vremenskom periodu od 1991. do 2015.

U poslednjem poglavlju data je analiza posmatranih pokazatelja za Srbiju, međutim model stope štednje nije formiran usled nezadovoljenih preduslova koji treba da važe da bi model bio adekvatan. Posmatrane su promenljive iz panel modela koje su bile dostupne za Srbiju, a period posmatranja je 2000-2015. s obzirom na nedostupnost podataka o većini promenljivih za period pre 2000. godine.

Za statističku analizu podataka korišćen je softverski program R.

1. Pojam i uzroci starenja populacije

1.1. Pojam starenja populacije

Danas u svetu ne samo da se usporava rast populacije, nego se menja i njena starosna struktura, što dovodi do pojma *starenja populacije*. Starenje populacije je promena starosne strukture koja podrazumeva povećanje udela sredovečnog i starog stanovništva i istovremeno smanjenje udela mlađih u ukupnom stanovništvu. Taj proces se ogleda i kroz povećanje prosečne starosti stanovništva. Starenje stanovništva je u najvećoj meri uslovljeno smanjenjem fertiliteta, dok promene smrtnosti stanovništva po starosti, kao i migracije, mogu uticati na ubrzanje ili usporavanje demografskog starenja.

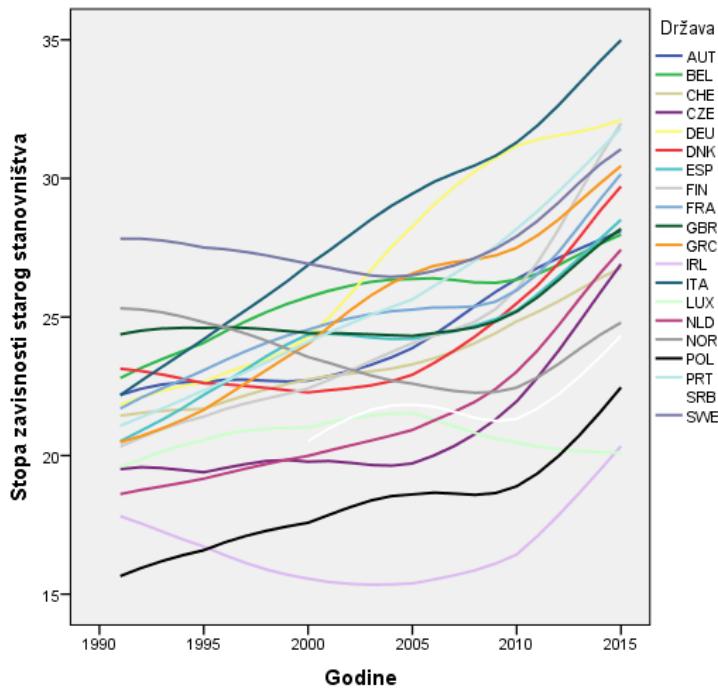
Demografski proces starenja stanovništva predstavlja kompleksan i globalan fenomen koji karakteriše savremeno razvijeno društvo, zbog čega zauzima značajno mesto u okviru društvenih istraživanja. Transformacija starosne strukture i starenje stanovništva prisutno je u svim društvima koja se nalaze u završnoj fazi demografske tranzicije, koju odlikuju niske stope nataliteta i mortaliteta. Demografska tranzicija je teorija razvoja stanovništva koja podrazumeva prelazak sa visokih stopa nataliteta i mortaliteta na niske stope. Starenje populacije je najnaprednije u industrijalizovanim zemljama, ali mnoge zemlje u razvoju prate ovaj demografski trend.

Populaciono starenje u razvijenim zemljama započelo je još početkom 19. veka, da bi od sredine 20. veka pored fertiliteta sve veću ulogu u tom procesu imalo snižavanje mortaliteta, podstaknuto napretkom medicine i poboljšanjem uslova života, što je uticalo na produženje životnog veka. S druge strane, nedovoljno razvijene zemlje suočavaju se sa visokim prirodnim priraštajem i velikim udelom mladog stanovništva, ali je demografsko starenje sve više evidentno i u ovim zemljama.

Prema prognozama Ujedinjenih nacija, u narednih pedeset godina predviđa se dalje produžavanje životnog veka uz opadanje stopa fertiliteta, što će prouzrokovati intenzivno starenje stanovništva. Istovremeno, u razvijenim zemljama nastaviće se negativni trendovi pre svega zbog samih karakteristika starosne strukture i jer je proces starenja već daleko odmakao, a i stope fertiliteta će se održavati na niskom nivou. Kada je reč o evropskoj populaciji, prema projekcijama Ujedinjenih nacija, tokom narednih decenija proces demografskog starenja će biti sve većeg intenziteta pa će tako sredinom 21. veka broj stanovnika Evrope, koji je u 2016. iznosio 741,4 miliona, pasti na oko 603 miliona, gotovo svaki treći stanovnik biće star 65 ili više godina, a svaki deseti imaće 80 i više godina. [2]

Jedan od osnovnih pokazatelja starenja populacije u zemlji je stopa zavisnosti starog stanovništva, koja predstavlja odnos broja stanovnika starijih od 64 godine i broja stanovnika

starosti između 15 i 64 godine. Na grafiku 1.1. dat je prikaz ove stope u vremenskom periodu od 1991. do 2015. za 19 evropskih zemalja navedenih u uvodnom delu rada i Srbiju, pri čemu je period posmatranja za Srbiju 2000-2015. iz razloga što će taj period biti korišćen prilikom formiranja modela u poglavlju 5, kao i zbog nedostupnosti podataka. Najveća stopa tokom posmatranog perioda primetna je u Italiji, a zatim u Nemačkoj, dok je najmanja zabeležena u Irskoj, a zatim u Poljskoj. Osim u Portugalu gde je primetan blagi pad u poslednjim godinama posmatranja, zabeležen je rast ove stope tokom vremena u svim zemljama, pa i u Srbiji, a najjači je u poslednjih pet godina pa bi za modeliranje trenda ovog obeležja trebalo koristiti neku funkciju čiji je rast brži od linearног.



*Grafik 1.1. Stopa zavisnosti starog stanovništva
Izvor: Svetska banka*

U ovom istraživanju stopa zavisnosti starog stanovništva, kao mera stareњa populacije, je najvažnija nezavisna promenljiva iz razloga što je cilj analize upravo određivanje uticaja stareњa populacije na štednju. Do sada su mnogi izučavali uticaj ove stope na štednju, a istraživanje demografskih determinanti štednje na panel podacima Azije sprovedeno u [3] ukazuje na negativan uticaj stope zavisnosti starog stanovništva na štednju.

Srbija se takođe nalazi među zemljama čija populacija stari, što je rezultat promena u starosnoj strukturi koje su se desile u drugoj polovini 20. veka, a prouzrokovanih prvenstveno dugogodišnjim opadanjem stope fertiliteta, zatim visinom stope mortaliteta, kao i u izvesnoj meri i migracionim kretanjima. Istorijски podaci za Srbiju su takođe dati na grafiku 1.1 i ukazuju na

rast ove stope od 2000. Projekcije Ujedinjenih nacija ukazuju na rast stope zavisnosti starog stanovništva u narednim decenijama, pa se očekuje da će 2020. godine ova stopa iznositi 29,1, a 2050. godine 44,2. [2]

“Starosna struktura je od izuzetne važnosti za društvo i ekonomiju zemlje, zbog čega se danas velika pažnja usmerava na analizu starenja populacije i posledica koje ono donosi. Podaci o starosnoj strukturi stanovništva u Srbiji se dobijaju na osnovu redovnih popisa stanovništva. Poslednji popis u Srbiji koji je održan 2011. godine pokazao je nastavak dugogodišnjih negativnih trendova i intenziviranje procesa demografskog starenja.” [4]

Promeni starosne strukture svakako doprinosi odlazak mlađih iz zemlje, čime se povećava broj starih koji ostaju u njoj. O “odlivu mozgova” biće reči u nastavku rada. Naime, u popisu 2002. po prvi put je zabeleženo više starih nego mlađih. Broj lica preko 65 godina bio je veći od broja lica mlađih od 15 godina, a prosečna starost iznosila je 40,2 godine (tabela 1.1). U popisu 2011. primetan je veći udeo starih nego mlađih, dok je prosečna starost iznosila 42,2.

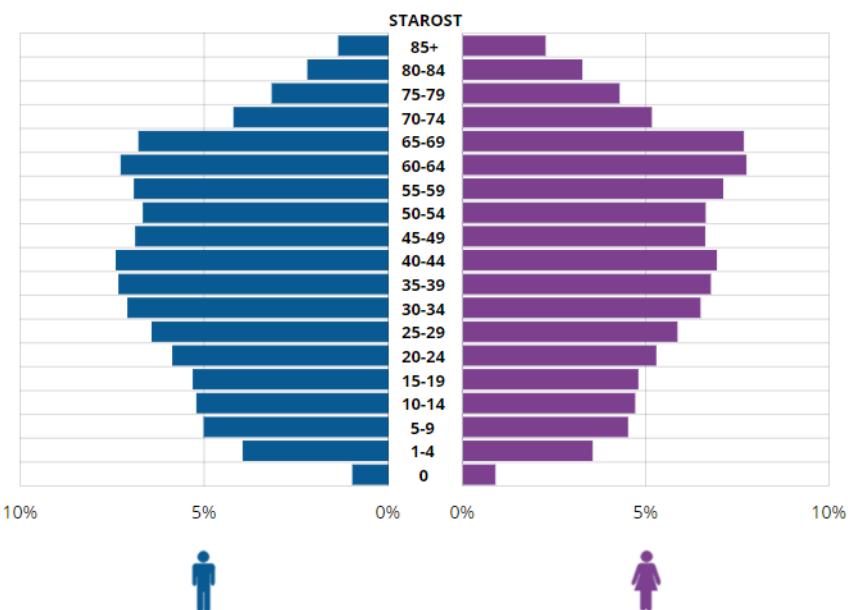
Starost	2002		2011	
	Broj	%	Broj	%
Ukupno stanovništvo	7,498,001	100,00	7,186,892	100,00
0-14 godina	1,176,770	15,8	1,025,278	14,3
15-64 godina	5,032,805	67,6	4,911,268	68,3
65 i više godina	1,240,505	16,7	1,250,316	17,4
Prosečna starost (godine)	40,2		42,2	

Tabela 1.1 Starosna struktura stanovništva Srbije (bez KiM), 2002-2011

Izvor: Popis stanovništva, domaćinstava i stanova 2011. u Republici Srbiji, Starost i pol, Republički zavod za statistiku, Beograd, knjiga 2, 2012.

Struktura stanovništva po starosti i polu se grafički najčešće prikazuje putem *starosne piramide*, koja je u obliku dvostrukog histograma. Starosne grupe su predstavljene počev od najmlađih ka najstarijim, pri čemu je muško stanovništvo sa leve, a žensko sa desne strane. Srbija spada u područja gde je proces demografskog starenja dostigao velike razmere. Proces starenja stanovništva se odvijao s vrha starosne piramide (povećanje broja starih) i od baze piramide (smanjenje broja mlađih). Sledi prikaz starosne piramide u Srbiji u 2018. godini.

Republika Srbija, 2018
(% od ukupnog stanovništva)



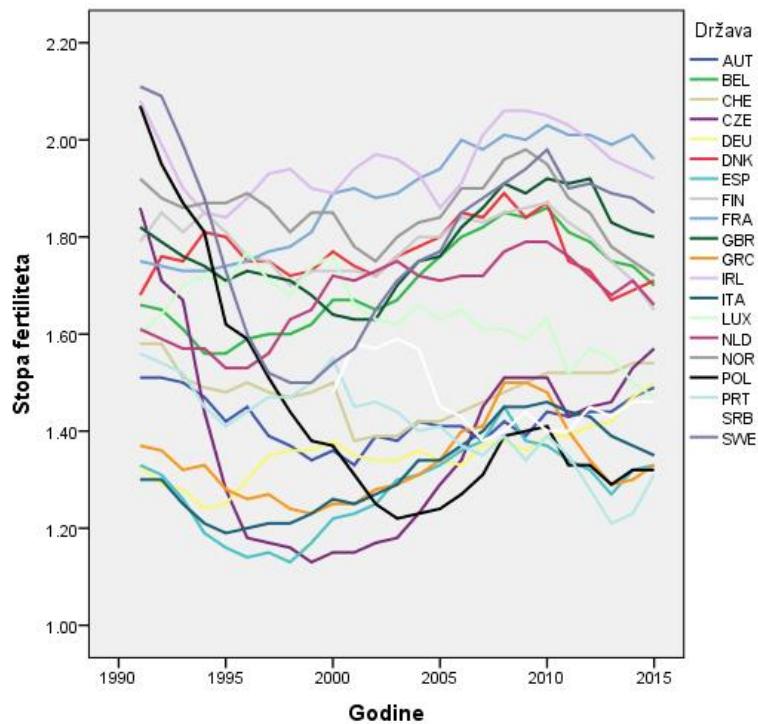
Grafik 1.2. Starosna piramida u Srbiji
Izvor: Republički zavod za statistiku

Postoji velik broj faktora koji dovode do starenja populacije, ali ovde su navedeni osnovni faktori. Prilikom navođenja svakog od uzroka starenja populacije, dat je grafički prikaz 19 evropskih zemalja u vremenskom periodu od 1991. do 2015. i Srbije u vremenskom periodu između 2000. i 2015. godine, iz razloga što će se prilikom formiranja modela u poglavljima 4 i 5 koristiti podaci za navedene vremenske periode. Osnovni faktori koji doprinose starenju populacije su: fertilitet, mortalitet i migracije.

1. Fertilitet

Fertilitet predstavlja efektivno rađanje u jednoj populaciji, odnosno unutar grupe žena u fertilnom (reprodukтивном) periodu. Jedan od osnovnih pokazatelja nivoa fertiliteta ženskog stanovništva je *stopa ukupnog fertiliteta*, koja predstavlja ukupan broj živorodenih dece koju u reproduktivnom dobu rodi jedna žena. Ova stopa se koristi i kao jedan od osnovnih pokazatelja nivoa reprodukcije stanovništva, odnosno zamene generacija. Stopa od 2,1 obezbeđuje prosto obnavljanje stanovništva, stopa viša od 2,1 donosi populacioni rast, dok stopa niža od 2,1

rezultuje smanjenjem stanovništva. Ovo važi u slučaju kada ne postoji imigracija (dosegavanje) i emigracija (iseljavanje) stanovništva, odnosno kada je migracioni saldo jednak nuli (jednak je broj doseljenih i odseljenih).



Grafik 1.3 Stopa fertiliteta

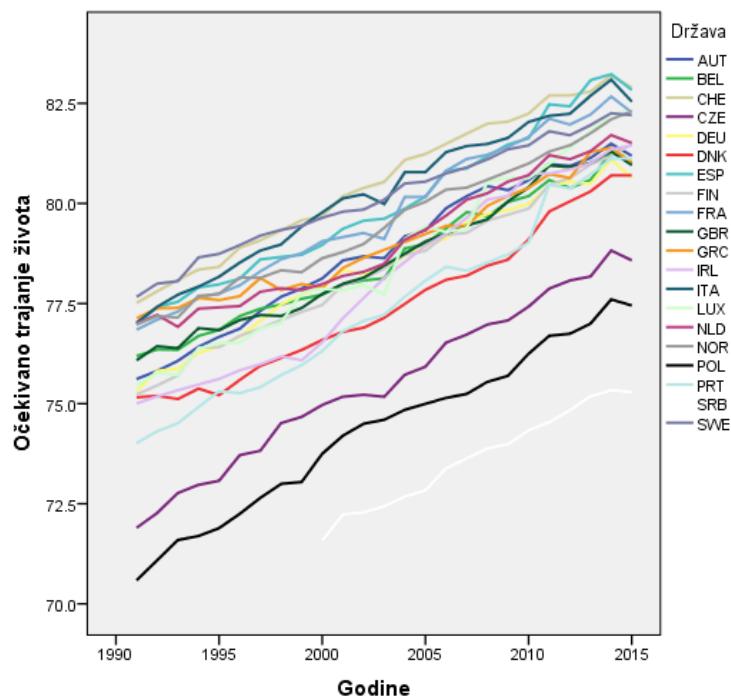
Izvor: Svetska banka

Na grafiku 1.3 primećuje se da je stopa ukupnog fertiliteta tokom celog posmatranog perioda najviša u Francuskoj i Irskoj, a najveći pad stope ukupnog fertiliteta poslednjih godina primetan je u Poljskoj i Češkoj. Najniža vrednost ove stope poslednjih godina zabeležena je u Portugalu, dok je vrednost ove stope u Srbiji bila veća u periodu do 2004. godine nakon čega beleži pad, a poslednjih nekoliko godina posmatranja primetan je blagi rast.

Ujedinjene nacije projektuju blago povećanje ove stope u svim posmatrаниm zemljama u narednih 30 godina, pa se tako predviđa da će 2050. godine ova stopa iznositi 1,83 u Francuskoj i Švedskoj, što je najveća vrednost među posmatranim zemljama, a 1,54 u Srbiji i 1,56 u Portugalu, što su najniže vrednosti. Projektovana stopa fertiliteta ni u jednoj od posmatranih zemalja neće dostići 2.1 u narednih 30 godina, ali se predviđa približavanje toj stopi. [2]

2. Mortalitet

Mortalitet ili smrtnost je demografski pokazatelj koji označava broj smrtnih slučajeva stanovništva u određenom vremenskom periodu (obično jedna godina). Za opisivanje mortaliteta najčešće se koristi *opšta stopa mortaliteta*, koja predstavlja godišnji broj smrtnih slučajeva na 1000 stanovnika, kao i očekivano trajanje života. Očekivano trajanje života pri rođenju je statistička mera prosečnog vremena tokom koga se očekuje da će novorođenče živeti ukoliko nastave da se primenjuju trenutne stope mortaliteta.



Grafik 1.4. Očekivano trajanje života
Izvor: Svetska banka

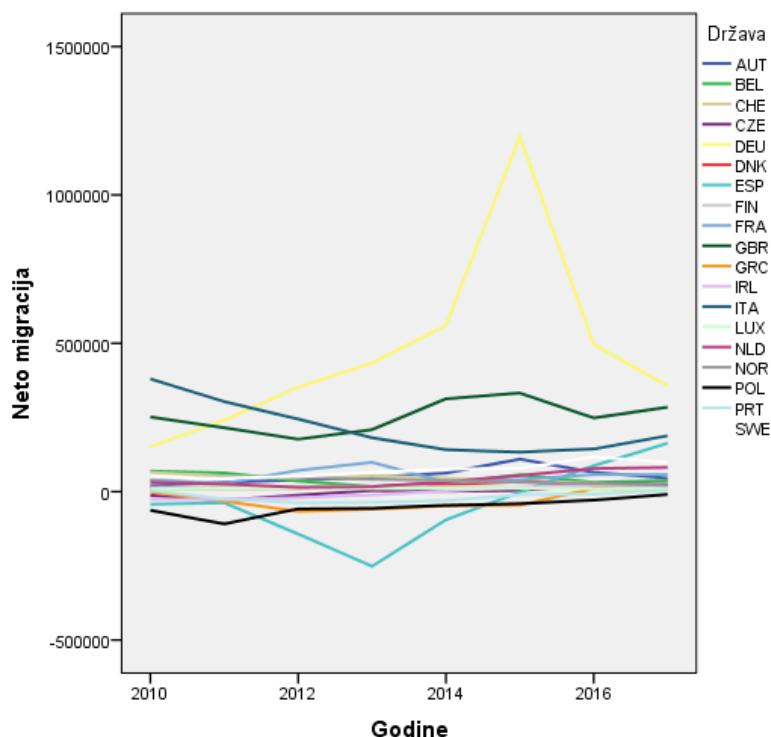
Na grafiku 1.4 primetan je rast očekivanog trajanja života u svim zemljama, pri čemu je najveća vrednost ovog pokazatela evidentna u Švajcarskoj, Švedskoj i Italiji. Najmanje očekivano trajanje života tokom celog posmatranog perioda primećuje se u Srbiji, a zatim u Poljskoj i Češkoj.

Ujedinjene nacije predviđaju nastavak rasta očekivanog trajanja života do 2050. godine u svim posmatranim zemljama, pa je tako projektovano očekivano trajanje života u Italiji 2050. godine 87 godina, a za Srbiju 79,93 godine. [2]

3. Migracije

Još jedan faktor koji utiče na starenje populacije jesu migracije. Pojam *migrant* odnosi se na osobu koja je otišla u zemlju koja nije zemlja njenog/njegovog uobičajenog stanovanja za period duži od 12 meseci tako da je zemlja destinacije postala zemlja njenog/njegovog uobičajenog stanovanja. Iz perspektive zemlje odlaska osoba je emigrant, a iz perspektive zemlje dolaska osoba je imigrant. Migracije stanovništva se često prikazuju neto migracijom koja predstavlja razliku između broja doseljenih u zemlju i broja iseljenih iz nje. Pozitivna neto stopa migracije znači da se više ljudi doseljava u zemlju nego što se iseljava iz nje.

Na grafiku 1.5 dat je prikaz neto migracije u vremenskom periodu od 2010. do 2017. godine, za koji su dostupni podaci za sve posmatrane države. Podaci o migracijama za Srbiju nisu pronađeni. Najveća pozitivna neto migracija u posmatranom periodu primetna je u Nemačkoj, gde je 2015. godine zabeležen rast od 49% u odnosu na 2014. godinu, a zatim u Italiji i Ujedinjenom Kraljevstvu. Najveća negativna neto migracija zabeležena je u Španiji gde je najmanju vrednost tokom posmatranog perioda dospila 2013. godine, a zatim u Portugalu i Poljskoj.



Grafik 1.5 Neto migracija
Izvor: Eurostat

“Odliv mozgova”

Migracije visokoobrazovanog stanovništva predstavljaju poseban demografski fenomen koji je teško predvideti i izmeriti. “Odliv mozgova” takođe doprinosi starenju populacije, s obzirom na to da se on odnosi na odseljavanje, pre svega, mladog stanovništva. Srbija se već više decenija suočava sa problemom odliva mlađih obrazovanih ljudi, koji predstavlja veliki gubitak za zemlju.

“Rezultati Popisa 2011 Republičkog zavoda za statistiku ukazuju na to da je samo u periodu od 2002. do 2011. godine iz Republike Srbije otišlo oko 175.000 građana prosečne starosti od oko 29 godina. Među njima, skoro svako peto lice ima diplomu visoke ili više škole. U poslednjih nekoliko godina migracije mlađih su sve više prisutne i nameće se zaključak da dalje nepreduzimanje aktivnosti na polju upravljanja migracionim tokovima za rezultat može imati nemerljive posledice za nacionalni razvoj i identitet zemlje.” [5]

2. Ekonomski pokazatelji

2.1. Štednja i bruto domaći proizvod

Do sada su navedene neke posledice koje demografsko starenje ima na ekonomiju zemlje. Čest predmet istraživanja u ekonometrijskoj analizi je uticaj starenja populacije na ekonomski pokazatelje, pre svega na štednju i bruto domaći proizvod. Do danas je formiran znatan broj ekonometrijskih modela koji, pomoću različitih nezavisnih promenljivih, pokušavaju da opišu ova dva pokazatelja, kao i da identifikuju uticaj stope zavisnosti starog stanovništva i očekivanog trajanja života na njih.

“*Bruto domaći proizvod (BDP)* predstavlja tržišnu vrednost svih finalnih dobara i usluga proizvedenih u određenom vremenskom periodu u jednoj zemlji i on meri ukupan dohodak jedne zemlje, kao i njene ukupne izdatke, imajući u vidu da u jednoj privredi ova dva pojma moraju biti jednak.” [6] Statistički podatak o BDP-u je od velike važnosti u ekonomiji zato što se smatra da predstavlja najbolji pokazatelj ekonomskog blagostanja društva.

BDP čine četiri komponente: potrošnja, investicije, državni izdaci i neto izvoz. Potrošnja obuhvata izdatke domaćinstava na dobra i usluge, *državni izdaci* obuhvataju izdatke na dobra i usluge lokalnih vlada i vlade države, a *neto izvoz* predstavlja razliku između izvoza i uvoza, odnosno razlika između vrednosti kupovine dobara proizvedenih u zemlji od strane državljana drugih zemalja i vrednosti kupovine inostranih dobara od strane domaćih državljanina. Poslednja komponenta BDP-a jesu *investicije* i one obuhvataju kupovinu dobara koja će se koristiti u budućnosti za proizvodnju dobara i usluga.

Prilikom računanja bruto domaćeg proizvoda, razlikujemo nominalni i realni BDP. Pri računaju nominalnog BDP-a koriste se tekuće cene i na osnovu njih se pripisuje vrednost proizvodnji dobara i usluga u privredi, dok se pri računaju realnog BDP-a koriste konstantne cene iz bazne godine i na osnovu njih se pripisuje vrednost proizvodnji dobara i usluga u toj privredi. [6]

Jedan deo bruto domaćeg proizvoda u državi odlazi na potrošnju, a deo koji preostaje predstavlja štednju. Dakle, *bruto domaća štednja* jednaka je razlici između bruto domaćeg proizvoda i ukupne potrošnje. Bruto domaću štednju treba razlikovati od bruto nacionalne štednje, koja je jednaka bruto domaćoj štednji uvećanoj za neto prihod i neto izvoz. Bruto domaća štednja se sastoji iz privatne i javne štednje. Privatna štednja podrazumeva štednju domaćinstava, koja predstavlja najveći deo privatne štednje, i štednju pravnih lica. Štednja domaćinstava je iznos dohotka koji preostaje nakon što se plati porez i potrošnja domaćinstva. Javna štednja predstavlja iznos poreskog prihoda koji preostaje državi nakon što plati za svoje izdatke.

Vekovima unazad štednja je u centru posmatranja ekonomске zajednice s obzirom na važnost koju ima u održivosti jedne zemlje. Za domaćinstva određuje sposobnost da se bore

protiv recesije, suoče sa neočekivanim životnim dešavanjima i obezbede bar deo svojih prihoda za penziju. Za državu, štednja je od velikog značaja, s obzirom da predstavlja garanciju za dugoročnu ekonomsku stabilnost i prosperitet. Štednja i investicije su ključni elementi dugoročnog privrednog rasta zemlje: kada zemlja štedi veliki deo svog BDP-a, više je resursa na raspolaganju za investiranje u kapital, a veći kapital povećava produktivnost zemlje i njen životni standard.

2.2. Ekonomске posledice demografskog starenja

Demografsko starenje predstavlja problem za države širom sveta zbog brojnih posledica koje ima na makroekonomiju, koje će u budućnosti zahtevati temeljne reforme u državama.

Prvo, povećavanje udela starijeg stanovništva u ukupnoj populaciji jedne zemlje dovodi do smanjenja ukupne radne snage, a samim tim i do manje proizvodnje autputa nego u slučaju većeg udela stanovništva starog 15-64 godine. Postavlja se pitanje da li je postojeća radna snaga u stanju da proizvede dobra i usluge za celu populaciju. Radi rešavanja ovog problema, vlade zemalja su počele da pomeraju granicu za odlazak u penziju, kako bi produžili radni vek.

Druga posledica demografskog starenja ogleda se u smanjenju kapitala u ekonomiji. Naime, u [7] je izučavan uticaj starenja populacije na ekonomski rast koji dovodi do zaključka da, kako stariji ljudi rade manje (ili ne rade), njihov prihod je manji, stoga će i štedeti u manjoj meri pa je kapital koji nude ekonomiji manji.

Kako je procenat starijih ljudi sve veći i kako ljudi žive sve duže, problem koji se takođe javlja jeste potreba za većim zdravstvenim izdacima, koji predstavljaju sve veći trošak za vladu države, a takođe iziskuju potrošnju ušteđenog novca, koji odlazi prevashodno na zdravstvenu negu čime smanjuje kapital u ekonomiji. Pozitivna korelacija između zdravstvenih izdataka i stope zavisnosti starijeg stanovništva može se objasniti činjenicom da je demografsko starenje pre svega problem razvijenih zemalja, a tek kasnije je postao problem zemalja u razvoju, a kako razvijene zemlje imaju veće prihode, njihovo stanovništvo je u mogućnosti da ulaže više u zdravlje nego što je slučaj sa mlađim populacijama. [8]

2.3. Teorija životnog ciklusa

1950-ih godina, *Franco Modigliani* i *Richard Brumberg* razvili su teoriju o potrošnji, čija osnovna ideja je da ljudi prave izbor o potrošnji koju žele da imaju u svakom periodu života, u zavisnosti isključivo od ograničenih resursa sa kojim očekuju da će raspolagati tokom života. Dakle, osnovna hipoteza modela životnog ciklusa (engl. *life-cycle model*) je da odluke o potrošnji i štednji domaćinstava odražavaju pokušaj postizanja željene raspodele potrošnje tokom životnog ciklusa, koja zavisi od očekivanih resursa sa kojima će pojedinci raspolagati tokom života. Nivo potrošnje pojedinca ili domaćinstva zavisi, ne samo od trenutnog prihoda, već, pre svega, od očekivanih prihoda tokom života. Osnovna pretpostavka teorije je da pojedinac želi da ima konstantan nivo potrošnje tokom čitavog života.

Modigliani je istakao da je jedan od najvažnijih motiva štednje potreba da se obezbedi potrošnja u penziji. Mladi štede kako bi u kasnijim godinama, po završetku radnog veka, mogli da troše u istoj meri kao što su trošili u ranijim godinama.

Hipoteza teorije životnog ciklusa podrazumeva da ponašanje pojedinca po pitanju štednje i potrošnje zavisi od pozicije tog pojedinca u životnom ciklusu: izrazito mladi koji tek započinju radni vek imaju niske prihode i niske, čak i negativne, stope štednje. Sa rastom prihoda raste i stopa štednje. Odlazak u penziju prouzrokuje pad prihoda i tada se može očekivati početak negativne štednje (ljudi troše ono što su uštedeli tokom radnog veka).

Ukoliko populacija u jednoj državi raste, ima više mlađih nego starih ljudi, veći je broj ljudi koji štede u odnosu na broj ljudi koji troše, tako da je ukupan iznos koji stariji ne štede manji od onog koji mlađi štede, što prouzrokuje neto pozitivnu štednju. S druge strane, ukoliko prihodi rastu, mlađi će štedeti u većoj meri nego što stariji neće štedeti, pa će ekonomski rast prouzrokovati opet neto pozitivnu štednju.

Jedan od osnovnih izazova teoriji životnog ciklusa je pitanje da li podaci zaista odražavaju ponašanje ljudi kakvo je predstavljeno u teoriji – da mlađi ljudi štede, a stari troše. Mnogi istraživači su došli do zaključka da potrošnja starijih ljudi ne funkcioniše na način opisan u teoriji i da zapravo mnogi stariji ljudi štede.

Kada je u pitanju veza između štednje i starosne strukture populacije, regresije koje koriste uporedne podatke različitih zemalja pokazuju da štednja u zemlji opada sa porastom udela starijeg stanovništva u populaciji, kao i sa porastom udela dece u populaciji, što je u saglasnosti sa teorijom životnog ciklusa - ukoliko se pretpostavlja da se najviše štedi pre odlaska u penziju - u srednjim godinama, kada su zarade velike a godine odgajanja dece su prošle. [9]

2.4. Rikardova ekvivalencija i međugeneracijski altruizam

Rikardova ekvivalencija je ekonomска теорија коју је у 19. веку развио *David Ricardo*, али је 1970-ih година harvardsки професор *Robert Barro* разрадио у верзију која се данас употребљава.

Теорија Рикардова еквиваленције претпоставља да, уколико влада државе пoveća своје издатке како би стимулисала економију у држави, потрошња становништва ће остати непроменjена. Таčnije, да би влада државе стимулисала потрошњу у држави, она пovećava своје издатке, а да би пovećala издатке задужује се у већој мери. Становништво очекује пovećanje poreza у будућности, који ће nastati да би се отплатио dodatni deo državnog duga, stoga ne povećava своју потрошњу, već dodatni stečeni prihod štedи за ту svrhu. Dakle, уколико važi teorija Rikardove ekvivalencije, државе које имају visok nivo duga bi trebalo да имају veći nivo štednje.

Barro-ова пропозиција о neutralnosti duga је подстакла mnoga istraživanja vezana за definisanje uslova u kojima se može primeniti теорија Rikardove ekvivalencije. *Barro*-ова анализа neutralnosti duga се заснива на претпоставци да су pojedinci motivisani međugeneracijskim altruizmom, где pojedinci имају altruističku brigу за своју decu, која zatim takođe имају altruistička osećanja prema svojoj deci. Dakle, sukcesivne generације dele oblik altruizma, pri čemu je svaka generација директно забринута само за прву генерацију svojih potomaka. Stoga, sve генерације су povezane rekurzivном altruističkom vezom.

У svojoj knjizi *Principi političke ekonomije* (engl. *The Principles of Political Economy*), *Alfred Marshall* ističe brigу o deci као основни razlog за štednju. Ova briga je pre svega izražena međugeneracijskim transferima, као што је zaostavština. Altruističне породице se suprotstavljaju efektima fiskalне политike na sledeći način: уколико влада државе uzme jedan evro od dece i da ga njihovim roditeljima, то neće uticati na потрошњу ni roditelja, ni dece, s obzirom na to da će roditelji nadomestiti ovakav transfer tako što ће својoj deci ostaviti jedan evro više zaostavštine.

Dakle, претпоставке теорије Rikardove ekvivalencije су sledeće:

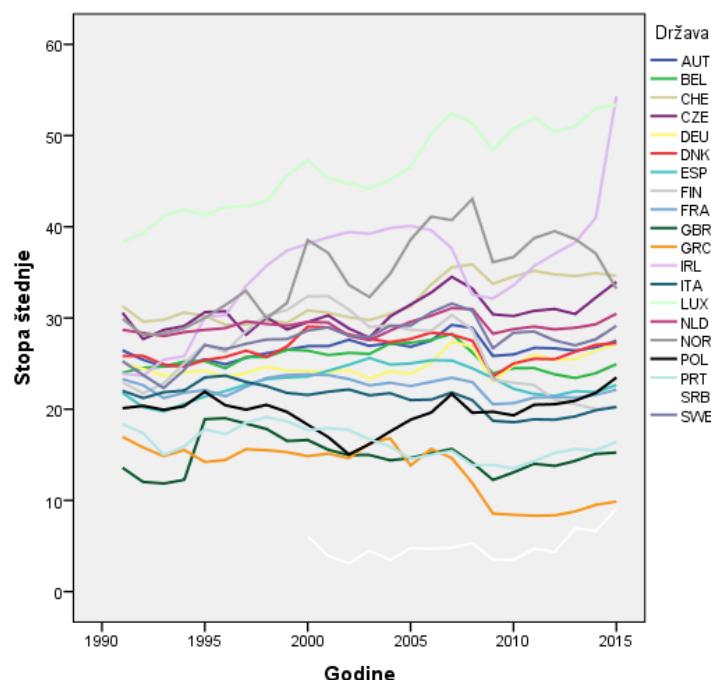
- Hipoteza životног циклуса – pojedinci žele да raspodele своју потрошњу у будућности. Уколико pojedinac очекује povećanje poreza у будућности, он ће сачувати приход prouzrokovani trenutnim smanjenjem poreza kako би bio у mogućnosti da plati veći porez у будућnosti.
- Racionalna очekivanja потrošača – pojedinci reaguju на trenutno smanjenje poreza na način da shvataju da je posledica тога povećanje poreza у будућnosti.
- Tržište kapitala je savršeno – домаћinstva mogu да pozajmljuju kako би finansirala своју потрошњу, уколико буде потребе за tim.
- Međugeneracijski altruizam – Smanjenje poreza sadašnjim генерацијама потенцијално implicira povećanje poreza будућим генерацијама. Stoga, претпоставља се да altruistični roditelj reaguje на trenutno smanjenje poreza tako što ће оставити veće bogatstvo svojoj deci, da bi ona могла да plate veći porez у будућности.

Kako god, altruistična osećanja ne prouzrokuju uvek pozitivne transfere između generacija. Roditelji koji raspolažu sa izrazito malim iznosom novca verovatno neće ostaviti zaostavštinu svojoj deci, što ima direktnе posledice na fiskalnu politiku. Fiskalna politika je efektivna kada suksesivne generacije nisu povezane lancem pozitivnih privatnih transfera. Međugeneracijski altruirazim ima značajan uticaj na ekvilibrijum u ekonomiji i na efikasnost fiskalne politike, pri čemu ima pozitivan uticaj na stopu štednje. [10]

2.5. Opis ekonomskih promenljivih modela

U ovom delu dati su opisi ekonomskih pokazatelja koji će se koristiti u nastavku rada prilikom modeliranja stope štednje. Takođe, kao i prilikom definisanja demografskih promenljivih, dati su grafički prikazi ovih pokazatelja za 19 zemalja koje će se naći u uzorku prilikom formiranja panel modela u vremenskom periodu od 1991-2015. godine. Srbija je takođe uključena u grafičke prikaze, ali u vremenskom periodu od 2000-2015. godine, s obzirom na nedostupnost podataka o svim promenljivama za period pre navedenog.

1. Stopa bruto štednje



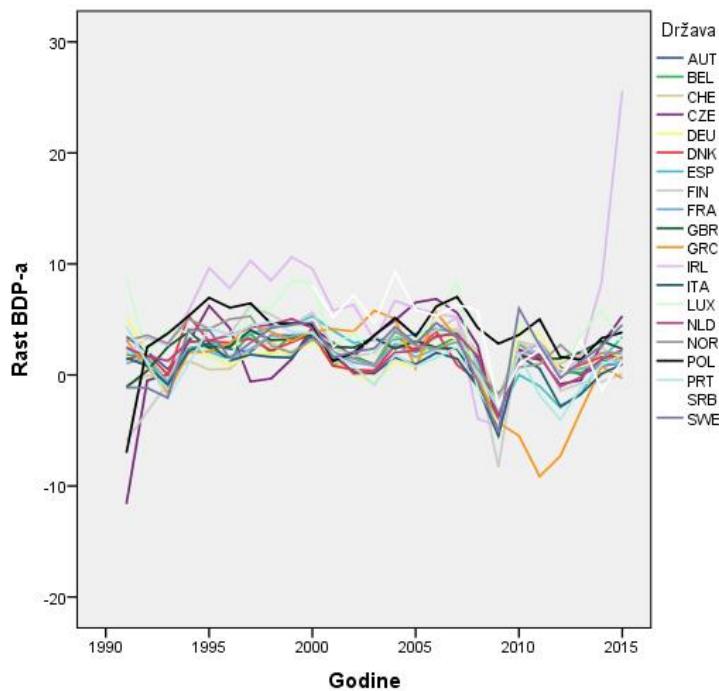
Grafik 2.1. Stopa bruto domaće štednje

Izvor: Svetska banka

U ovom radu zavisna promenljiva će biti štednja, koja će se posmatrati kroz stopu bruto domaće štednje zemlje kao procenta BDP-a. Ovaj pokazatelj se dobija oduzimanjem ukupne potrošnje od bruto domaćeg proizvoda. Postoje različiti faktori koji, u manjoj ili većoj meri, objašnjavaju domaću štednju, a neki od njih su navedeni u nastavku i biće korišćeni za formiranje ekonometrijskog modela.

Na grafiku 2.1 primećuje se da je najveća štednja tokom posmatranog perioda prisutna u Luksemburgu. U većini zemalja se primećuje nagli pad stope štednje u 2008. i 2009. godini koji je nastao usled svetske ekonomske krize. Nagli rast ove stope u godinama posle može se primetiti u Irskoj, što predstavlja autlajer ove stope u 2015. godini. Stopa štednje se u većini zemalja vratila na nivo koji je prethodio krizi ili teži povratku na taj nivo, kao što je slučaj u Grčkoj. Najniža stopa štednje tokom celog posmatranog perioda zabeležena je u Srbiji, gde u periodu od 2010. do 2015. beleži rast. Najniža stopa štednje je zatim primetna u Grčkoj, Ujedinjenom Kraljevstvu i Portugalu.

2. Rast bruto domaćeg proizvoda



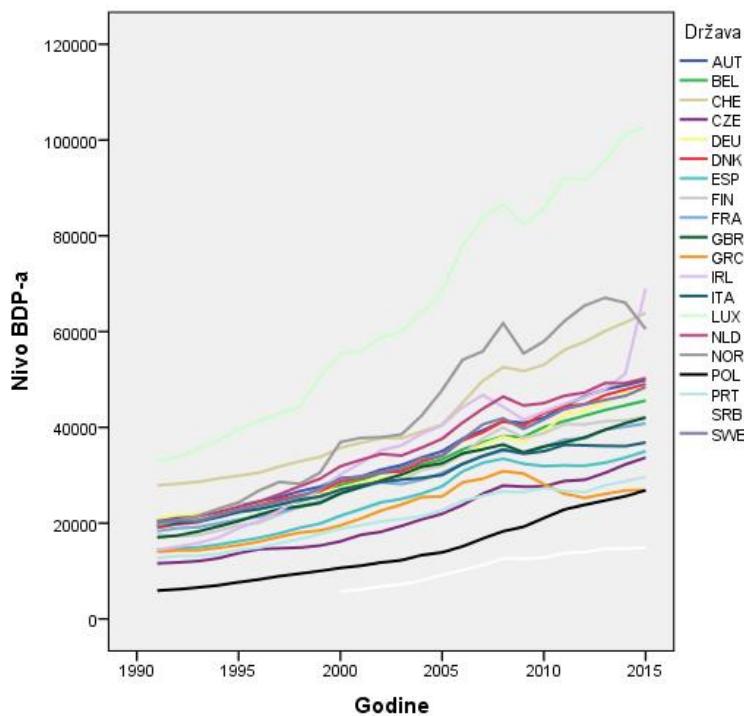
Grafik 2.2 Rast BDP-a

Izvor: Svetska banka

U ekonomiji se često za meru ekonomskega blagostanja zemlje uzima rast bruto domaćeg proizvoda. U ovom slučaju, jedna od korišćenih mera je godišnji procentualni rast BDP-a po konstantnim lokalnim cenama. Na grafičkom prikazu kretanja rasta BDP-a u posmatranom periodu, zaključuje se da u vremenskom periodu od 1995. do 2005. rast BDP-a u posmatranim

zemljama naglo opada tokom ekonomske krize, ali već u 2010. godini kretanje se nastavlja u istom trendu kao pre krize, osim u Grčkoj gde oporavak od krize traje nekoliko godina duže. Primetne su visoke vrednosti ovog pokazatelja u Srbiji, u poređenju sa ostalim zemljama. Najveći rast BDP-a se primećuje u Irskoj, gde je 2015. godine usledio nagli skok, a zatim u Poljskoj.

3. Nivo bruto domaćeg proizvoda



Grafik 2.3 Nivo BDP-a

Izvor: Svetska banka

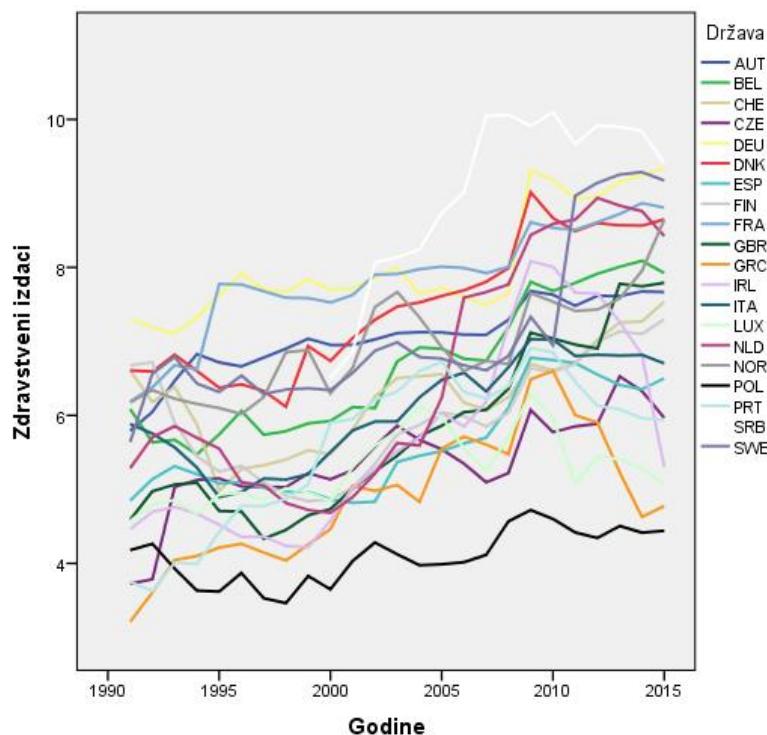
Druga mera bruto domaćeg proizvoda koja je korišćena u radu je nivo BPD-a po glavi stanovnika, zasnovan na jednakoj kupovnoj moći (engl. *purchasing power parity - PPP*), i predstavlja BDP konvertovan u internacionalne dolare koristeći PPP stope, koje omogućavaju da kupovna moć bude ista u svakoj zemlji. Ovakvo dobijen BDP uzima u obzir različite troškove života u različitim zemljama i on može da se uporedi sa BDP-om druge zemlje dobijenim na isti način. Teorija prepostavlja da ovaj pokazatelj ima pozitivan uticaj na štednju, s obzirom na to da što je veće ekonomsko blagostanje u zemlji, mogućnost za štednju je veća.

Na grafiku 2.3 se primećuje da najveći BDP tokom posmatranog perioda ima Luksemburg, a zatim Švajcarska i Norveška, dok najmanji BDP ima Srbija, a zatim Poljska, Češka i Portugal. U

većini zemalja je primetan blagi pad BDP-a tokom svetske ekonomske krize, a zatim nastavak rasta u godinama posle 2008. U Srbiji je primetan rast BDP-a između 2000. i 2015. godine.

4. Zdravstveni izdaci

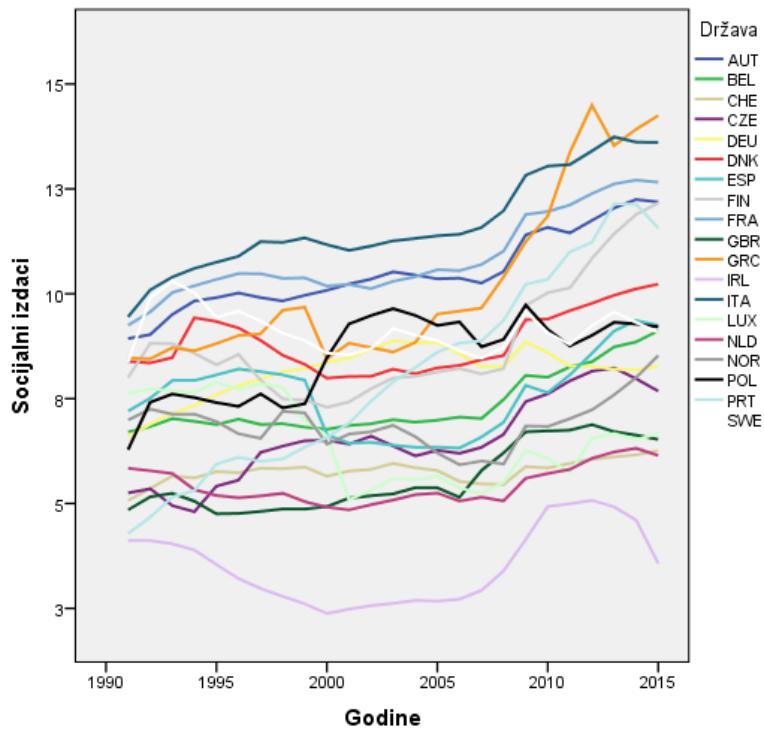
Zdravstveni izdaci kao procenat BDP-a mere iznos javnih troškova na zdravstvenu negu, koje snose državni, regionalni i lokalni organi, kao i osiguravajuće kompanije. Intuitivno, povećanje zdravstvenih izdataka prouzrokuje manju štednju. Najveći zdravstveni izdaci primećeni su u Srbiji, a zatim u Nemačkoj i Francuskoj. Primetan je nagli rast ovog pokazatelja u Švedskoj i u Holandiji, a poslednjih godina se beleži nagli pad vrednosti u Irskoj. Najmanje zdravstvene izdatke tokom celog posmatranog perioda ima Poljska. U Srbiji su najveći zdravstveni izdaci vidljivi u 2007., 2008. i 2010. godini.



Grafik 2.4 Zdravstveni izdaci

Izvor: Svetska banka

5. Socijalni izdaci



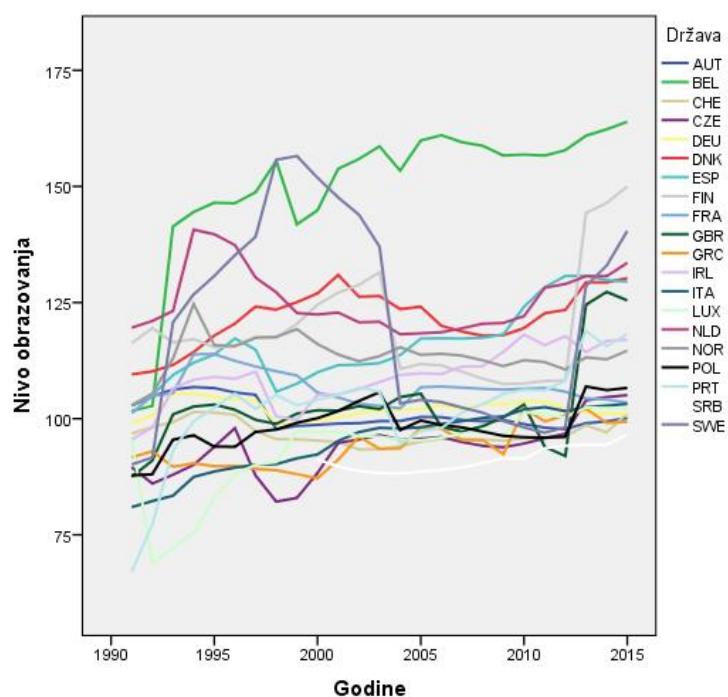
*Grafik 2.5 Socijalni izdaci na staro stanovništvo
Izvor: Svetska banka*

Socijalni izdaci podrazumevaju beneficije i finansijske doprinose starom stanovništvu, koje obezbeđuju javne i finansijske institucije, a izražena je u procentu BDP-a. Rezonovanje je slično kao sa zdravstvenim izdacima, odnosno može se smatrati da veći socijalni izdaci manje podstiču starije stanovništvo na štednju. Tokom posmatranog perioda Italija ima najveće socijalne izdatke na staro stanovništvo, dok najmanje socijalne izdatke ima Irska. U periodu od 2007. do 2012. godine beleži se nagli rast socijalnih izdataka u Grčkoj. Podaci o socijalnim izdacima za Srbiju nisu pronađeni, stoga ona nije uključena u grafički prikaz.

6. Nivo obrazovanja

Nivo obrazovanja stanovništva prikazan je odnosom stanovništva upisanog u srednju školu i stanovništva koje bi, po starosti, trebalo da upiše srednju školu. Ovaj procenat može nadmašiti 100% imajući u vidu učenike koji su ranije/kasnije upisani u školu, kao i one koji su obnavljali razred. Srednje obrazovanje je nastavak osnovnog obrazovanja stečenog u osnovnoj školi i ima za cilj postavljanje temelja za doživotno učenje i razvoj pojedinca, kroz predmete različitih specijalizacija.

Različite studije podržavaju teoriju da ljudi sa višim stepenom obrazovanja imaju veće prihode pa samim tim i više štede, ali postoje i teorije da veći stepen obrazovanja dovodi do stabilnosti prihoda i shodno tome manjoj štednji, a većoj potrošnji.



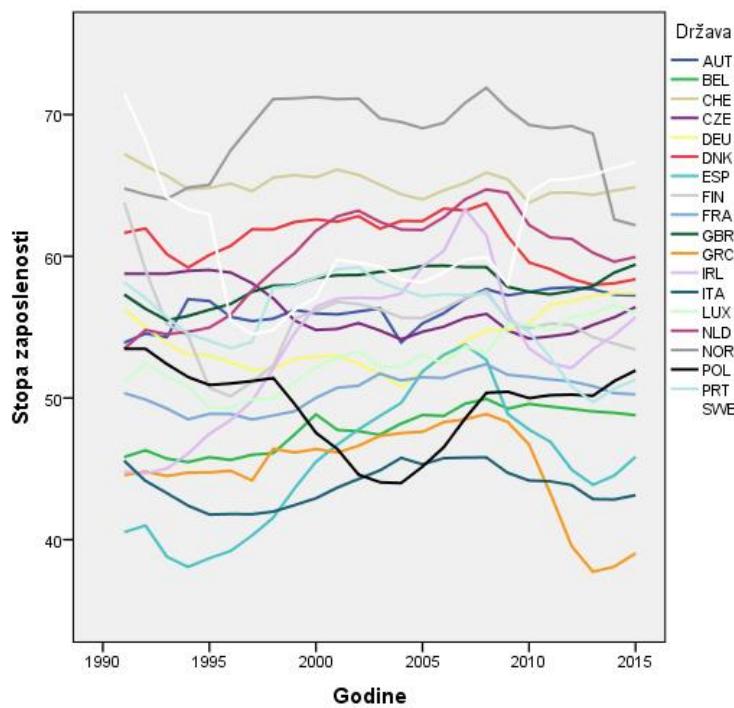
Grafik 2.6 Nivo obrazovanja

Izvor: Svetska banka

Grafik 2.6 ukazuje na procenat veći od 100% u mnogim posmatranim zemljama, što može da znači, sa jedne strane, da velik broj ljudi ranije kreće u osnovnu, pa samim tim i u srednju školu. S druge strane, može da znači da velik broj ljudi ponavlja prvi razred srednje škole. Najveći procenat upisanih u srednju školu primetan je u Belgiji, dok se u Švedskoj beleži nagli pad u 2002., a zatim nagli rast u 2012. godini. Najmanji procenat upisanih u srednju školu u periodu od 2000. do 2015. godine primetan je u Srbiji.

7. Stopa zaposlenosti

Stopa zaposlenosti predstavlja udeo zaposlenog stanovništva u ukupnom stanovništvu jedne zemlje. Intuitivno, veća stopa zaposlenosti omogućava veće prihode, pa samim tim i veću mogućnost štednje. Uključivanje stope zaposlenosti u model bi trebalo da pokupi uticaj pomeranja granice za odlazak u penziju na stopu štednje, s obzirom na to da očekivano trajanje života ne uzima u obzir sve kasniji odlazak u penziju. Na grafiku 2.7 primetan je pad stope zaposlenosti u mnogim zemljama 2008. i 2009. godine, dok je u poslednjoj godini posmatranja najveća stopa zaposlenosti zabeležena u Švedskoj, Švajcarskoj i Norveškoj, a najmanja u Grčkoj i Italiji.



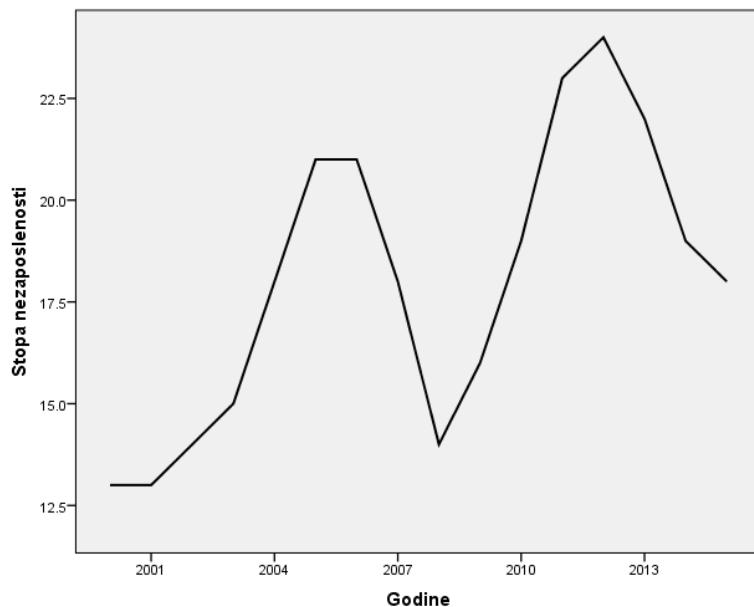
Grafik 2.7 Stopa zaposlenosti

Izvor: Svetska banka

8. Stopa nezaposlenosti

Zbog nedostupnosti podataka o stopi zaposlenosti za Srbiju za ceo period od 2000. do 2015. godine biće posmatrana stopa nezaposlenosti, koja predstavlja procenat radne snage koja aktivno traga za poslom. Grafik 2.8 prikazuje kretanje stope nezaposlenosti u Srbiji u navedenom vremenskom periodu i na njemu se može primetiti da je ova stopa beležila nagle uspone i padove u posmatranom periodu, pri čemu je na početku perioda beležila najmanju vrednost. Takođe,

2008. godine stopa nezaposlenosti počinje da raste, a zatim od 2012. pa do kraja posmatranog perioda opada.



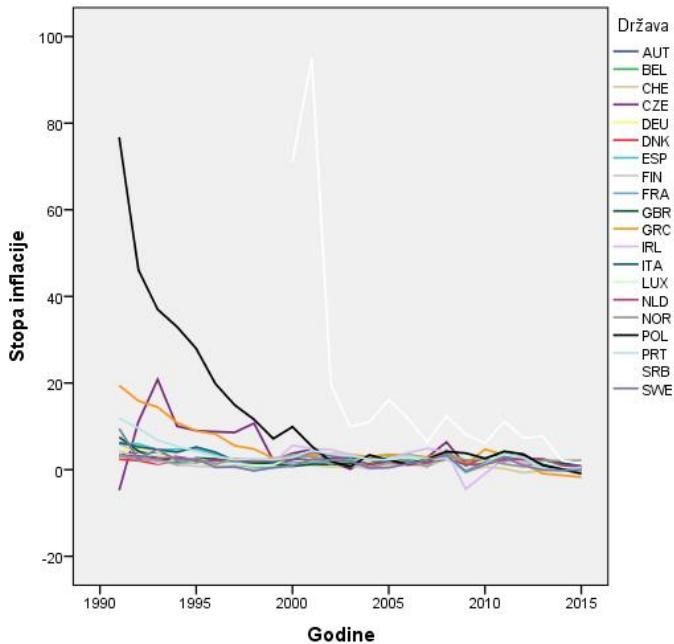
Grafik 2.8 Stopa nezaposlenosti u Srbiji

Izvor: Svetska banka

9. Inflacija

Kao što je poznato, ukupni troškovi dobara i usluga koje kupuje tipični potrošač mere se indeksom cena na malo. Kada se indeks cena na malo poveća, tipična porodica troši više novca da bi održala isti životni standard. Stopa inflacije predstavlja upravo procentualnu promenu nivoa cena u odnosu na prethodni period. Shodno tome, pretpostavlja se da povećanje stope inflacije ne podstiče štednju, odnosno da ono ima negativan uticaj na stopu štednje.

Grafik 2.9 ukazuje na izrazito visoku stopu inflacije u Poljskoj u odnosu na ostale zemlje na početku posmatranog perioda, koja zatim opada sve do 2000. godine. Posle Poljske, najveća stopa inflacije na početku perioda posmatranja zabeležena je u Grčkoj i Češkoj, gde takođe beleži pad u godinama posle. Najveća stopa inflacije zabeležena je u Srbiji 2001. godine kao posledica dešavanja u Srbiji 1990-ih godina, nakon čega beleži nagli pad.



Grafik 2.9 Stopa inflacije

Izvor: Svetska banka

10. Indikator promenljive krize

Grafički prikazi prethodno navedenih ekonomskih pokazatelja ukazuju na promenu velikog broja pokazatelja usled svetske ekonomske krize, pa tako štednja, BDP, stopa zaposlenosti u godinama krize beleže pad, dok socijalni i zdravstveni izdaci i inflacija beleže rast. Kako bi se utvrdio efekat ekonomske krize na date pokazatelje, u modele stope štednje biće ubaćene tri indikator promenljive – za 2007, 2008, 2009. i 2010. godinu. Date promenljive su definisane na sledeći način:

$$Ij = \begin{cases} 1, & \text{godina} = j \\ 0, & \text{godina} \neq j \end{cases}, j \in \{2007, 2008, 2009, 2010\}$$

3. Statistička analiza

3.1. Analiza uporednih podataka

Regresiona analiza podrazumeva otkrivanje funkcionalne zavisnosti između promenljivih i u njoj se često posmatraju podaci uporednih preseka (engl. *cross-sectional data*), koji sadrže uzorke jedinica posmatranja u jednom vremenskom trenutku, na primer posmatranje stope bruto štednje, stope inflacije i stope nezaposlenosti u nekoliko država u određenom trenutku.

Višestruka regresija je našla široku primenu u različitim naukama, kao što su ekonomija, medicina, psihologija, itd. Zapravo, ona se može primeniti u svim oblastima, kad god je potrebno odrediti funkcionalnu zavisnost pokazatelja korišćenjem raspoloživih podataka. U ovom radu reč je o specijalnom slučaju višestruke regresije - linearnoj višestrukoj regresiji.

3.1.1. Linearni regresioni model i pretpostavke

Višestruki linearni regresioni model je sledećeg oblika:

$$Y_i = \beta_1 + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (3.1.1)$$
$$i = 1, 2, \dots, N$$

gde je:

X_{ik} – vrednost k -te nezavisne promenljive za i -tu jedinicu posmatranja

Y_i – vrednost zavisne promenljive za i -tu jedinicu posmatranja

ε_i – šum (rezidual, greška) modela

N – obim uzorka

K – broj nezavisnih promenljivih

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K$ – nepoznati regresioni parametri koje je potrebno oceniti

Pretpostavke regresionog modela:

- ε_i ima normalnu raspodelu
- ε_i ima očekivanje nula: $E(\varepsilon_i) = 0$
- ε_i ima istu varijansu za svako i , odnosno reziduali su homoskedastični: $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$
- ε_i i ε_j su nezavisni: $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j$
- Nezavisne promenljive $X_k, k = 1, 2, \dots, K - 1$ su determinističke i važi:

$$\sum_{i=1}^N (X_{ik} - \bar{X}_k)^2 \neq 0; \frac{\sum_{i=1}^N (X_{ik} - \bar{X}_k)^2}{N} < \infty \text{ za } N \rightarrow \infty$$

- $N > K$
- Ne postoji veza između nezavisnih promenljivih

Regresioni model 3.1.1 zajedno sa pretpostavkama modela naziva se *klasični linearni regresioni model*, a koeficijenti ovog modela ocenjuju se metodom najmanjih kvadrata iz razloga što pod klasičnim pretpostavkama ocenjivači dobijeni metodom najmanjih kvadrata imaju sva poželjna svojstva. U slučaju narušavanja pretpostavki najčešće se primenjuje metod maksimalne verodostojnosti.

Prilikom formiranja regresionog modela ispituje se da li su ocenjeni parametri statistički značajno različiti od nule. Za ovu svrhu koriste se t -test i F -test.

Statistička značajnost pojedinačnih ocenjenih parametara modela ispituje se t -testom, koji pod nultom hipotezom pretpostavlja da koeficijent nije statistički značajno različit od nule. Test statistika prati Studentovu raspodelu sa $N-K$ stepeni slobode, a nulta hipoteza se odbacuje ukoliko je $|t_{reg}| > t_{N-K}$.

$$H_0(\widehat{\beta}_k = 0)$$

$$H_1(\widehat{\beta}_k \neq 0)$$

$$t_{reg} = \frac{\widehat{\beta}_k}{\sigma_{\widehat{\beta}_k}}: t_{N-K}, \quad k = 1, 2, \dots, K-1$$

gde je:

$\widehat{\beta}_k$ – dobijeni ocenjivač parametra β_k

$\sigma_{\widehat{\beta}_k}$ – standardno odstupanje dobijenog ocenjivača od srednje vrednosti.

Statistička značajnost svih ocenjenih parametara modela zajedno ispituje se F -testom, koji pod nultom hipotezom pretpostavlja da su svi parametri statistički značajno različiti od nule. Nulta hipoteza se ne odbacuje u slučaju kada je $F_{reg} < F_{K-1, N-K}$.

$$H_0(\widehat{\beta}_2 = \widehat{\beta}_3 = \dots = \widehat{\beta}_K = 0)$$

$$H_1(\widehat{\beta}_k \neq 0, \text{ bar za jedno } k \in \{2, 3, \dots, K\})$$

$$F_{reg} = \frac{SSR/(K-1)}{SSE/(N-K)} : F_{K-1, N-K}$$

gde je:

$\widehat{\beta}_k$ – dobijeni ocenjivač parametra β_k

SSR – deo varijacije u zavisnoj promenljivoj koji je objašnjen regresionim modelom

SSE - deo varijacije u zavisnoj promenljivoj koji nije objašnjen regresionim modelom

SSR i SSE su opisane u nastavku (poglavlje 3.1.2).

3.1.2. Koeficijent korelacijske

Koeficijent korelacijske je statistička mera povezanosti dva obeležja. Prilikom formiranja statističkih modela od velike važnosti je ispitivanje povezanosti promenljivih, kako bi se razumeo njihov odnos. Prisustvo jake korelacijske između parova promenljivih može biti znak prisustva multikolinearnosti, o čemu će biti reči u nastavku, stoga je važno steći okvirnu sliku o povezanosti promenljivih na samom početku statističke analize.

Koeficijent korelacijske koji meri linearnu zavisnost dva obeležja naziva se *Pearson*-ov koeficijent korelacijske i on se najčešće koristi, a definiše se kao odnos kovarijanse između datih promenljivih (X_1 i X_2) i proizvoda njihovih standardnih odstupanja:

$$\rho_P = \frac{cov(X_1, X_2)}{\sigma_{X_1} \sigma_{X_2}}$$

Koeficijent korelacijske se kreće u intervalu $[-1, 1]$, pri čemu vrednost koeficijenta 1 ukazuje na savršenu pozitivnu korelacijsku, a -1 na savršenu negativnu korelacijsku između promenljivih.

S obzirom na to da će se panel model u poglavljaju 4 formirati pomoću logaritama promenljivih, biće korišćen *Spearman* koeficijent korelacijske koji meri monotonu povezanost dva obeležja tako što se od svake promenljive formira novi niz gde se svakom elementu pridruži rang i zatim se porede tako dobijeni nizovi. Ovaj koeficijent se definiše se na sledeći način:

$$\rho_S = \rho_{rgX_1, rgX_2} = \frac{cov(rgX_1, rgX_2)}{\sigma_{rgX_1} \sigma_{rgX_2}}$$

Pri čemu rgX_1 i rgX_2 predstavljaju rangirane promenljive X_1 i X_2 , a ρ je *Pearson*-ov koeficijent korelacijske koji se sada primenjuje na rgX_1 i rgX_2 .

Statistička značajnost koeficijenta korelacije ispituje se pomoću test statistike i uz sledeće hipoteze:

$$H_0(\hat{\rho} = 0)$$

$$H_1(\hat{\rho} \neq 0)$$

$$t_{reg} = \hat{\rho} \sqrt{\frac{N-2}{1-\hat{\rho}^2}} : t_{N-2}$$

pri čemu t_{reg} predstavlja registrovanu vrednost, a $\hat{\rho}$ predstavlja ocjenjeni koeficijent korelacije. Pod nultom hipotezom koeficijent korelacije nije statistički značajno različit od nule, a nulta hipoteza se odbacuje u slučaju kada je $|t_{reg}| > t_{N-2}$.

3.1.3. Mere adekvatnosti regresionog modela

Nakon dobijanja ocena za parametre regresionog modela, izračunavaju se različite mere adekvatnosti modela kako bi se utvrdilo u kojoj meri nezavisne promenljive u modelu objašnjavaju zavisnu promenljivu. U nastavku su date mere koje se najčešće koriste: koeficijent determinacije i prilagođeni koeficijent determinacije.

- Koeficijent determinacije - R^2

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

R^2 predstavlja procenat varijacije zavisne promenljive koji je objašnjen modelom. Do izraza za SSR i SST dolazimo rastavljanjem varijanse zavisne promenljive na sledeći način:

$$\sum_i (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_i (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_i (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (3.1.2)$$

Uvođenjem oznaka $SST = \sum_i (Y_i - \bar{Y})^2$, $SSR = SST - \sum_i (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$ i $SSE = \sum_i (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ dobijamo izraz 3.1.3.

$$SST = SSR + SSE \quad (3.1.3)$$

Drugim rečima, SST je suma odstupanja pojedinačnih vrednosti zavisne promenljive iz uzorka od njene srednje vrednosti, dok je SSR suma odstupanja ocjenjenih vrednosti zavisne promenljive od njene srednje vrednosti. SSE je suma odstupanja vrednosti zavisne promenljive iz uzorka od njenih ocjenjenih vrednosti. SSR i SST pokazuju, redom,

koji deo varijanse zavisne promenljive objašnjava regresioni model, odnosno koji deo varijanse nije objašnjen regresionim modelom.

Što je veći R^2 model je bolji, odnosno nezavisne promenljive u modelu u većoj meri objašnjavaju zavisnu promenljivu.

- Prilagođeni koeficijent determinacije – \bar{R}^2

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(N-K)}{SST/(N-1)}$$

\bar{R}^2 kažnjava ubacivanje u model nezavisne promenljive koja u maloj meri doprinosi objašnjavanju zavisne promenljive.

3.1.4. Ispitivanje postojanja multikolinearnosti

Multikolinearnost se javlja kada u uzorku postoji visoka korelacija između dve ili više nezavisnih promenljivih, odnosno kada se jedna nezavisna promenljiva može predvideti uz pomoć druge/drugih. Prisustvo multikolinearnosti u uzorku prouzrokuje veće standardne greške koeficijenata, kao i to da male promene u podacima dovode do velikih promena u koeficijentima, čak i do promene smera uticaja na zavisnu promenljivu. Neki od uzroka pojave multikolinearnosti su mali obim uzorka, uključivanje u model nezavisne promenljive koja je kombinacija drugih nezavisnih promenljivih iz modela, uključivanje u model dve iste ili skoro iste promenljive. Radi identifikovanja prisustva multikolinearnosti često se koristi VIF test, koji je dat formulom:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

i predstavlja procenat varijanse jedne nezavisne promenljive objašnjen varijansom ostalih nezavisnih promenljivih. U formuli R_j^2 predstavlja koeficijent determinacije za model u kome je je j -ta nezavisna promenljiva prikazana korišćenjem linearne regresije sa preostalim nezavisnim promenljivama.

Najbolji slučaj podrazumeva da je $VIF = 1$, s obzirom da to znači da se određena nezavisna promenljiva ne može objasniti pomoću ostalih. U praksi se često prepostavlja da, ukoliko je $VIF > 10$, postoji snažna multikolinearnost, ali ova granica varira, pa tako pojedini istraživači uzimaju vrednost 4.5, što će biti slučaj i u analizi u ovom radu.

3.1.5. Autlajeri i uticajne tačke

U statističkoj analizi treba obratiti pažnju na postojanje autlajera i uticajnih tačaka. Autlajer je tačka za koju je rezidual, odnosno odstupanje predviđene vrednosti zavisne promenljive od njene realizovane vrednosti, velik. Uticajna tačka je tačka čije isključivanje iz podataka prouzrokuje promene u statističkoj značajnosti koeficijenata, kao i promene u vrednostima koeficijenata. Formalan postupak za proveru da li je određena tačka uticajna vrši se pomoću *Cook's distance* test statistike, koja poređi vrednosti ocenjenih parametara dobijenih na osnovu celog uzorka, uključujući tačku za koju se sumnja da je uticajna, i vrednosti ocenjenih parametara dobijenih na osnovu uzorka bez date tačke. Pod nultom hipotezom, tačka nije uticajna, odnosno njen isključivanje iz uzorka ne menja koeficijente modela. Test statistika i hipoteze su:

$$H_0(\hat{\beta}_{(i)} - \hat{\beta} = 0)$$

$$H_0(\hat{\beta}_{(i)} - \hat{\beta} \neq 0)$$

$$D_i = \frac{(\hat{\beta}_{(i)} - \hat{\beta})^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} (\hat{\beta}_{(i)} - \hat{\beta})}{(K+1)s^2} : F_{0.5, K+1, N-(K+1)}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

pri čemu je $s^2 = \frac{SSE}{N-(K+1)}$, a \mathbf{X} je matrica čije se kolone sastoje od vrednosti nezavisnih promenljivih. Za $D_i > F_{0.5, K+1, N-(K+1)}$, nulta hipoteza se odbacuje i zaključuje se da data tačka jeste uticajna.

3.2. Analiza vremenskih serija

Za razliku od podataka uporednih preseka koji su podrazumevali posmatranje različitih subjekata u jednom vremenskom trenutku, podaci vremenskih serija (engl. *time-series data*) su podaci koji se odnose na uzastopne vremenske jedinice jednakih razmaka, na primer kretanje stope inflacije na godišnjem nivou u jednoj zemlji kroz T godina. U praksi je čest slučaj da se promenljive posmatraju kroz vreme i na taj način se formira regresioni model. Stoga, vremenske serije su od velike važnosti u statističkom modeliranju i u nastavku je dat njihov opis.

3.2.1. Osnovni pojmovi vremenskih serija

Vremenska serija je jedan uređeni niz obzervacija, odnosno, to je niz podataka $\{X_t, t = 1, 2, \dots, T\}$ posmatranih uglavnom kroz vreme, iako se mogu posmatrati i u odnosu na neku drugu komponentu. Sa jedne strane, vremenska serija se može smatrati sinonimom za stohastički proces, a sa druge strane ona predstavlja jednu realizaciju stohastičkog procesa.

U statističkom modeliranju jedan od ciljeva je pronaći funkcionalnu vezu između zavisne i nezavisnih promenljivih. Jedna od najčešćih prepostavki je da je ta veza linearna. Pre definisanja linearne vremenske serije, potrebno je definisati proces belog šuma.

Proces $\{\varepsilon_t\}$ se naziva *beli šum* ako su $\varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, T$, nezavisne slučajne promenljive sa istom raspodelom i važi

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2.$$

Ukoliko ε_t prati normalnu raspodelu, vremenska serija se naziva *Gausov beli šum*.

Vremenska serija $\{X_t\}$ je linearна ako se može zapisati kao:

$$X_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \varepsilon_{t-i} \quad (3.2.1)$$

gde su:

- $\mu = E(X_t)$
- $\psi_0 = 1$; ψ_i su težine koje pokazuju u kojoj meri prethodne vrednosti vremenske serije utiču na njenu trenutnu vrednost
- $\{\varepsilon_t\}$ je beli šum

Postoje različiti linearni modeli vremenskih serija koji se često koriste u praksi. Jedan od njih je autoregresivni (*AR*) model, u kome je zavisna promenljiva predstavljena preko svojih prethodnih vrednosti.

Vremenska serija $\{x_t, t \in T\}$ prati autoregresivni model reda p , odnosno $AR(p)$ model, ako x_t može da se zapiše kao:

$$x_t = \mu + \Phi_1 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + \dots + \Phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.2.2)$$

gde je $\{\varepsilon_t, t \in T\}$ proces belog šuma. [11]

3.2.2. Stacionarnost vremenske serije

Jedna od osnovnih prepostavki na kojoj se zasniva velik deo vremenskih serija jeste stacionarnost vremenske serije.

Vremenska serija $\{X_t\}$ je *striktno stacionarna* ako, za svako t , $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k})$ i $(X_{t_1+t}, X_{t_2+t}, \dots, X_{t_k+t})$ imaju istu raspodelu, pri čemu je k pozitivan ceo broj, a (t_1, \dots, t_k) skup k pozitivnih celih brojeva.

Drugim rečima, striktna stacionarnost podrazumeva da je raspodela za $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k})$ invarijantna u odnosu na vreme. Ovaj uslov je veoma jak i teško ga je empirijski proveriti. Iz tog razloga, uvodi se pojam slabe stacionarnosti, koja predstavlja osnov za analizu mnogih vremenskih serija.

Slaba stacionarnost vremenske serije podrazumeva da njene osnovne karakteristike ne zavise od vremenskog trenutka. Matematički gledano, vremenska serija $\{X_t\}$ je *slabo stacionarna* ukoliko za sve $t \in T$ važi:

$$E(X_t) = \mu = \text{const}$$

$$\text{cov}(X_t, X_{t-l}) = \gamma_l$$

pri čemu je l proizvoljan ceo broj i γ funkcija od l , ali ne i od trenutka t .

Dakle, slabo stacionarnu vremensku seriju karakteriše svojstvo njenih vrednosti da se sa konstantnom varijacijom kreću oko fiksnog nivoa. Shodno tome, slaba stacionarnost omogućava istraživaču da na osnovnu prethodnih vrednosti formira predikcije. Iako se u praksi često prepostavlja da je pretpostavka o slaboj stacionarnosti zadovoljena, mnoge vremenske serije koje se koriste u finansijama, kao što su serije cena, deviznih kurseva i kamatnih stopa, nemaju ovu osobinu. Za seriju cena, nestacionarnost se zasniva na činjenici da ne postoji neki fiksni nivo cena. U literaturi o vremenskim serijama, ovakve serije zovu se *nestacionarne vremenske serije sa jediničnim korenom*. [11]

U praksi je često $|\Phi_1| < 1$ i u tom slučaju kaže se da postoji jedinični koren i da vremenska serija nije slabo stacionarna. Kod mnogih nestacionarnih vremenskih serija stacionarnost se može postići nekom transformacijom vremenske serije.

Pre nego što se uvede pojam diferencno stacionarnih procesa, potrebno je objasniti pojam slučajnog hoda. Proces $\{X_t, t \in T\}$ je *slučajan hod* ako važi

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.4)$$

gde je $\{\varepsilon_t, t \in T\}$ proces belog šuma.

Slučajan hod je nestacionaran proces, ali može postati stacionaran sledećim postupkom:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \quad / -X_{t-1} \quad (3.2.5)$$

$$\Delta X_t = \varepsilon_t$$

Na ovaj način dobija se stacionaran proces. Operacija se zove *diferenciranje*, a operator Δ je *diferencni operator*. Stohastički procesi kod kojih se stacionarnost postiže diferenciranjem nazivaju se *diferencno stacionarni procesi*.

Stohastički proces $\{X_t, t \in T\}$ je *integriran proces reda d*, odnosno $\{X_t, t \in T\}$ je $I(d)$, ako se može transformisati u stacionaran stohastički proces diferenciranjem d puta. Nekada je potrebno više puta diferencirati proces da bi se postigla stacionarnost.

Formalan statistički postupak za testiranje prisustva i tipa nestacionarnosti u modelima linearnih vremenskih serija jesu testovi jediničnih korena. Najčešće korišćeni testovi jediničnih korena su Dickey-Fuller test i prošireni Dickey-Fuller test. Kada je u pitanju analiza panel serija, u ovu svrhu se koriste *Levin-Lin-Chu* test i *Im Pesaran Shin* test, koji se zasnivaju na proširenom *Dickey-Fuller* testu, stoga je u nastavku data teorijska osnova, kako ovog, tako i običnog *Dickey-Fuller* testa.

Posmatraju se dva modela vremenske serije $\{x_t, t \in T\}$:

$$x_t = \Phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.6)$$

$$x_t = \Phi_0 + \Phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.7)$$

Model 3.2.6 je specijalan slučaj modela 3.2.7, za $\Phi_0 = 0$. Model 3.2.7 je $AR(1)$ model, a $\{\varepsilon_t, t \in T\}$ je proces belog šuma.

Ako je $|\Phi_1| < 1$, vremenska serija je stacionarna, a ako je $|\Phi_1| = 1$ vremenska serija sadrži jedinični koren i nije stacionarna.

Za testiranje postojanja jediničnog korena postavljaju se hipoteze:

$$H_0(|\Phi_1| = 1)$$

$$H_1|\Phi_1| \neq 1$$

Pod nultom hipotezom vremenska serija sadrži jedinični koren, odnosno nije stacionarna, dok pod alternativnom hipotezom ne sadrži jedinični koren i stacionarna je. Pre samog testiranja potrebno je oceniti parametre, a metoda koja se često koristi je metoda najmanjih kvadrata. Nakon dobijenih ocenjenih parametara računa se test statistika:

$$DF = \frac{\widehat{\Phi}_1 - 1}{\sigma_{\widehat{\Phi}_1}}$$

gde je $\widehat{\Phi}_1$ dobijeni ocenjivač za Φ_1 , a $\sigma_{\widehat{\Phi}_1}$ standardno odstupanje ocenjenog parametra.

Pod nultom hipotezom DF test statistika ima nestandardnu raspodelu koju su odredili *Dickey* i *Fuller*. Odluka se donosi na sledeći način: Ako je $|DF| > z$, gde je z kvantil ove raspodele, nulta hipoteza se odbacuje i zaključuje se da je vremenska serija stacionarna, odnosno da ne poseduje jedinične korene. U suprotnom, dolazi se do zaključka da postoje jedinični koreni, odnosno da vremenska serija nije stacionarna.

Model 3.2.7 može da se zapiše kao

$$x_t = \Phi_0 + \Phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \quad / -x_{t-1} \quad (3.2.8)$$

$$x_t - x_{t-1} = \Phi_0 + (\Phi_1 - 1)x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.9)$$

$$\Delta x_t = \Phi_0 + \alpha x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.10)$$

Pri čemu je $\alpha = \Phi_1 - 1$, a $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$.

Sada su hipoteze:

$$H_0 (\alpha = 0)$$

$$H_1 (\alpha < 0),$$

a test statistika:

$$DF = \frac{\hat{\alpha}}{std(\hat{\alpha})}.$$

Testiranje postojanja jediničnih korena za *AR* modele višeg reda vrši se pomoću modifikacije Dickey-Fuller testa. Jedna od njih je *prošireni Dickey-Fuller test* (engl. *Augmented Dickey-Fuller – ADF*).

Neka je *AR(p)* model vremenske serije $\{x_t, t \in T\}$, odnosno:

$$x_t = c_t + \beta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Phi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.2.11)$$

pri čemu je c_t deterministička funkcija vremena, a $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$. U praksi, $c_t = 0$ ili $c_t = const.$ ili $c_t = \omega_1 + \omega_2 t$.

Hipoteze modela:

$$H_0 (\beta = 1)$$

$$H_1 (\beta < 1)$$

Test statistika:

$$ADF = \frac{\hat{\beta}-1}{std(\hat{\beta})}$$

Ovako definisan test se zove prošireni *Dickey-Fuller* test jediničnih korena.

Jednačina 3.2.11 se može zapisati kao:

$$\Delta x_t = c_t + \beta_c x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \phi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.2.12)$$

pri čemu je $\beta_c = \beta - 1$.

U ovom slučaju, testiraju se hipoteze:

$$H_0 (\beta_c = 0)$$

$$H_1 (\beta_c < 0)$$

Test statistika:

$$\text{ADF-test} = \frac{\widehat{\beta}_c}{\text{std}(\widehat{\beta}_c)}$$

Dakle, odbacivanjem nulte hipoteze dolazi se do zaključka da vremenska serija ne sadrži jedinični koren. [11]

Još jedan važan pojam jeste kointegracija vremenskih serija. Naime, ukoliko su vremenske serije $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Kt}$ reda integracije 1, odnosno ukoliko su $I(1)$, i postoje koeficijenti $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K$ takvi da je $\beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_K X_{Kt}$ stacionarna vremenska serija, $I(0)$, tada se kaže da su vremenske serije $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Kt}$ kointegrisane.

Kointegracija vremenskih serija podrazumeva da se one kreću u istom smeru, iako nisu stacionarne. U praksi se kointegracija često proverava, a u nastavku je dat i razlog za to.

Kada vremenske serije pomoću kojih se formira regresioni model sadrže jedinične korene statistički testovi precenjuju povezanost između promenljivih, a dobijeni koeficijenti su netačni. U tom slučaju, nulta hipoteza se, prilikom testiranja značajnosti koeficijenta, odbaci čak i u slučaju kada zapravo ne postoji uticaj date promenljive na zavisnu. Kada analizirane vremenske serije nisu stacionarne, regresija dobijena pomoću njih nije tačna jer prikazuje nelogičnu povezanost između datih serija. Naime, netačna regresija je posledica postojanja trenda u vremenskim serijama, koji je zapravo jedina veza između datih serija. [12]

Iz navedenog razloga, od velike je važnosti ispitati stacionarnost vremenskih serija pre formiranja regresionog modela. Ukoliko date vremenske serije nisu stacionarne u nivou, ali jesu u prvim diferenciranim serijama, model se može formirati pomoću diferenciranih serija. Međutim, ukoliko postoji potreba da se u modelu koriste promenljive u nivou, a ne njihove diferencirane serije, potrebno je prethodno ispitati kointegraciju među njima, kako bi veza između datih serija dobijena modelom dugoročno važila.

3.3. Panel podaci

3.3.1. Pojam panel podataka

Panel podaci (engl. *panel data*) predstavljaju kombinaciju vremenskih serija i podataka uporednih preseka. Na primer, skup podataka o stopi bruto štednje, stopi inflacije i stopi nezaposlenosti u N država u periodu od T godina.

Dakle, panel podaci istovremeno obezbeđuju vremensku i prostornu komponentu. Ako je broj obzervacija isti za svaku jedinicu posmatranja, kažemo da su panel podaci *balansirani*. S druge strane, ako se broj obzervacija razlikuje od jedne do druge jedinice posmatranja u panelu, kažemo da su podaci *nebalansirani*. [13]

3.3.2. Prednosti i mane korišćenja panel podataka

Postoji niz prednosti korišćenja panel podataka u ekonomskim istraživanjima u odnosu na korišćenje klasičnih vremenskih serija i podataka uporednih preseka.

Prva prednost korišćenja panel podataka je ta što se značajno povećava veličina uzorka, čime se omogućava analiza koja nije izvodljiva pri korišćenju vremenskih serija ili podataka uporednih preseka. Naime, čest problem u praksi je prikupiti podatke koji imaju dovoljno dugu vremensku dimenziju, kao i dovoljan broj jedinica posmatranja, a panel podaci omogućavaju združivanje podataka čime se značajno povećava obim uzorka.

Još jedna prednost korišćenja panel podataka je ta što oni omogućavaju razlikovanje individualnih i vremenskih efekata. Individualni efekti su efekti promenljivih koje su izostavljene iz modela i koje su konstantne kroz vreme, ali se razlikuju među posmatranim subjektima. S druge strane, vremenski efekti su efekti promenljivih koje su izostavljene iz modela i koje su konstantne među subjektima, ali se razlikuju po vremenskim periodima. Primenom panel podataka, individualni i/ili vremenski efekti su kontrolisani, korišćenjem modela fiksnih efekata i modela slučajnih efekata (o modelima detaljnije u nastavku). [15]

Takođe, za razliku od podataka uporednih preseka koji prikazuju statičku vezu između promenljivih, panel podaci omogućavaju analizu dinamike veze između promenljivih, s obzirom na to da se subjekti posmatraju kroz vreme.

Pored navedenih prednosti, svakako postoje i mane korišćenja panel podataka. Prvo, zbog nedostupnosti podataka za sve jedinice posmatranja iz analize, može doći do isključivanja promenljivih koje su značajne za donošenje zaključka. Ukoliko podaci jesu dostupni, s obzirom na to da se posmatraju isti subjekti kroz vreme, postoji mogućnost da posle izvesnog vremena neki subjekat "ne odgovori".

Takođe, postoji problem kratke dimenzije vremenske serije. Naime, ako se koriste podaci na godišnjem nivou često se pokriva kratak vremenski period za svaku jedinicu posmatranja, tj nedovoljno dug vremenski period da bi se opisala promena posmatrane promenljive.

Na kraju, postojanje zavisnosti uporednih podataka može značajno uticati na rezultate istraživanja i dovesti do grešaka u zaključivanju. Makro paneli zemalja ili regiona sa dugačkim vremenskim serijama, kod kojih se ne uzima u obzir mogućnost zavisnosti uporednih podataka, mogu dovesti do grešaka u zaključivanju. Zavisnost uporednih podataka je važan faktor koji utiče na rezultat. [15]

Panel podaci ne predstavljaju rešenje za sve probleme koje nose uporedni podaci i podaci vremenskih serija. Prikupljanje panel podataka je prilično skupo, ali ono što je od velike važnosti je da istraživači koji koriste panel podatke budu svesni njihovih nedostataka.

3.3.3. Ekonometrijski modeli panel podataka

Opšti oblik regresionog modela panel podataka se može prikazati kao:

$$Y_{it} = \beta_{1it} + \sum_{k=2}^K \beta_{kit} X_{kit} + u_{it} \quad (3.3.1)$$

$$i=1,2,\dots,N; t=1,2,\dots,T; k=1,2,\dots,K$$

gde je:

Y_{it} – vrednost zavisne promenljive za i -tu jedinicu posmatranja u trenutku t

X_{kit} – vrednost k -te nezavisne promenljive za i -tu jedinicu posmatranja u trenutku t

$X_{1it} = 1$, za svako i i t

β_{kit} – nepoznati regresioni parametri, koji su u opštem obliku modela varijabilni po jedinicama posmatranja i vremenskim periodima, tj. nisu konstantni kao što je slučaj u klasičnom regresionom modelu

u_{it} – slučajna greška sa aritmetičkom sredinom jednakom nuli i konstantnom zajedničkom varijansom, za svako i i t

U zavisnosti od toga da li su regresioni parametri modela konstantni ili varijabilni, postoje različiti tipovi panel modela, od kojih su u nastavku dati oni koji su relevantni za istraživanje u ovom radu.

3.3.3.1. Panel modeli sa konstantnim regresionim parametrima

Pretpostavka ovog modela je da su regresioni parametri koji se ocenjuju konstantni za sve jedinice posmatranja i vremenske trenutke. Ovakav model se naziva model sa konstantnim regresionim parametrima (engl. *pooled model*) i može se prikazati kao:

$$Y_{it} = \beta_1 + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad (3.3.2)$$

$$i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T$$

Dakle, ovaj model prepostavlja da su razlike koje postoje među jedinicama posmatranja i vremenskim periodima slučajne, odnosno da su obuhvaćene slučajnom greškom modela. Međutim, ove razlike u praksi često nisu slučajne. Pošto ovaj model ne uzima u obzir heterogenost među jedinicama posmatranja, kao ni heterogenost među vremenskim periodima, on odgovara višestrukoj regresionoj analizi, gde se, ukoliko su ispunjene standardne pretpostavke, nepoznati parametri ocenjuju metodom najmanjih kvadrata (*ordinary least squares - OLS*). [15]

3.3.3.2. Panel modeli sa individualnim efektima

U modelu sa individualnim efektima regresioni parametri uz nezavisne promenljive su konstantni, a slobodni članovi se razlikuju po jedinicama posmatranja. Model sa individualnim efektima može se prikazati kao:

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad (3.3.3)$$

$$i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T$$

Slobodni član se može zapisati kao $\beta_{1i} = \beta_1 + \mu_i$, što predstavlja zbir prosečne vrednosti slobodnog člana i odstupanja i -te jedinice posmatranja od te vrednosti. Na ovaj način je u model uključena heterogenost između jedinica posmatranja. Kada se ovaj izraz uvrsti u polaznu jednačinu, dobija se novi izraz za model sa individualnim efektima:

$$Y_{it} = \beta_1 + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + \mu_i + u_{it} \quad (3.3.4)$$

Ukoliko slobodni članovi β_{1i} uzimaju fiksne vrednosti u različitim jedinicama posmatranja, odnosno ukoliko su individualni efekti μ_i fiksni parametri, tada je reč o modelu sa fiksним efektima. Kada se individualni efekti tretiraju kao stohastičke promenljive, tada je reč o modelu sa slučajnim (stohastičkim) efektima. [15]

3.3.3.2.1. Model sa fiksним efektima

U modelu sa fiksним individualnim efektima regresioni parametri uz nezavisne promenljive su konstantni po jedinicama posmatranja i vremenskim periodima, dok su slobodni članovi varijabilni. Kao što je pomenuto, u ovom slučaju individualni efekti μ_i su fiksni parametri. S obzirom na to da kontroliše razlike među pojedinačnim zemljama, ali ne i razlike među vremenskim periodima, ovaj model se još naziva i *one-way fixed effects model*.

Postoji nekoliko načina za ocenjivanje modela sa fiksним efektima. Jedan od njih je model sa veštačkim promenljivama (engl. *Least squares dummy variable model* – LSDV model), koji podrazumeva da se individualna heterogenost N jedinica posmatranja postiže uključivanjem $N - 1$ binarnih promenljivih u model. S obzirom na jednostavno ocenjivanje LSDV modela, ovaj model se često koristi pri radu sa panel modelima.

U poglavlju 4 prilikom ocenjivanja parametara panel modela sa fiksnim efektima, ocene parametara su dobijene drugim načinom ocenjivanja - ocenjivanjem unutar grupe (engl. “*within group estimation*”). Ovaj metod umesto binarnih promenljivih koristi varijacije unutar svake jedinice posmatranja, odnosno grupe. Model se prikaže pomoću odstupanja pojedinačnih vrednosti od aritmetičke sredine i -te jedinice posmatranja, čime se eliminiše N individualnih efekata iz modela. Metod ocenjivanja unutar grupe daje identične ocene parametara kao LSDV model.

Treći pristup ocenjivanju modela fiksnih efekata - “*between group*” ocenjivač, podrazumeva izračunavanje vremenskog proseka zavisne i nezavisnih promenljivih, a zatim se parametri tog modela ocenjuju *OLS* metodom.

3.3.3.2.2. Model sa stohastičkim efektima

U slučaju kada se slobodni član β_{1i} tretira kao stohastička promenljiva, reč je o modelu sa stohastičkim individualnim efektima (engl. *Random-effects model*). U ovom slučaju individualni efekti μ_i su stohastičke promenljive. Ovaj model se još naziva i *model sa komponentama slučajne greške* (engl. *One-way error components model*) i može se predstaviti na sledeći način:

$$Y_{it} = \beta_1 + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + \nu_{it} \quad (3.3.5)$$

$$i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T$$

gde je $\nu_{it} = \mu_i + u_{it}$.

Termin “komponente slučajne greške” potiče od činjenice da se slučajna greška ν_{it} sastoji iz dve komponente: slučajne promenljive μ_i i ostatka greške u_{it} .

Model sa slučajnim efektima se može ocenjivati metodom uopštenih najmanjih kvadrata (engl. *Generalized least squares method*) ili metodom *Feasible generalized least squares*. U ovom radu korišćen je *FGLS* metod. [16]

Dakle, u modelu sa stohastičkim efektima, individualni efekti su obuhvaćeni slučajnom greškom ν_{it} , što znači da heterogenost između posmatranih subjekata nije direktno uključena u regresioni model pomoću očekivane vrednosti zavisne promenljive, kao što je bio slučaj u modelu sa fiksним efektima, već je heterogenost varijansom zavisne promenljive. [15]

3.3.4. Izbor regresionog modela

Da bi se odabralo najadekvatniji model, potrebno je ispitati postojanje fiksnih/slučajnih efekata u panel podacima. Postojanje fiksnih individualnih/vremenskih efekata se ispituje *F-testom*, dok se postojanje slučajnih individualnih/vremenskih efekata ispituje *Breusch-Pagan-ovim Lagrange multiplier (LM)* testom. Konačno, poređenje modela sa fiksnim efektima i modela sa slučajnim efektima vrši se pomoću *Hausman* testa.

3.3.4.1. F-test

F-test poredi *pooled* model, koji ne uključuje fiksne/slučajne efekte, sa *LSDV* (modelom sa fiksnim efektima) sa ciljem utvrđivanja da li korišćenje modela sa fiksnim efektima može da poveća koeficijent determinacije modela. Nulta hipoteza testa podrazumeva da su parametri svih binarnih varijabli jednaki nuli, odnosno da fiksni efekti ne postoje. Alternativna hipoteza podrazumeva da je parameter barem jedne binarne varijable različit od nule.

$$F_{N-1,NT-N-K} = \frac{(R_{LSDV}^2 - R_{pooled}^2)/(N-1)}{(1 - R_{LSDV}^2)/(NT - N - K)}$$

Ukoliko se nulta hipoteza odbaci (parametar za barem jedan subjekat/vremenski trenutak je različit od nule), zaključuje se da postoji statistički značajan fiksni efekat, odnosno postoji statistički značajan rast koeficijenta determinacije u modelu sa fiksnim efektima, stoga je model sa fiksnim efektima adekvatniji od *pooled OLS* modela. [16]

3.3.4.2. Breusch-Pagan LM test

LM test poredi *pooled* model sa modelom sa slučajnim efektima i on proverava da li su komponente varijanse koje su vezane za individualne/vremenske efekte jednake nuli. Pod nultom hipotezom adekvatniji je *pooled* model od modela sa slučajnim efektima. *LM* statistika prati χ^2_1 raspodelu:

$$LM_u = \frac{N * T}{2(T - 1)} \left[\frac{T^2 \bar{\mathbf{e}}' \bar{\mathbf{e}}}{\mathbf{e}' \mathbf{e}} - 1 \right]$$

gde $\bar{\mathbf{e}}$ predstavlja vektor srednjih vrednosti grupa reziduala *pooled* modela, dimenzije $N \times 1$, a $\mathbf{e}' \mathbf{e}$ je *SSE pooled* modela. Ukoliko se nulta hipoteza odbaci, zaključuje se da postoje slučajni individualni/vremenski efekti i da je model sa slučajnim efektima bolji od *pooled OLS* modela. [16]

3.3.4.3. Hausman test

Hausman test poredi ocenjene parametre *LSDV* modela (modela sa fiksним efektima) sa ocenjenim parametrima modela sa slučajnim efektima. Nulta hipoteza testa podrazumeva da je model sa slučajnim efektima adekvatniji od modela sa fiksним efektima. Hausman test statistika prati χ_K^2 raspodelu:

$$H = (\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LSDV} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{random})' \hat{\mathbf{W}}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LSDV} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{random})$$

gde je $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LSDV}$ vektor ocenjenih parametara *LSDV* modela, $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{random}$ vektor ocenjenih parametara modela sa slučajnim efektima, a $\hat{\mathbf{W}} = Var(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LSDV} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{random}) = Var(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LSDV}) - Var(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{random})$ predstavlja razliku ocenjene kovarijanske matrice *LSDV* modela i ocenjene kovarijanske matrice modela sa slučajnim efektima. Ukoliko se nulta hipoteza odbaci zaključuje se da je adekvatniji model sa slučajnim efektima. [16]

3.4. Klaster analiza

Klaster analiza vrši grupisanje jedinica posmatranja na osnovu zajedničkih karakteristika. Osnovna ideja klaster analize je da se napravi optimalna diferencijacija među jedinicama posmatranja po određenim karakteristikama. Na primer, hoćemo da grupišemo evropske zemlje po vrednosti rasta BDP-a. U jednoj grupi (klasteru) će se naći zemlje čiji rast BDP-a uzima slične vrednosti. Klaster analiza je korisna za bolje razumevanje podataka i sticanje uvida u njihove karakteristike.

Postoje različite metode klaster analize od kojih će, za potrebe ovog rada, biti prikazano hijerarhijsko klasterovanje, kao i jedna od njegovih metoda – *Ward-ov* metod.

Hijerarhijsko klasterovanje uzima u obzir udaljenost između različitih klastera, odnosno sličnosti i razlike između njih. Postoje dva pristupa hijerarhijskom klasterovanju:

1. Nagomilavajući (engl. *agglomerative*) pristup – prvo svaka jedinica posmatranja ima svoj klaster, a zatim se u svakom narednom koraku dva najbliža klastera spajaju u jedan, sve dok se jedinice posmatranja ne grupišu na najbolji mogući način, odnosno dok se ne dobije broj klastera koji pravi najbolju diferencijaciju među jedinicama posmatranja.
2. Razdvajajući pristup (engl. *divisive*) – počinje se od jednog klastera u kome se nalaze sve jedinice posmatranja, a zatim se broj klastera povećava sve dok se ne dobije najbolja diferencijacija jedinica posmatranja.

Ward-ov metod ili *metod minimalne varijanse* je metod aglomerativnog hijerarhijskog klasterovanja koji je zasnovan na minimizaciji ukupne varijanse unutar svih klastera. Prilikom implementacije ovog metoda, u svakom koraku se pronalazi par klastera čije spajanje minimalno doprinosi povećanju ukupne varijanse unutar svih klastera. Kao mera rastojanja tačke od centra klastera koristi se euklidsko rastojanje.

Dakle, *Ward-ov* metod govori o tome da se trošak spajanja dva klastera, A i B, definiše na sledeći način:

$$\Delta(A, B) = \sum_{i \in A \cup B} \|x_i - m_{A \cup B}\|^2 - \sum_{i \in A} \|x_i - m_A\|^2 - \sum_{i \in B} \|x_i - m_B\|^2 \quad (3.4.1)$$

odnosno

$$\Delta(A, B) = \frac{n_A n_B}{n_A + n_B} \|m_A - m_B\|^2 \quad (3.4.2)$$

pri čemu je:

m_j – centar klastera j , izračunat kao srednja vrednost tačaka u klasteru j

n_j – broj tačaka u klasteru j

$\Delta(A, B)$ – trošak spajanja klastera A i B

U hijerarhijskom klasterovanju suma kvadrata rastojanja počinje od nule jer je u početnom trenutku svaka tačka u svom klasteru, a zatim se povećava kako se klasteri spajaju. *Ward*-ov metod čini da ovaj rast sume kvadrata rastojanja bude što manji. Mana *Ward*-ovog metoda je što, ukoliko postoje dva para klastera sa jednakim rastojanjima, ovaj metod će izabrati da spoji manje klastere.

Kada je u pitanju optimalan izbor broja klastera, *Ward*-ov metod može da sugeriše koji broj klastera bi bio dobar, kroz trošak spajanja klastera: ako trošak spajanja klastera mnogo poraste, verovatno su u pitanju izrazito udaljeni klasteri i tada počinje da se gubi struktura. Ideja je da se broj klastera smanjuje sve dok trošak spajanja klastera ne postane suviše velik, a kada to postane, za optimalan broj klastera uzima se broj koji je prethodio porastu troška spajanja (broj iz prethodne iteracije). Ne postoji određena granica preko koje trošak spajanja klastera ne bi smeо da ide, pa ostaje istraživaču da odredi koji trošak je za njega prihvatlјiv. [17]

4. Analiza uticaja demografskog starenja na stopu štednje u evropskim zemljama

Matematički modeli koji opisuju vezu između demografskih i ekonomskih faktora su u ekspanziji širom sveta upravo zbog problema starenja populacije sa kojim se, kao što je prethodno rečeno, suočavaju mnoge države. Do sada je razvijen velik broj modela koji uz pomoć statističke analize objašnjavaju na koji način demografski pokazatelji starenja populacije, kao što su stopa zavisnosti starog stanovništva i očekivano trajanje života, utiču na ekonomске pokazatelje kao što je štednja, i predviđaju dalja dešavanja u ekonomiji.

U ovom poglavlju će biti formiran model za stopu bruto domaće štednje, posmatrajući panel podatke o 19 evropskih zemalja, kao i panel modeli za dva klastera ovih zemalja. Biće analiziran uticaj svake od nezavisnih promenljivih na stopu štednje, pri čemu će akcenat biti na promenljivama koje opisuju starenje populacije. Srbija nije uključena u skup zemalja za koje se formira panel model pre svega iz razloga što za nju nisu dostupni podaci za period pre 2000. godine o većini promenljivih koje se koriste, pa bi uzorak bio značajno manji ukoliko bi se Srbija uključila, s obzirom na to da bi onda period posmatranja svih zemalja bio period od 2000. do 2015. godine.

Cilj istraživanja je utvrditi smer uticaja nezavisnih promenljivih koje opisuju starenje populacije, a to su stopa zavisnosti starog stanovništva i očekivano trajanje života, na stopu bruto domaće štednje, pri čemu se takođe analizira uticaj ostalih demografskih i ekonomskih promenljivih na ovu promenljivu.

4.1. Metodologija istraživanja

Istraživanje se zasniva na analizi panel podataka. Uzorkom je obuhvaćeno 19 zemalja zapadne i centralne Evrope, a to su: Austrija, Belgija, Češka, Danska, Finska, Francuska, Grčka, Holandija, Irska, Italija, Luksemburg, Nemačka, Norveška, Poljska, Portugal, Španija, Švajcarska, Švedska i Ujedinjeno Kraljevstvo. Posmatraju se ekonomski i demografski pokazatelji navedenih zemalja u vremenskom periodu od 1991. do 2015. godine. Podaci su preuzeti iz baze podataka Svetske banke (<https://data.worldbank.org/>), kao i OECD (*The Organisation for Economic Co-operation and Development*) baze podataka (<https://data.oecd.org/>).

Istraživanje obuhvata prikaz deskriptivne statistike podataka, koja je od velike važnosti za razumevanje promenljivih koje će se uključiti u model, kao i njihove međusobne povezanosti. Zatim sledi ispitivanje stacionarnosti i kointegracije promenljivih, koje omogućavaju da zavisnost štednje od ostalih promenljivih dugoročno važi. Sledeći korak je izbor regresionog modela za sve tri grupe zemalja, odnosno izbor ukupno tri modela, i konačno, analiza dobijenih rezultata.

Zavisna promenljiva u modelu je stopa bruto domaće štednje kao procenta BDP-a, dok su nezavisne promenljive date u tabeli 4.1. Nezavisne promenljive se mogu svrstati u dve grupe: ekonomski pokazatelji i demografski pokazatelji. Izbor promenljivih je napravljen na osnovu [18]-[19], a dopunjen je pojedinim promenljivama – stopom zaposlenosti i nivoom bruto domaćeg proizvoda, kako bi se pokupili efekti ostalih promenljivih koji nisu bili pokupljeni pre uključivanja ovih promenljivih.

Tabela 4.1 prikazuje zavisnu i nezavisne promenljive koje će biti uključene u model, kao i njihove oznake, pri čemu će se u modelu koristiti logaritmi navedenih promenljivih, odnosno formiraće se log-log model.

Promenljiva	Oznaka
Stopa bruto domaće štednje	ŠT
Stopa zavisnosti starog stanovništva	SZ
Očekivano trajanje života	OT
Stopa zaposlenosti	SZL
Nivo obrazovanja	NO
Rast BDP-a	BDP rast
Nivo-a BDP-a	BDP nivo
Zdravstveni izdaci	ZI
Socijalni izdaci	SI
Nezaposlenost	NZ
Stopa inflacije	IF
Indikator za 2007. godinu	I2007
Indikator za 2008. godinu	I2008
Indikator za 2009. godinu	I2009
Indikator za 2010. godinu	I2010

Tabela 4.1 Pregled promenljivih

4.2. Deskriptivna statistika i matrica korelacija

Pre svega, urađena je deskriptivna statistika panel podataka kako bi se utvrdile osnovne karakteristike - srednja vrednost, standardna devijacija, minimum i maksimum. Dobijeni rezultati dati su u tabeli 4.2.

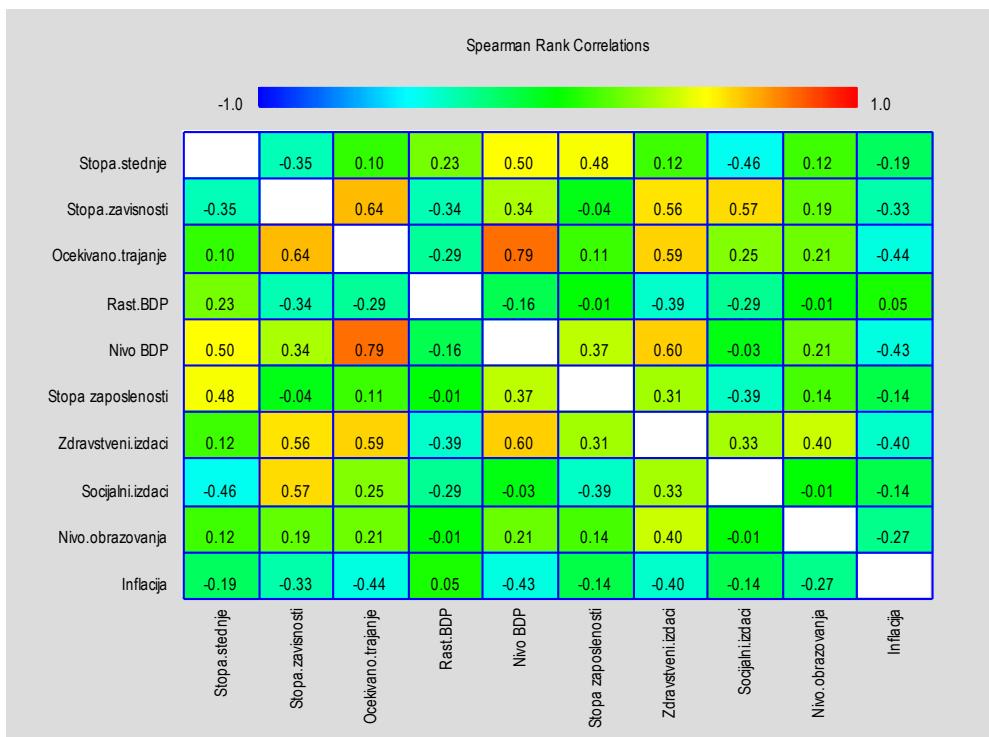
	Srednja vrednost	Standardna devijacija	Maksimum	Minimum
Štednja	26,17	8,16	54,33	8,33
Stopa zavisnosti	23,74	3,68	34,99	15,34
Očekivano trajanje	78,56	2,37	83,23	70,59
Nivo obrazovanja	108,54	16,62	163,93	67,03
Rast BDP-a	2,1	2,93	25,56	-11,62
Nivo BDP-a	31.822,63	14.684,08	102.780,4	5.915,541
Zdravstveni izdaci	6,23	1,33	9,34	3,21
Socijalni izdaci	7,89	2,32	14,5	2,38
Stopa zaposlenosti	54,71	7,14	71,90	37,74
Inflacija	2,97	5,29	76,77	-4,48

Tabela 4.2 Deskriptivna statistika podataka

Srednja vrednost stope štednje iznosi 26,17%, najveća vrednost dostignuta je u Irskoj 2015. godine, i iznosi 54,33%, dok je najmanja vrednost zabeležena u Grčkoj 2011. godine i iznosi 8,33%. Kada je u pitanju stopa zavisnosti starog stanovništva, ona je najveću vrednost dostigla u Italiji 2015. godine, a najmanju u Irskoj 2003. godine.

Nakon deskriptivne statistike podataka, utvrđeno je postojanje povezanosti među parovima promenljivih. Korelacije između parova promenljivih mogu ukazati na potencijalni problem multikolinearnosti, ali ne nužno, imajući u vidu da niska korelacija između parova promenljivih ne podrazumeva nisku korelaciju među više od dve promenljive. Za utvrđivanje korelacije između parova nezavisnih promenljivih biće korišćen *Spearman* koeficijent korelacije, s obzirom na to da se u modelu koriste logaritmi promenljivih, stoga nas zanima monotona povezanost dve promenljive.

Grafik 4.1 prikazuje matricu korelacija između promenljivih za nivo značajnosti 5%. Obim uzorka je 475 (19 zemalja, 25 godina), stoga ukoliko je $|\rho| > 0,09$ koeficijent korelacije je statistički značajno različit od nule. Narandžasta boja ukazuje na izrazito jaku pozitivnu korelaciju među promenljivama, dok plava boja označava izrazito negativnu korelaciju.



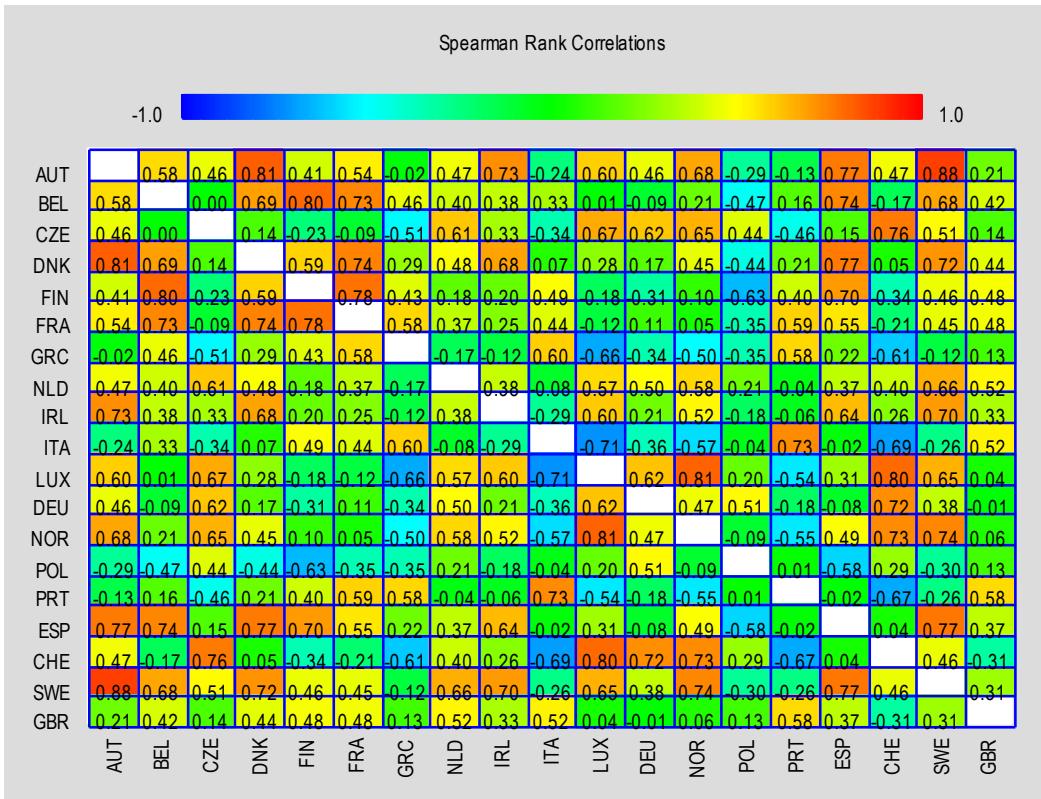
Grafik 4.1 Matrica korelacija promenljivih

Napomena: za $|\rho| > 0,09$ koeficijent korelacije je statistički značajno različit od nule.

Rezultati testa ukazuju na visoku korelaciju između očekivanog trajanja života i, redom, nivoa BDP-a, stope zavisnosti i zdravstvenih izdataka. Takođe, zdravstveni izdaci su srednje korelirani sa stopom zavisnosti starog stanovništva i nivoom BDP-a.

S obzirom na to da postoji srednja korelacija između očekivanog trajanja života i još tri promenljive, moguće je da će se pokazati da ova promenljiva treba da se isključi iz modela zbog prisustva multikolinearnosti. Kako god, važno je imati u vidu da ona pokazuje bivarijantni odnos među promenljivama, dok je multikolinearnost multivarijacioni problem. U svakom slučaju, pre ispitivanja same multikolinearnosti određivanje korelacione matrice je značajan korak za sticanje okvirne slike o povezanosti promenljivih.

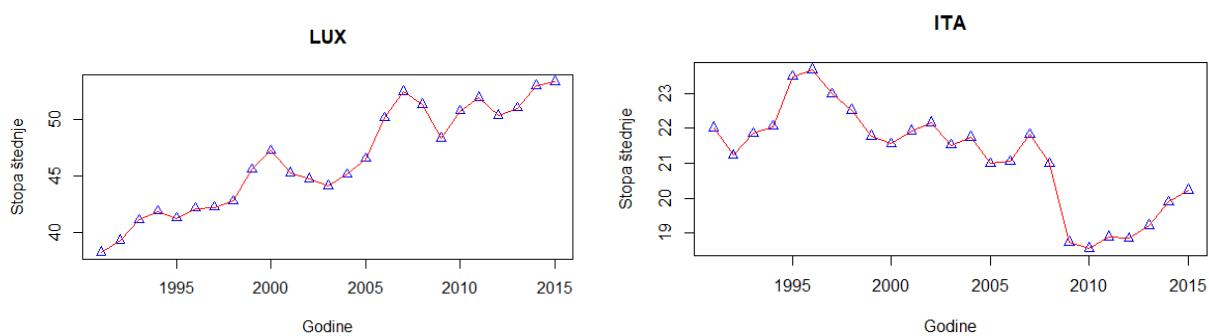
Nakon utvrđivanja korelacija između promenljivih, s obzirom na to da je u ovom radu reč o panel modelu, u nastavku je prikazana korelacija stope bruto štednje, i nezavisne promenljive koja je ključna za opisivanje starenja populacije – stope zavisnosti starog stanovništva, između pojedinačnih zemalja iz uzorka. Dobijeni rezultati su dati na grafiku 4.2. Obim uzorka je sada 25 za svaku zemlju, stoga ukoliko je $|\rho| > 0,4$ koeficijent korelacije je statistički značajno različit od nule.



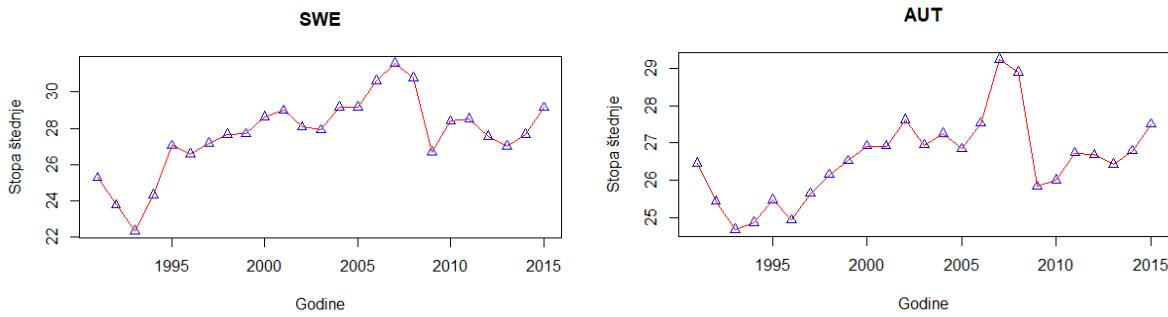
Grafik 4.2 Matrica korelacije stope štednje među pojedinačnim zemljama

Napomena: za $|\rho| > 0.4$ koeficijent korelacije je statistički značajno različit od nule.

Izrazito jaka pozitivna korelacija je primetna između štednje u Švedskoj i štednje u Austriji (0.88), dok je izrazito jaka negativna korelacija primetna između štednje u Luksemburgu i štednje u Italiji (-0.71). Radi boljeg razumevanja podataka, dati su grafički prikazi stope štednje u ovim zemljama, kako bi se vizuelno prikazao dobijeni rezultat.

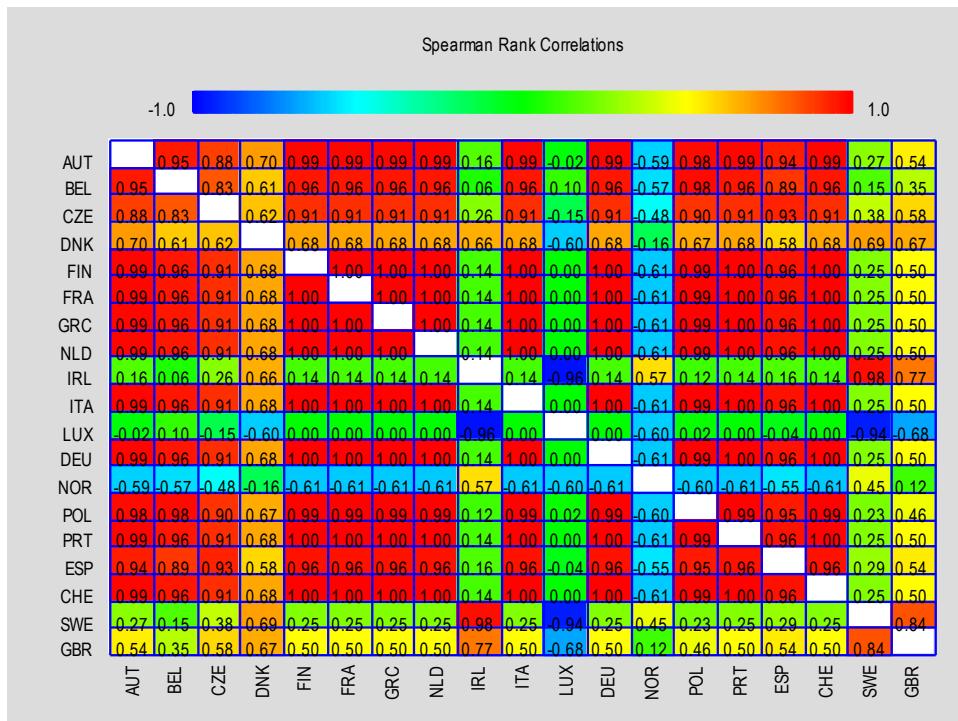


Grafik 4.3 Stopa štednje u zemljama koje imaju izrazito jaku negativnu korelaciju ($\rho = -0.71$)



Grafik 4.4 Stopa štednje u zemljama koje imaju izrazito jaku pozitivnu korelaciju ($\rho=0.88$)

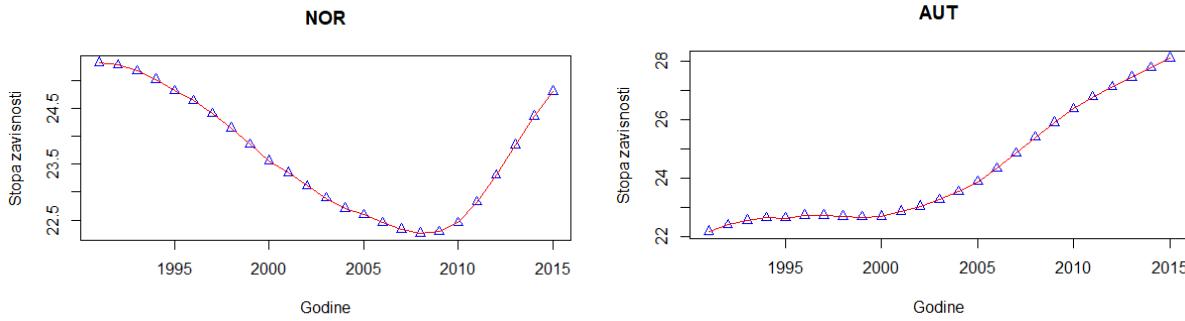
Pored korelacije stope štednje između pojedinačnih zemalja, na isti način je ispitana korelacija stope zavisnosti starog stanovništva između zemalja, kao najvažnijeg pokazatelja starenja populacije u zemlji. Matrica korelacija je data na grafiku 4.5.



Grafik 4.5 Matrica korelacija stope zavisnosti među pojedinačnim zemljama
Napomena: za $|\rho|>0.4$ koeficijent korelacijske je statistički značajno različit od nule.

Zaključak koji se donosi na osnovu matrice korelacija jeste da se stopa zavisnosti starog stanovništva kreće u istom smeru u većini posmatranih zemalja, odnosno pretežno postoji izrazito jaka pozitivna korelacija između stopa zavisnosti u različitim zemljama, što je na grafiku

označeno crvenom bojom. Ovaj zaključak je u skladu sa činjenicom da je starenje populacije globalni fenomen, dakle prisutno je u velikom broju zemalja širom sveta. Zemlje koje odstupaju su Irska, Luksemburg, Norveška, Švedska, pri čemu se u matrici primećuje da se Norveška ponaša suprotno od većine ostalih zemalja, pri čemu je ta jaka negativna korelacija sa ostalim zemljama označena plavom bojom. U nastavku je dat prikaz stope zavisnosti u njoj, kao i u Austriji, u kojoj se stopa zavisnosti ponaša na sličan način kao i u većini zemalja.



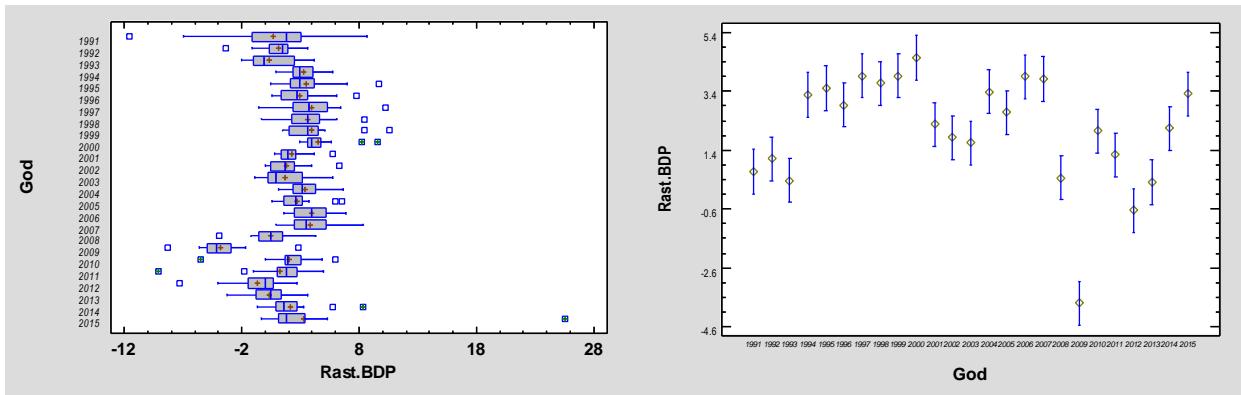
Grafik 4.6 Stopa zavisnosti starog stanovništva u Norveškoj i Austriji

4.3. Klasterovanje zemalja

Kako je već napomenuto, postoje značajne razlike između posmatranih zemalja u vrednostima i ponašanju pojedinih obeležja, zbog čega je primenjen postupak prikazan u [20] koji podrazumeva podelu posmatranih zemalja u dva disjunktna podskupa koristeći klaster analizu.

Klasterovanje zemalja je izvršeno na osnovu rasta BDP-a. Dakle, u zavisnosti od rasta BDP-a, svakoj državi je dodeljen jedan od dva klastera. Za ovu svrhu korišćen je *Ward*-ov metod klasterovanja, koji je opisan u teorijskom delu rada. Sve države su podeljene u dve grupe i za obe grupe biće formirani panel modeli, kako bi se dobijeni rezultati uporedili sa grupnim panel modelom – modelom u koji su uključene sve zemlje.

S obzirom na to da se klasterovanje vrši na osnovu nivoa BDP-a u državi, pre svega je dat grafički prikaz (grafik 4.5.) ove promenljive po državama, kao i po godinama, kako bi se utvrdilo da li postoje autlajeri koje je potrebno isključiti iz podataka pre formiranja klastera.



Grafik 4.7 Rast BDP-a po državama i godinama

Grafički prikaz kretanja rasta BDP-a ukazuje na postojanje dva podatka koja značajno odstupaju od ostalih, i to u 1991. i 2015. godini. Autlajer u 1991. godini dostignut je u Češkoj, dok je autlajer u 2015. godini dostignut u Irskoj. Kako nije pronađeno teorijsko objašnjenje ovakvih odstupanja posmatrane promenljive, prva i poslednja godina će biti isključene iz uzorka. Iz uzorka će takođe biti isključen Luksemburg, s obzirom na mnogo veće vrednosti pojedinih ekonomskih pokazatelja u ovoj zemlji u odnosu na ostale zemlje. Grafički prikaz kretanja rasta BDP-a po godinama posmatranja ukazuje na niske vrednosti ovog pokazatelja u svim zemljama u 2009. godini. Kako bi se pomenuti efekat utvrdio, u model će biti uključena indikator promenljiva za 2009. godinu.

Sada kada su prva i poslednja obzervacija isključene iz uzorka, kao i sve obzervacije države Luksemburg, možemo preći na korak koji podrazumeva određivanje klastera zemalja. Naime, Ward-ov metod je dao dve grupe zemalja koje su date u tabeli 4.2.

Rezultati ukazuju na to da se 12 država ponaša na jedan način kada je u pitanju rast BDP-a, a preostalih 6 država se ponaša na drugi način. Naredni korak podrazumeva formiranje panel modela za ova dva klastera, kao i formiranje panel modela za sve zemlje zajedno, kako bi se napravilo poređenje ova tri modela.

<i>Variable</i>	<i>Cluster</i>
AUT	1
BEL	1
CZE	1
DNK	1
FIN	1
FRA	1
GRC	2
NLD	1
IRL	2
ITA	1
DEU	1
NOR	2
POL	1
PRT	2
ESP	2
CHE	1
SWE	1
GBR	2

Tabela 4.3 Klasteri država

4.4. Formiranje panel modela

U ovom koraku formira se panel model za sve zemlje iz uzorka zajedno, kao i panel modeli za svaki od dva dobijena klastera zemalja, sa ciljem poređenja dobijenih rezultata sa rezultatima grupnog modela. U sva tri modela vremenski period posmatranja je 1992-2014. godine. Zbog brojnih uticajnih tačaka koje su se javile u uzorku iz 1991. i 2015. godine, ove dve godine su isključene iz posmatranog vremenskog okvira. Takođe, zbog velikog odstupanja od ostalih zemalja u pogledu ekonomskih promenljivih, Luksemburg je isključen iz skupa zemalja, odnosno neće se naći u uzorku koji se koristi za model.

Prvi panel model (model 1) formiran je na osnovu uzorka od svih 18 zemalja: Austrija, Belgija, Česka, Danska, Finska, Francuska, Holandija, Italija, Nemačka, Poljska, Švajcarska, Švedska, Grčka, Irska, Norveška, Portugal, Španija i Ujedinjeno Kraljevstvo. Period posmatranja obuhvata 23 godine, stoga ukupan broj obzervacija u ovom modelu je 414.

Drugi panel model (model 2) formiran je na osnovu uzorka od 12 zemalja: Austrija, Belgija, Česka, Danska, Finska, Francuska, Holandija, Italija, Nemačka, Poljska, Švajcarska i Švedska. S obzirom na isti vremenski period posmatranja u sva tri modela, ukupan broj podataka za drugi model je 276. Konačno, treći panel model (model 3) obuhvata 6 zemalja: Grčka, Irska, Norveška, Portugal, Španija i Ujedinjeno Kraljevstvo. Broj podataka je 138 (6 zemalja, 23 godine).

U sva tri modela se posmatraju logaritmi promenljivih iz razloga što se na taj način postiže stacionarnost panel serija. Dakle, formiraju se **log-log** modeli.

4.4.1. Izbor promenljivih

4.4.1.1. Ispitivanje multikolinearnosti

S obzirom na velik broj nezavisnih promenljivih, izbor promenljivih za sva tri modela biće izvršen pre svega testiranjem postojanja multikolinearnosti. Nakon utvrđivanja prisustva multikolinearnosti, a zatim ispitivanja stacionarnosti i kointegracije promenljivih, dobiće se skup nezavisnih promenljivih za svaki od tri modela. Primenom VIF testa multikolinearnosti dobijeni su rezultati dati u tabeli 4.6.

Prilikom računanja VIF testa za model 2, dobijeno je da najveći VIF ima promenljiva nivo rasta BDP-a, međutim, nakon isključivanja date promenljive, dobija se da stopa zavisnosti ima najveći VIF i da bi trebalo da se isključi iz modela. S obzirom na malu razliku između VIF testa očekivanog trajanja i VIF testa nivoa BDP-a, a veliku važnost ostavljanja stope zavisnosti u modelu, prvi korak je bio isključivanje očekivanog trajanja života, a zatim isključivanje nivoa rasta BDP-a, prilikom čega se dovoljno smanjio VIF stope zavisnosti starog stanovništva.

Model 1 i model 3 takođe ukazuju na najveću vrednost VIF testa za promenljivu nivo rasta BDP-a, stoga je ona prva isključena iz modela, a zatim su isključene ostale promenljive čija vrednost VIF testa je bila veća od 4,5.

U tabeli 4.7 su dati konačni rezultati testa multikolinearnosti, nakon isključivanja svih promenljivih sa VIF vrednošću većom od 4,5, koji govore o tome koje promenljive treba posmatrati prilikom formiranja svakog od navedena tri modela.

Promenljiva	Model 1	Model 2	Model 3
logSZ	3,21	5,07	5,40
logOT	8,27	10,36	17,56
logBDPrast	1,25	1,18	1,69
logBDPnivo	10,21	11,84	19,58
logSzl	2,16	2,08	6,77
logZI	3,27	3,25	5,52
logSI	2,69	2,37	6,75
logNO	1,24	1,28	2,22
logIF	1,56	1,94	1,41

Tabela 4.4 Multikolinearnost – VIF test (prvi korak)

Promenljiva	Model 1	Model 2	Model 3
logSZ	3,10	3,00	1,29
logOT	2,65	/	/
logBDPrast	1,25	1,18	1,38
logBDPnivo	/	/	/
logSZL	1,64	/	1,09
logZI	2,71	2,91	/
logSI	2,58	2,12	/
logNO	1,23	1,22	1,58
logIF	1,51	1,49	1,21

Tabela 4.5 Multikolinearnost – VIF test (drugi korak)

Dakle, rezultati testa multikolinearnosti pokazuju da prilikom formiranja modela koji uključuje sve zemlje (model 1) treba da budu korišćene promenljive: stopa zavisnosti starog stanovništva, očekivano trajanje života, rast BDP-a, stopa zaposlenosti, zdravstveni izdaci, socijalni izdaci, nivo obrazovanja i inflacija. Kada je u pitanju model 2 treba koristiti promenljive: stopa zavisnosti, rast BDP-a, zdravstveni izdaci, socijalni izdaci, nivo obrazovanja, inflacija. Konačno, za model 3 promenljive koje treba posmatrati su: stopa zavisnosti, rast BDP-a, stopa zaposlenosti, nivo obrazovanja i inflacija.

4.4.1.2. Ispitivanje stacionarnosti i kointegracije panel serija

Nakon ispitivanja multikolinearnosti potrebno je ispitati stacionarnost promenljivih koje ostaju u modelu. Formalan postupak za testiranje stacionarnosti vremenske serije jeste korišćenje testova jediničnih korena. Imajući u vidu da se u ovom radu koriste panel podaci, a ne klasične vremenske serije, potrebno je koristiti test koji ispituje stacionarnost u panel podacima. U ovoj analizi biti korišćen *Levin Lin Chu* test. Nulta hipoteza testa podrazumeva da svi paneli imaju jedinične korene, odnosno da nisu stacionarni. Odbacivanje nulte hipoteze dovodi do prihvatanja alternativne, koja prepostavlja da su neki paneli stacionarni.

Rezultati *Levin Lin Chu* testa dati u tabeli 4.6 dovode do zaključka da u modelu 1 i modelu 2 sve promenljive, osim stope štednje i rasta BDP-a, sadrže jedinične korene, odnosno nisu stacionarne, na nivou značajnosti 5%. U modelu 3, pored stope štednje i rasta BDP-a, promenljiva stopa zaposlenosti je takođe stacionarna. Naredni korak podrazumeva proveru stacionarnosti prvih diferenciranih serija svih promenljivih za koje se u prethodnoj tabeli pokazalo da nisu stacionarne, odnosno za ove promenljive želimo da proverimo da li su reda integracije 1, odnosno da li su $I(1)$. Rezultati su dati u tabeli 4.7 i ukazuju na nepostojanje jediničnih korena u svim diferenciranim serijama u sva tri modela.

Promenljiva	Model 1	Model 2	Model 3
logŠT	0,00	0,00	0,00
logSZ	1,00	1,00	0,99
logOT	1,00	/	/
logBDPrast	0,00	0,00	0,00
logSZL	1,00	/	0,00
logZI	0,99	1,00	/
logSI	1,00	1,00	/
logNO	0,98	0,98	0,94
logIF	0,76	0,76	0,68

Tabela 4.6 Test jediničnih korena (*p*-vrednosti)

Promenljiva	Model 1	Model 2	Model 3
difLogSZ	0,00	0,00	0,00
difLogOT	0,00	/	/
difLogSZL	0,00	/	0,00
difLogZI	0,00	0,00	/
difLogSI	0,00	0,00	/
difLogNO	0,00	0,00	0,00
difLogIF	0,00	0,00	0,00

Tabela 4.7 Test jediničnih korena prvih diferenciranih serija (*p*-vrednosti)

Test jediničnih korena doveo je do sličnih rezultata dobijenih u [18], koji se takođe odnosi na analizu uticaja starenja populacije na stopu štednje u 20 OECD zemalja tokom 24 godine, i čiji su rezultati takođe ukazali na stacionarnost u prvim diferenciranim serijama stope štednje, stope zavisnosti starog stanovništva, očekivanog trajanja života i zdravstvenih izdataka.

Nakon ispitivanja stacionarnosti promenljivih, potrebno je ispitati postojanje kointegracije među promenljivama koje su $I(1)$. Da bi se u model uključile promenljive koje nisu stacionarne u nivou, a jesu u prvoj diferenciranoj seriji, potrebno je da one budu kointegrisane. Kointegracija se proverava pomoću *Pedroni* testa, koji pod nullom hipotezom prepostavlja odsustvo kointegracije.

Pedroni test kointegracije podrazumeva sedam test statistika, od kojih su četiri zasnovane na “združivanju” (engl. *pooling*) podataka unutar dimenzije (za svaku jedinicu posmatranja) i to su panel test statistike, dok se tri test statistike zasnivaju na združivanju podataka između dimenzija (za svaki vremenski trenutak) i to su grupne test statistike.

Dobijena vrednost test statistike prati standardizovanu normalnu raspodelu, stoga se dobijene vrednosti porede sa njenim kvantilima. Korišćen nivo značajnosti je 5%. Za panel v-statistiku velike pozitivne vrednosti (veće od 1,96) dovode do odbacivanja nulte hipoteze o nepostojanju

kointegracije, dok za preostalih šest promenljivih velike negativne vrednosti (manje od -1,96) dovode do ovog zaključka.

Navedenih sedam statistika mogu dati kontradiktorne rezultate i u zavisnosti od slučaja moguće je u većoj meri se osloniti se na određenu statistiku u odnosu na ostale. Na primer, ADF test statistika je pogodna za male uzorke ($T < 100$). U ostalim slučajevima uzima se u obzir broj testa statistika koje su dovele do istog zaključka. [18]

Ispitana je kointegracija među svim kombinacijama promenljivih datih u tabeli 4.7, za svaki model, međutim nisu sve kombinacije promenljivih bile kointegrisane. Iz tog razloga, u nastavku su dati rezultati testa kointegracije za skup promenljivih koji je dao najbolje rezultate u datom testu. Za sva tri modela dobijena je kointegracija među promenljivama datim u nastavku. S obzirom na mali uzorak ($T < 100$), pre svega su relevantni rezultati ADF statistike, koji ukazuju na postojanje kointegracije među promenljivama između različitih zemalja.

Za model 1 dobijena je kointegracija među promenljivama: stopa zavisnosti, očekivano trajanje života, stopa zaposlenosti i nivo obrazovanja.

	Test statistika
Panel v-statistika	-5,23
Panel ρ-statistika	6,04
Panel PP-statistika	9,62
Panel ADF-statistika	-16.479,98 *
Grupna ρ-statistika	8,58
Grupna PP-statistika	10,44
Grupna ADF-statistika	8,10

Tabela 4.8 Pedroni test kointegracije – model 1

Za model 2, dobijena je kointegracija među promenljivama: stopa zavisnosti, zdravstveni izdaci, socijalni izdaci, nivo obrazovanja i inflacija.

	Test statistika
Panel v-statistika	-4,79
Panel ρ-statistika	4,70
Panel PP-statistika	3,56
Panel ADF-statistika	-2.829,60 *
Grupna ρ-statistika	7,52
Grupna PP-statistika	10,06
Grupna ADF-statistika	6,18

Tabela 4.9 Pedroni test kointegracije – model 2

Za model 3 dobijena je kointegracija među promenljivama: stopa zaposlenosti, nivo obrazovanja i inflacija.

	Test statistika
Panel v-statistika	-2,58
Panel p-statistika	3,45
Panel PP-statistika	6,31
Panel ADF-statistika	-163,43 *
Grupna p-statistika	5,17
Grupna PP-statistika	9,39
Grupna ADF-statistika	9,36

Tabela 4.10 Pedroni test kointegracije – model 3

Nakon ispitivanja kointegracije među promenljivama, za svaki model dođen je skup promenljivih koje su kointegrisane i koje će biti korišćene za formiranje modela. Pored navedenih promenljivih u modele će biti uključeni rast BDP-a i indikator promenljive krize.

4.4.2. Ocena parametara modela i analiza rezultata

Za formiranje modela datih u nastavku korišćene su tri grupe zemalja prethodno navedenih u radu, a vremenski period posmatranja u sva tri modela je 1992-2014. Na osnovu testa multikolinearnosti, kao i testova stacionarnosti i kointegracije, dođeni su skupovi nezavisnih promenljivih za sva tri modela.

Model 1 se formira od nezavisnih promenljivih: stopa zavisnosti, očekivano trajanje, stopa zaposlenosti, nivo obrazovanja, rast BDP-a i indikatori za godine krize. U model 2 uključuju se promenljive: stopa zavisnosti, zdravstveni izdaci, socijalni izdaci, nivo obrazovanja, inflacija, rast BDP-a i indikatori krize. Konačno, za formiranje modela 3 koriste se nezavisne promenljive: stopa zavisnosti, nivo obrazovanja, stopa zaposlenosti, rast BDP-a i indikator promenljive.

Zarad ocenjivanja parametara modela, potrebno je napraviti ispravan izbor između *pooled* modela, modela sa fiksним efektima i modela sa slučajnim efektima. U ovu svrhu biće korišćeni testovi navedeni u teoriji o panel podacima: Hausman test, Breusch-Pagan LM test i Fišerov test.

Ocena uticaja nezavisnih promenljivih na zavisnu promenljivu dođena je primenom tri modela:

1. *Pooled* model
2. Model fiksnih efekata (*Fixed effects model*)
3. Model slučajnih efekata (*Random effects model*)

Model 1

Broj obzervacija:	414
Zavisna promenljiva:	logŠT

	Pooled	Fixed	Random	Konačan random model
Konstanta	-17,02 * (1,90) (-8,98)		-10,29 * (1,15) (-8,98)	-10,50 * (1,09) (-9,64)
LogSZ	-0,85 * (0,09) (-9,72)	-0,71 * (0,07) (-9,44)	-0,71 * (0,07) (-9,64)	-0,72 * (0,07) (-9,90)
LogOT	3,77 * (0,48) (7,91)	2,90 * (0,31) (9,48)	2,91 * (0,30) (9,60)	2,94 * (0,29) (10,01)
LogBDPrast	0,32 * (0,06) (5,47)	0,28 * (0,02) (13,02)	0,28 * (0,02) (13,06)	0,28 * (0,02) (13,30)
LogSZL	0,88 * (0,08) (11,30)	0,57 * (0,08) (7,54)	0,59 * (0,07) (7,86)	0,60 * (0,07) (8,30)
LogNO	0,45 * (0,07) (6,08)	-0,03 (0,06) (-0,45)	-0,01 (0,06) (-0,24)	
I2007	-0,02 (0,05) (0,31)	0,01 (0,02) (0,28)	0,01 (0,02) (0,25)	
I2008	-0,01 (0,05) (-0,06)	0,01 (0,02) (0,62)	0,01 (0,02) (0,60)	
I2009	0,06 (0,06) (0,92)	0,04 * (0,02) (2,03)	0,04 * (0,02) (2,04)	0,04 * (0,02) (2,00)
I2010	-0,10 * (0,05) (-2,07)	-0,09 * (0,02) (-4,82)	-0,09 * (0,02) (-4,83)	-0,09 * (0,02) (-4,98)
adjR²	0,50	0,51	0,52	0,53
LM test	LM=56,26 p=0,00			
Fisher test	F=160,81 p=0,00			
Hausman test	H=2,72 p=0,97			

Tabela 4.11 Ocena regresionih parametara i izbor modela – Model 1

Napomena: * Odbacuje nullu hipotezu na nivou značajnosti 5%; U zagradama je data, redom, standardna greška i vrednost test statistike

Prilikom izbora modela koji opisuje svih 18 zemalja iz uzorka testirano je postojanje fiksnih i stohastičkih efekata pojedinačnih zemalja. Breusch-Pagan LM test ukazuje na odbacivanje nulte hipoteze koja prepostavlja da je pooled model adekvatniji od modela sa slučajnim efektima, što dovodi do zaključka da su u podacima zabeleženi slučajni efekti pojedinačnih zemalja, stoga je adekvatniji model za opisivanje ovih podataka model sa slučajnim efektima. Fišerov test ukazuje na veću adekvatnost korišćenja modela sa fiksним efektima u odnosu na pooled model. Dakle, oba testa zajedno dovode do zaključka da se individualni efekti pojedinačnih zemalja ne mogu pripisati slučajnoj grešci modela i da korišćenje običnog *pooled* modela nije najbolji izbor. Konačno, Hausman test ukazuje na veću adekvatnost korišćenja modela sa slučajnim efektima u odnosu na model sa fiksnim efektima.

Primetan je negativan uticaj logaritma stope zavisnosti starog stanovništva na logaritam stope štednje, odnosno ukoliko se posmatraju promenljive kao takve, bez logaritama, uticaj stope zavisnosti na štednju je takav da porast stope zavisnosti od 1% dovodi do pada stope štednje za 0,72%. Promenljive očekivano trajanje života, rast BDP-a i stopa zaposlenosti imaju pozitivan uticaj na stopu štednje, pri čemu porast očekivanog trajanja života za 1% dovodi do rasta stope štednje za 2,94%, a porast rasta BDP-a i stope zaposlenosti za 1% doprinose rastu stope štednje za 0,28% i 0,60%, respektivno. Takođe, značajan uticaj na stopu štednje imaju indikator promenljive za 2009. i 2010. godinu i ukazuju na stopu štednje veću za 0,04 u 2009. godini, odnosno manju za 0,09 u 2010. godini u odnosu na ostale godine. Ovako dobijeni model objašnjava 53% varijacije u stopi bruto štednje.

Model 2

Broj obzervacija: 276
 Zavisna promenljiva: logŠT

	Pooled	Fixed	Random	Konačan random model
Konstanta	3,70 * (0,30) (12,31)		3,27 * (0,26) (12,61)	2,98 * (0,18) (16,61)
LogSZ	0,24 * (0,07) (3,49)	0,33 * (0,06) (5,29)	0,33 * (0,06) (5,38)	0,34 * (0,05) (6,44)
LogBDPrast	0,17 * (0,05) (3,69)	0,18 * (0,03) (6,65)	0,18 * (0,03) (6,76)	0,17 * (0,03) (6,44)
LogZI	0,17 * (0,04)	0,03 (0,04)	0,03 (0,04)	

	(3,92)	(0,64)	(0,76)	
LogSI	-0,52 * (0,03) (-17,95)	-0,55 * (0,06) (-9,49)	-0,55 * (0,05) (-10,23)	-0,55 * (0,05) (-10,59)
LogNO	-0,15 * (0,04) (-3,66)	-0,07 (0,05) (-1,62)	-0,08 (0,04) (-1,72)	
LogIF	-0,09 * (0,02) (-4,00)	-0,04 * (0,01) (-2,77)	-0,04 * (0,01) (-2,87)	-0,04 * (0,01) (-2,72)
I2007	0,05 (0,03) (1,59)	0,05 * (0,02) (3,17)	0,05 * (0,02) (3,18)	0,06 * (0,02) (3,47)
I2008	0,07 * (0,03) (2,21)	0,07 * (0,02) (4,08)	0,07 * (0,02) (4,10)	0,07 * (0,02) (4,29)
I2009	0,03 (0,04) (0,83)	0,07 * (0,02) (3,34)	0,07 * (0,02) (3,34)	0,07 * (0,02) (3,38)
I2010	-0,05 (0,03) (-1,59)	-0,02 (0,02) (-1,50)	-0,03 (0,02) (-1,56)	
adjR²	0,61	0,48	0,51	0,50
LM test	LM=36,70 p=0,00			
Fisher test	F=60,84 p=0,00			
Hausman test	H=0,88 p=0,99			

Tabela 4.12 Ocena regresionih parametara i izbor modela – Model 2

Napomena: * Odbacuje nultu hipotezu na nivou značajnosti 5%; U zagradama je data, redom, standardna greška i vrednost test statistike

Izbor modela koji obuhvata 12 zemalja iz uzorka ukazuje na najveću adekvatnost korišćenja modela sa slučajnim efektima, s obzirom na prihvatanje nulte hipoteze Hausman testa, koja pretpostavlja da je model sa slučajnim efektima adekvatniji od modela sa fiksним efektima. LM test i Fišerov test isključili su *pooled* model iz izbora najadekvatnijeg modela.

Za razliku od ocjenjenog modela za sve zemlje zajedno, u ovom modelu stopa zavisnosti starog stanovništva ima pozitivan uticaj na stopu štednje - povećanje stope zavisnosti za 1% dovodi do povećanja stope štednje za 0,34%. Rast BDP-a ima pozitivan uticaj na stopu štednje od 0,17%, što je nešto manji uticaj ove promenljive nego u modelu 1, gde je rast BDP-a od 1% imao uticaj od 0,28% na štednju. Povećanje socijalnih izdataka za 1% doprinosi smanjenju stope štednje za 0,55%.

Promenljive koje su uključene u ovaj model a nisu u modelu 1 su: inflacija, čije povećanje za 1% dovodi do smanjenja stope štednje za 0,04%, i indikator promenljive za 2007. i 2008.,koje beleže pozitivan uticaj na stopu štednje od, redom, 0,06% i 0,07%, kao i socijalni izdaci. Model 2 objašnjava 50% varijacije u stopi bruto štednje.

Model 3

Broj obzervacija: 138
 Zavisna promenljiva: logŠT

	Pooled	Fixed	Random	Konačan random model
Konstanta	-12,52 * (1,41) (-8,91)		-3,20 * (1,09) (-2,94)	-1,59 * (0,54) (-2,93)
LogBDPrast	0,62 * (0,10) (6,41)	0,25 * (0,04) (5,87)	0,28 * (0,05) (5,76)	0,28 * (0,04) (7,73)
LogSZL	0,75 * (0,16) (4,74)	1,07 * (0,15) (7,16)	1,06 * (0,16) (6,69)	0,98 * (0,13) (7,43)
LogNO	2,32 * (0,28) (8,31)	0,02 (0,18) (0,10)	0,27 (0,20) (1,36)	
LogIF	0,08 (0,08) (1,07)	0,01 (0,03) (0,35)	0,02 (0,04) (0,56)	
I2007	-0,04 (0,12) (-0,34)	-0,05 (0,05) (-1,00)	-0,05 (0,06) (-0,88)	
I2008	0,04 (0,12) (0,35)	-0,06 (0,05) (-1,20)	-0,05 (0,06) (-0,92)	
I2009	0,21 (0,14) (1,50)	-0,04 (0,06) (-0,71)	-0,02 (0,07) (-0,27)	
I2010	-0,12 (0,12) (-1,01)	-0,11 * (0,05) (-2,23)	-0,11 * (0,05) (-1,99)	-0,09 * (0,05) (-2,03)
adjR²	0,57	0,47	0,45	0,49
LM test	LM=22,69 p=0,00			
Fisher test	F=140,89			

	p=0,00
Hausman test	H=9,29
	p=0,32

Tabela 4.13 Ocena regresionih parametara i izbor modela – Model 3

Napomena: * Odbacuje nultu hipotezu na nivou značajnosti 5%; U zagradama su date, redom, standardna greška i vrednost test statistike

Model 3 je formiran na osnovu najmanjeg od tri uzorka, velik broj promenljivih je imao visoku VIF vrednost, a takođe pojedine promenljive nisu uključene u model iz razloga što nisu bile kointegrисane sa ostalim promenljivama. Stoga, preostalo je četiri promenljive za izgradnju modela, uz dodatne četiri indikator promenljive, pri čemu nijedna od dve promenljive koje opisuju starenje populacije nije uključena u model zbog problema multikolinearnosti i kointegracije. Rezultati testova ukazuju na najveću adekvatnost korišćenja modela sa slučajnim efektima, kao i u prethodna dva modela.

Rast BDP-a ima pozitivan uticaj na stopu štednje, što je slučaj i sa modelima 1 i 2, koji iznosi 0,28%. Kada je u pitanju stopa zaposlenosti, ona pozitivno utiče na stopu štednje, pri čemu je taj uticaj veći nego u modelu sa svim zemljama i iznosi 0,98%. Primećuje se da je stopa štednje u 2010. godini bila manja u odnosu na ostale posmatrane godine, dok se stopa inflacije nije pokazala statistički značajnom. Koeficijent determinacije modela 3 iznosi 0,49, odnosno 49% varijacije u stopi bruto domaće štednje je objašnjeno ovim modelom.

4.5. Diskusija

Prilikom formiranja sva tri modela rezultati navedenih testova su ukazali na najveću adekvatnost korišćenja modela sa slučajnim efektima. Drugim rečima, u sva tri modela postoje individualni efekti pojedinačnih zemalja koji uzimaju stohastičke, a ne fiksne vrednosti. U zavisnosti od rezultata testova multikolinearnosti, stacionarnosti i kointegracije pojedine promenljive su isključene iz modela, pa tako jedino model 1 uključuje obe promenljive koje opisuju starenje populacije (stopu zavisnosti starog stanovništva i očekivano trajanje života), model 2 uključuje stopu zavisnosti, dok model 3 ne uključuje nijednu od navedene dve promenljive, usled visoke multikolinearnosti očekivanog trajanja života i odsustva kointegracije stope zavisnosti sa ostalim promenljivama.

U grupnom modelu se pokazalo da stopa zavisnosti starijeg stanovništva ima negativan uticaj na stopu bruto domaće štednje, dok očekivano trajanje života ima pozitivan uticaj. Koeficijent korelacije između ove dve nezavisne promenljive je 0,64, ali testovi multikolinearnosti i isključivanje promenljivih sa najvećom VIF vrednošću, nisu doveli do isključivanja neke od ovih promenljivih iz grupnog modela.

Model 2 ukazuje na pozitivan smer uticaja stope zavisnosti na štednju. Intuitivno, ovaj zaključak ne bi trebalo da važi. Zdravstveni izdaci su uključeni samo u model 2, međutim nisu bili statistički značajno različiti od nule. Kada su u pitanju socijalni izdaci, utvrđen je njihov negativan uticaj na stopu štednje.

Kao što je rečeno, model 3 ne uključuje nijedan pokazatelj starenja populacije, a promenljive koje su se pokazale značajnim za modeliranje štednje jesu: rast BDP-a, stopa zaposlenosti i indikator promenljiva za 2010. godinu.

Model 1 je ukazao na pozitivan uticaj očekivanog trajanja života na stopu štednje što je u skladu sa rezultatima prikazanim u [20]. Takođe [18], odakle je proizašla ideja o pojedinim promenljivama koje treba koristiti za modeliranje štednje, ukazuje na negativan uticaj stope zavisnosti starog stanovništva na štednju, dok je dobijen pozitivan uticaj nivoa obrazovanja i očekivanog trajanja života na ovu stopu.

5. Štednja u Srbiji

Poslednje poglavlje obuhvata analizu posmatranih ekonomskih i demografskih pokazatelja u Srbiji, kao i ispitivanje multikolinearnosti i stacionarnosti promenljivih. Zbog nezadovoljenih potrebnih uslova za formiranje regresionog modela, on neće biti formiran. Veliki nedostatak jeste mali obim uzorka koji doprinosi nestacionarnosti promenljivih.

5.1. Izbor promenljivih i deskriptivna statistika

U prethodnom poglavlju urađena je analiza panel podataka i formiran je regresioni model stope štednje za evropske zemlje. Cilj ovog poglavlja je formirati model za stopu štednje za Srbiju na osnovu dostupnih podataka. Period posmatranja je 2000-2015. godina, s obzirom da za godine pre 2000. ne postoje podaci o svim posmatranim promenljivama. Korišćene su sve one promenljive iz prethodne glave čiji podaci su dostupni za Srbiju, a to su pokazatelji dati u tabeli 5.1. Podaci su preuzeti iz baze Svetske banke, sa istog sajta kao podaci za evropske zemlje.

Prilikom formiranja modela za Srbiju korišćena je linearna veza između promenljivih, odnosno nije formiran log-log model, kao što je to bio slučaj u panel modelima. Razlog korišćenja linearne veze je taj što uključivanje logaritma svake od promenljivih je za posledicu imalo da nijedna promenljiva nema statistički značajan uticaj na stopu štednje.

Promenljiva	Oznaka
Stopa bruto domaće štednje	ŠT
Očekivano trajanje života	OT
Stopa zavisnosti starog stanovništva	SZ
Nezaposlenost	NZ
Rast BDP-a	BDP rast
Nivo BDP-a	BDP nivo
Zdravstveni izdaci	ZI
Nivo obrazovanja	NO
Inflacija	IF

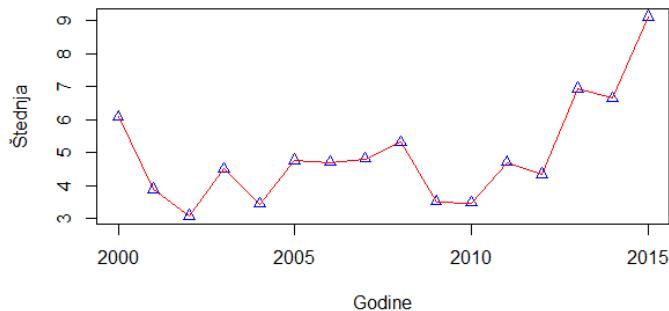
Tabela 5.1 Pregled promenljivih

Pre dalje analize, formirana je tabela sa osnovnim elementima deksriptivne statistike, kako bi se analizirali podaci. Rezultati su dati u tabeli 5.2.

	Srednja vrednost	Standardna devijacija	Maksimum	Minimum
Štednja	4,96	1,58	9,10	3,10
Očekivano trajanje	73,65	1,21	75,34	71,58
Stopa zavisnosti	21,88	0,96	24,33	20,52
Nezaposlenost	17,99	3,67	24,00	12,60
Rast BDP-a	3,79	3,52	9,30	-2,73
Nivo BDP-a	10.899	3.289,91	14.922	5.726
Zdravstveni izdaci	9,03	1,16	10,10	6,50
Nivo obrazovanja	91,23	2,66	96,67	88,17
Inflacija	18,57	25,96	95,00	1,39

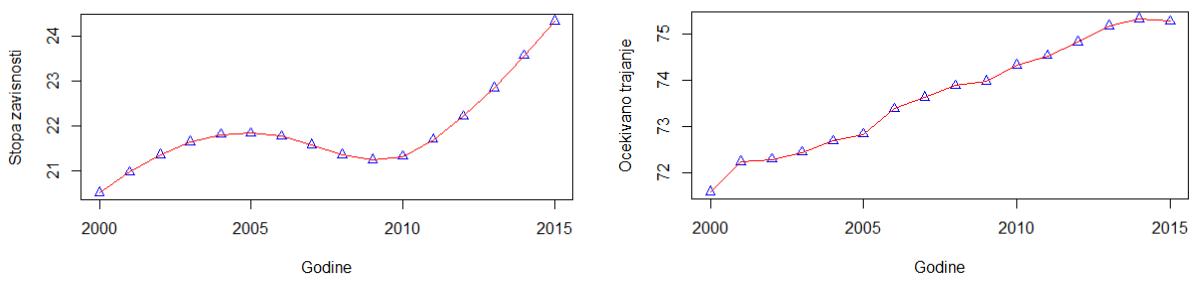
Tabela 5.2 Deskriptivna statistika

U posmatranom vremenskom periodu, stopa bruto štednje u Srbiji dostigla je najveću vrednost 2015. godine, kada je iznosila 9,1% BDP-a, a najmanju vrednost 2002. godine, kada je iznosila svega 3,1% BDP-a. Od 2010. do danas beleži se trend rasta ove stope. Grafički prikaz kretanja stope bruto štednje u Srbiji u posmatranom periodu dat je na grafiku 5.1.



Grafik 5.1 Stopa štednje u Srbiji (2000-2015.)

U nastavku je dat grafički prikaz pokazatelja starenja populacije – stope zavisnosti starog stanovništva i očekivanog trajanja života. Analiza uticaja vremenskog trenda ukazuje na statistički značajan uticaj vremenskog trenda na ova dva pokazatelja (tabela 5.3).



Grafik 5.2 Stopa zavisnosti starog stanovništva i očekivano trajanje života u Srbiji (2000-2015.)

	p
trend - štednja	0,03
trend – stopa zavisnosti	0,00
trend – očekivano trajanje	0,00

Tabela 5.3 Statistička značajnost trenda

Stopa zavisnosti starog stanovništva je najveću vrednost dostigla 2015. godine, što je u skladu sa trendom rasta ove stope. S druge strane, najmanja vrednost je uočena 2000. godine, što je takođe u skladu sa trendom rasta, imajući u vidu da je 2000. godina prva godina posmatranja svih promenljivih. Kada je u pitanju očekivano trajanje života, takođe je najmanja vrednost dostignuta 2000. godine – 71,58 godina, a najveća 2015. godine, kada je očekivano trajanje života dospjelo 75,34 godine. U tabeli 5.4 dat je Pearson-ov koeficijent korelacija za svaki par promenljivih, pri čemu je korišćen nivo značajnosti 5%.

	ŠT	OT	SZ	NZ	BDP rast	BDP nivo	ZI	NO	IF
ŠT	1								
OT	0,50*	1							
SZ	0,74*	0,75*	1						
NZ	0,13	0,65*	0,46	1					
BDP rast	-0,19	-0,75*	-0,44	-0,40	1				
BDP nivo	0,47	0,99*	0,67*	0,64*	-0,74*	1			
ZI	0,15	0,85*	0,45	0,60*	-0,61*	0,89*	1		
NO	0,70*	0,82*	0,70*	0,41	-0,68*	0,79*	0,45	1	
IF	-0,14	-0,64*	-0,53*	-0,58*	0,39	-0,67*	-0,82*	-0,25	1

Tabela 5.4 Matrica korelacija

Matrica korelacija ukazuje na visoku korelaciju između očekivanog trajanja života i ostalih nezavisnih promenljivih, kao i nivoa BDP-a i ostalih promenljivih. Kao posledica ovako visoke povezanosti, moguće je da će dalja analiza ukazati na potrebu za isključivanjem ovih promenljivih iz modela. Kada je u pitanju zavisna promenljiva, primetna je statistički značajna korelacija između nje i očekivanog trajanja života i nivoa obrazovanja, dok korelacija sa ostalim promenljivama nije statistički značajna.

Proverićemo vrednost VIF testa za svaku nezavisnu promenljivu, pri čemu ćemo smatrati da postoji multikolinearnost ukoliko je vrednost VIF testa veća od 4,5. Rezultati testa dati su u tabeli 5.5 i oni su u skladu sa zaključkom donesenim na osnovu korelacija parova nezavisnih promenljivih, odnosno primećuje se da promenljive nivo BDP-a i očekivano trajanje života imaju izuzetno visoku vrednost VIF testa. Naredni korak podrazumeva isključivanje jedne po jedne promenljive i ponovnu ocenu VIF testa, sve dok se ne dobiju vrednosti VIF testa manje od 4,5. U poslednjoj koloni dati su rezultati VIF testa za promenljive koje ostaju u modelu, pri čemu su iz modela isključene promenljive: očekivano trajanje života, nivo BDP-a i inflacija.

	VIF	VIF – konačni rezultati
OT	108,41	/
SZ	10,05	2,15
BDP nivo	127,29	/
NZ	2,51	1,69
BDP rast	3,01	2,49
NO	20,52	2,98
IF	8,48	/
ZI	67,03	2,17

Tabela 5.5 Test multikolinearnosti

Sledeći korak podrazumeva testiranje postojanja jediničnih korena, odnosno testiranje stacionarnosti promenljivih datih u poslednjoj koloni tabele 5.5. Za ovu svrhu korišćen je proširen Dickey-Fuller test, koji pod nullom hipotezom prepostavlja postojanje jediničnog korena u vremenskoj seriji.

	p		p
ŠT	0,99	difŠT	0,89
SZ	0,65	difSZ	0,52
NZ	0,02	difNZ	/
BDP rast	0,61	difBDPrast	0,46
NO	0,18	difNO	0,99
ZI	0,99	difZI	0,58

Tabela 5.6 Test jediničnih korena

Rezultati su prikazani u tabeli 5.6 i na osnovu njih se zaključuje da je samo promenljiva nezaposlenost stacionarna, dok nijedna druga promenljiva nije stacionarna ni u prvoj diferenciranoj seriji. Ovakav rezultat je očekivan s obzirom na mali obim uzorka.

5.2. Diskusija

Kako je tema ovog rada određivanje uticaja starenja stanovništva na stopu štednje, od najvećeg značaja je upravo analiza uticaja promenljivih koje opisuju starenje populacije, a to su stopa zavisnosti starog stanovništva i očekivano trajanje života, na ovu stopu. Cilj je ispitati statističku značajnost i smer uticaja ova dva pokazatelja na stopu štednje.

Ipak, prethodna analiza je ukazala na nestacionarnost svih promenljivih osim nezaposlenosti. Pored nestacionarnosti promenljivih u nivou pokazano je da one nisu stacionarne ni u prvim diferenciranim serijama, stoga formiranje modela od datih promenljivih ne bi dovelo do verodostojnih rezultata. Dobijena regresija bila bi netačna, odnosno ukazala bi na veću povezanost zavisne i nezavisnih promenljivih nego što je zapravo slučaj. Tačnije, moguće je da bi dobijeni rezultati čak prikazali postojanje uticaja nezavisnih promenljivih na zavisnu koji zapravo ne postoji ali je nastao kao posledica postojanja trenda u promenljivama. Drugim rečima, povezanost koja bi postojala između zavisnih i nezavisnih promenljivih bi bila posledica zajedničke komponente - vremena, dok uzročnost ne bi postojala. Zbog navedenog razloga model za Srbiju nije moguće formirati na adekvatan način na osnovu datih podataka.

Zaključak

Cilj rada bio je identifikovanje uticaja starenja populacije na stopu bruto domaće štednje posmatrajući promenljive koje opisuju demografsko starenje – stopu zavisnosti starog stanovništva i očekivano trajanje života. Formirani su panel modeli za uzorak od 18 zemalja, a zatim su analizirane promenljive koje bi potencijalno mogле da učestvuju u formiranju modela za Srbiju. Srbija nije uključena u panel model koji je formiran u poglavlju 4 zbog malog broja dostupnih podataka.

Za panel analizu korišćeni su podaci o 19 evropskih zemalja u vremenskom periodu od 1991. do 2015. godine, pri čemu su prva i poslednja godina isključene iz uzorka s obzirom na postojanje velikog broja autlajera. Takođe, iz uzorka je isključena država Luksemburg, s obzirom na velika odstupanja od ostalih zemalja. Na početku analize data je deskriptivna statistika podataka i izvršen je izbor promenljivih za sva tri modela, tako što su isključene promenljive koje su imale veliku multikolinearnost sa ostalim promenljivama.

Pre samog formiranja modela, izvršeno je klasterovanje zemalja na osnovu nivoa BDP-a. Razlog zbog kog je primenjen navedeni metod leži u ideji da se formira grupni panel model – za sve zemlje iz uzorka zajedno, a takođe da se formiraju modeli za podskupove zemalja, kako bi se uočile potencijalne razlike među ocenjenim koeficijentima i došlo do zaključka kako se koja grupa zemalja ponaša kada je u pitanju štednja. Skup zemalja podeljen je u dve grupe na osnovu nivoa BDP-a, pri čemu je dobijeno da se 12 zemalja ponaša na jedan, a preostalih 6 na drugi način kada je u pitanju štednja. Za obe grupe zemalja formirani su panel modeli i ideja je bila da se oni uporede sa modelom koji je formiran za sve zemlje zajedno.

Za sva tri modela ispostavilo se da je najbolje koristiti model sa slučajnim efektima, u kojem individualni efekti pojedinačnih zemalja uzimaju slučajne vrednosti. U modelu 1 promenljive za koje se pokazalo da imaju statistički značajan uticaj na stopu štednje su stopa zavisnosti starijeg stanovništva, očekivano trajanje života, rast BDP-a po glavi stanovnika, stopa zaposlenosti i indikator promenljive za 2009. i 2010. godinu.

Model koji je formiran za 6 zemalja iz uzorka je imao sličnosti sa grupnim modelom i sa teorijskim prepostavkama o smeru uticaja nezavisnih promenljivih na štednju. Promenljive koje su bile značajne u pomenutom modelu su: stopa zavisnosti, rast BDP-a, stopa zaposlenosti i indikator promenljiva za 2010. godinu. Dobijeni model nije uključivano pokazatelje starenja populacije zbog problema multikolinearnosti i odsustva kointegracije sa ostalim promenljivama.

Za model koji je formiran za 12 zemalja iz uzorka dobijeni su nešto drugačiji rezultati, pa su tako promenljive koje značajno utiču na štednju: stopa zavisnosti, rast BDP-a, socijalni izdaci, inflacija i indikatori za 2007., 2008. i 2009. godinu, pri čemu stopa zavisnosti starog stanovništva ima pozitivan uticaj na štednju. Ovaj model je jedini u kome su 2007. i 2008. godina imale značajan uticaj na štednju. Ipak, dati model ukazuje na pozitivan uticaj stope zavisnosti starog

stnaovništva na štednju, što nije u skladu sa teorijskim prepostavkama, kao ni sa rezultatima dobijenim u modelu 1 koji obuhvata sve zemlje i formiran je na osnovu većeg uzorka.

Konačan zaključak donesen na osnovu modela koji obuhvata sve zemlje iz uzorka jeste da stopa zavisnosti starog stanovništva ima negativan uticaj na stopu štednje, dok očekivano trajanje života ima pozitivan uticaj, što je u skladu sa rezultatima dobijenim u pomenutim istraživačkim radovima. Dakle, povećanje procenta starijeg stanovništva bi trebalo da dovede do pada stope štednje, što je potkrepljeno teorijskim prepostavkama da stariji ljudi manje štede i isti zaključak je donesen u stručnim radovima navedenim u literaturi.

Poslednje poglavlje u radu je podrazumevalo analizu podataka za Srbiju. Tačnije, prikazana je deskriptivna statistika promenljivih, ispitani su multikolinearnost i stacionarnost promenljivih na osnovu čega je donesen zaključak da posmatrane promenljive nisu stacionarne, kako u nivou tako ni u prvim diferenciranim serijama. Formiranje modela pomoću nestacionarnih i nekointegrisanih promenljivih dovodi do rezultata koji nisu verodostojni i ne prikazuju dugoročnu vezu između promenljivih, zbog čega model za Srbiju nije formiran.

Dalji pristupi problemu starenja populacije su mnogoborojni, ali svakako treba naći najbolji pristup za rad na poboljšanju demografske strukture u zemlji, jer ona ima dalji uticaj na velik broj kako demografskih tako i ekonomskih pokazatelja. Jedna od ideja za dalji rad je poređenje dobijenih modela za evropske zemlje sa modelima za zemlje u razvoju, kako bi se identifikovale razlike u uticaju datih promenljivih na štednju. Međutim, tu se javlja problem nedovoljnog broja podataka za zemlje u razvoju koji bi bilo potrebno prevazići da bi ova ideja mogla da se realizuje. Kada je u pitanju modeliranje štednje u Srbiji, ukoliko bi bila dostupna veća količina podataka o promenljivama za Srbiju postupak bi bilo korisno ponoviti sa ciljem postizanja stacionarnosti ili kointegracije promenljivih.

U svakom slučaju, analiza uticaja starenja populacije na različite ekonomske pokazatelje se pokazala izuzetno značajnom, zbog čega danas postoje različiti stručni radovi na ovu temu. Starenje populacije je globalni fenomen sa kojim se susreće sve veći broj zemalja zbog čega je predmet istraživanja kako šire tako i uže javnosti.

Literatura

- [1], A. Cansin, A. Turkmen, Doker, O.S.Emsen. 2016. “What Are the Demographic Determinants of Savings? Analysis on Transition Economies (1993-2013)”, Procedia Economics and Finance 39, 2015, 275–83.
- [2] <https://population.un.org/wpp/DataQuery/>
- [3] T. P. Shultz: Demographic Determinants of Savings: Estimating and Interpreting the Aggregate Association in Asia, Center Discussion Paper no. 901, Economic Growth Center, Yale University, 2004
- [4] A.Šobot: Rodni aspekt demografskog razvoja Srbije – Pitanja fertiliteta i mortaliteta, Demografski pregled, 46/2012, Ministarstvo rada, zapošljavanja i socijalne politike, Centar za demografska istraživanja Instituta društvenih nauka i Društvo demografa Srbije, 2012
- [5] G. Bjelobrk: Istraživanje o migracijama studenata, Demografski pregled, 68/18, Ministarstvo za rad, zapošljavanje, boračka i socijalna pitanja i Centar za demografska istraživanja Instituta društvenih nauka, 2018
- [6] N. G. Menkju: Principi ekonomije, Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2013
- [7] D. E. Bloom, D. Canning, L. Hu, Y. Liu, A. Mahal, W. Yip: The contribution of population health and demographic change to economic growth in China and India, Journal of Comparative Economics 38, 2010, 17-33
- [8] J. A. Mirrlees: The Economic Consequences of Ageing Populations, Royal Society, 1997
- [9] A. Deaton: Franco Modigliani and the Life Cycle Theory of Consumption, Princeton University, 2005
- [10] P. Michel, E. Thibault, J. Vidal: Intergenerational Altruism and Neoclassical Growth Models, European Central Bank 2004
- [11] R. S. Tsay: Analysis of Financial Time Series, John Wiley & Sons, 2005
- [12] G. Ruxanda, A. Botezatu: Spurious Regression and Cointegration. Numerical Example: Romania’s M2 Money Demand, Romanian Journal of Economic Forecasting 3/2008
- [13] E. W. Frees: Longitudinal and Panel Data - Analysis and applications in the social sciences, Cambridge University Press, 2004
- [14] B. H. Baltagi: Econometric Analysis of Panel Data, John Wiley & Sons Ltd, 2005
- [15] R. Dragutinović Mitrović: Analiza panel serija, Zadužbina Andrejević, 2002

- [16] H. M. Park: Practical Guides to Panel Data Modeling - A step by step analysis using Stata, Graduate School of International Relations, International University of Japan, 2011
- [17] F. Murtagh, P. Contreras: Methods of Hierarchical Clustering, Science Foundation Ireland, Department of Computer Science, University of London, 2011
- [18] M. dos Reis Ferreira: The impact of ageing on savings - A panel data study among the OECD countries, ISCTE Business School, University of Lisboa, 2015
- [19] M. Pascual-Saez, D. Cantarero-Prieto, M. Gonzalez-Diego: Testing the effect of population ageing on national saving rates: Panel data evidence from Europe, Governance and Economic research Network and University of Cantabria, Working Paper B 2018 – 3, 2018
- [20] C. Bermudez, Carlos D. Dabus, and G. H. Gonzalez. 2015. “Reexamining the Link between Instability and Growth in Latin America: A Dynamic Panel Data Estimation Using K-Median Clusters.” Latin American Journal of Economics 52 (1): 1–23.
- [21] I. Niculescu-Aron, C. Mihaescu: Modelling the impact of economic, demographic and social determinants on household saving rate in the former socialist countries (Central and Eastern Europe), Procedia Economics and Finance, 10, 2014, 104-113

Kratka biografija



Rođena je 26.09.1994. godine u Novom Sadu, gde je 2009. godine završila osnovnu školu "Prva vojvođanska brigada", a zatim gimnaziju "Svetozar Marković" 2013. godine. Nakon gimnazije upisuje osnovne studije primenjene matematike, modul matematika finansija, na Departmanu za matematiku i informatiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu, koje uspešno završava 2016. godine. Iste godine upisuje master studije na istom departmanu, a sve ispite predviđene nastavnim planom i programom master studija polaže zaključno sa januarskim ispitnim rokom 2019. godine. Tokom master studija učestvovala je na Festivalu nauke u Beogradu zajedno sa marketing timom Departmana za matematiku i informatiku.

2018. godine obavila je letnju praksu u Narodnoj banci Srbije u Sektoru za platni sistem, a 2019. godine učestvovala je na "ECMI Modeling Week" u Grenoblu. Od jula 2019. godine zaposlena je u banci Intesa u Beogradu u Odeljenju za upravljanje cenovnom politikom, gde se bavi statističkim modeliranjem.

Novi Sad, 2019

Tijana Đukić

**UNIVERZITET U NOVOM SADU PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNADOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA**

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: *Monografska dokumentacija*

TD

Tip zapisa: *Tekstualni štampani materijal*

TZ

Vrsta rada: *Master rad*

VR

Autor: *Tijana Dukić*

AU

Mentor: *Prof. dr Zorana Lužanin*

MN

Naslov rada: *Uticaj starenja populacije na ekonomске pokazatelje*

NR

Jezik publikacije: *Srpski (latinica)*

JP

Jezik izvoda: *s/e*

JI

Zemlja publikovanja: *Republika Srbija*

ZP

Uže geografsko područje: *Vojvodina*

UGP

Godina: *2019.*

GO

Izdavač: *Autorski reprint*

IZ

Mesto i adresa: *Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4*

MA

Fizički opis rada: *5 poglavlja, 71 stranica, 21 referenca, 20 tabela, 23 grafika*

FO

Naučna oblast: *Primenjena matematika*

NO

Naučna disciplina: *Statistička analiza*

ND

Ključne reči: *Statistika, starenje populacije, regresioni model, panel podaci, vremenske serije*

PO

UDK

Čuva se: *Biblioteka Departmana za matematiku i informatiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu*

ČU

Važna napomena:

VN

Izvod: *Master rad ima za cilj da poveže dve oblasti – demografiju i ekonomiju i opiše vezu između stope bruto domaće štednje i demografskih i ekonomskih faktora uz pomoć statističke analize. Najpre su opisani osnovni demografski faktori kao što su stopa zavisnosti starog stanovništva i očekivano trajanje života, kao i ekonomski pokazatelji kao što su stopa zaposlenosti, stopa inflacije, itd. Takođe, predstavljeni su osnovni pojmovi statističke analize, vremenskih serija i panel podataka, a zatim je formiran panel model stope štednje u evropskim zemljama i analiziran je uticaj pokazatelja starenja populacije, kao i ekonomskih faktora, na štednju. Pored navedenog modela, urađena je analiza posmatranih pokazatelja i za Republiku Srbiju, međutim, usled narušavanja pretpostavki koje moraju da važe da bi se postigla dugoročna veza u modelu, regresioni model nije formiran.*

IZ

Datum prihvatanja teme od strane NN veća: *13.12.2018*

DP

Datum odbrane:

DO

Članovi komisije:

KO

Predsednik: *dr Danijela Rajter-Ćirić, redovni profesor*

Mentor: *dr Zorana Lužanin, redovni profesor*

Član: *dr Jasna Atanasijević, docent*

**UNIVERSITY OF NOVI SAD FACULTY OF SCIENCES
KEY WORD DOCUMENTATION**

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: *Monograph type*

DT

Type of record: *Printed text*

TR

Contents code: *Master thesis*

CC

Author: *Tijana Đukić*

AU

Mentor: *Zorana Lužanin, PhD*

MN

Title: *The impact of ageing population on economic indicators*

XI

Language of text: *Serbian (latin)*

LT

Language of abstract: *s/e*

LA

Country of publication: *Republic of Serbia*

CP

Locality of publication: *Vojvodina*

LP

Publication year: *2019*

PY

Publisher: *Author's reprint*

PU

Publ. place: *Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4*

PP

Physical description: *5 chapters, 71 pages, 21 references, 20 tables, 23 graphics*

PD

Scientific field: *Applied mathematics*

SF

Scientific discipline: *Statistical analysis*

SD

Key words: *Statistics, ageing population, regression model, panel data, time series*

UC

Holding data: *Department of Mathematics and Informatics' Library, Faculty of Sciences, Novi Sad*

HD

Note:

N

Abstract: *The aim of this master thesis is connecting demography and economics and describing the relationship between gross domestic savings and demographic and economic factors using statistical analysis. Firstly, basic demographic indicators were described, such as old age dependency ratio and life expectancy, as well as economic indicators such as employment rate, inflation rate, etc. Also, statistical analysis, time series data and panel data were described, after which panel model for gross domestic savings in European countries was constructed and the impact of ageing population and economic factors on savings was analysed. Besides the panel model, demographic and economic indicators were also described for the Republic of Serbia, but the regression model was not constructed since the assumptions important for achieving the long-run relationship in the model did not hold.*

AB

Accepted by the Scientific Board on: *December 13, 2018*

ASB

Defended:

DE

Thesis defended board:

DB

President: *Prof. Danijela Rajter-Ćirić, PhD*

Mentor: *Prof. Zorana Lužanin, PhD*

Member: *Prof. Jasna Atanasijević, PhD*

