



UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO MATEMATIČKI FAKULTET  
DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I INFORMATIKU



**Luka Brdar**

## Kreditni rizik u Fama-French trofaktorskom modelu

Master rad

Mentor

**Dr Miloš Božović**

Novi Sad, 2018.

## Predgovor

Tema ovog master rada je analiza potrebe za uključivanjem kreditnog rizika u Fama-French trofaktorski model vrednovanja aktive u vidu novog faktora, sa detaljnijim pojašnjenjem Fama-French modela i njegovog značaja.

U prvom delu rada pojasniću osnovne koncepte, kao i teoriju koja je prethodila trofaktorskom modelu. Posebno ću se fokusirati na Model vrednovanja kapitalne aktive (CAPM) u smislu jednofaktorskog modela vrednovanja aktive, pri tome uvodeći i pojašnjavajući pojmove neophodne za dalje razumevanje trofaktorskog modela. Takođe ću se osvrnuti na neke prednosti i mane tog modela, kako bih objasnio potrebu Fama-e i French-a za razvijanjem novog, trofaktorskog modela.

U drugom delu rada detaljnije ću objasniti Fama-French trofaktorski model. Opisau ideju, izvorni rad, i kompletnu metodologiju koju su koristili Eugen Fama i Kenneth French u kreiranju svog modela, kao i poboljšanja koja je njihov model postigao u odnosu na prethodne modele. Takođe, pojasniću i prednosti i nedostatke ovog modela, kako bih objasnio potrebu za njegovim daljim poboljšanjem.

Treći deo rada će obuhvatati kreiranje portfolija na osnovu izloženosti kompanija kreditnom riziku. Tržište na kome ću izvršiti analizu je tržište akcija Sjedinjenih Američkih Država. Prvo ću retroaktivno kreirati portfolije bazirane na kreditnim rejtinzima rejting kompanije „Moody’s Investors Service“, kao i obrazložiti metodologiju koju ću koristiti. Zatim, na osnovu prinosa tih portfolija, pokušaću da dođem do zaključka da li, i na koji način, faktor baziran na izloženosti kreditnom riziku kompanija objašnjava, odnosno ne objašnjava vrednosti aktiva.

Iskoristio bih ovu priliku da se izuzetno zahvalim svom mentoru, dr Milošu Božoviću, na predavanjima koja su probudila novi pogled na svet finansija, na velikoj podršci prilikom izrade ovog rada, dobrim savetima, sadržajnim razgovorima, ukazanom vremenu, kao i ukazanom strpljenju. Zahvalio bih se takođe profesorki dr Nataši Krejić, na građenju znanja iz finansijske matematike, i motivisanju na razmišljanje na časovima modeliranja, kao i dr Nataši Spahić, na inspirativnim predavanjima koja su uvek držala pažnju, i kojima je bilo veliko zadovoljstvo prisustvovati.

Luka Brdar

Novi Sad, 2018.

## Sadržaj

Predgovor .....	2
1 Uvod .....	4
2 Model vrednovanja kapitalne aktive - CAPM .....	6
2.1 Definicija akcije.....	6
2.2 Karakteristike akcije .....	7
2.3 Ideja iza modela.....	8
2.4 Faktorski modeli .....	8
2.5 Poimanje cene akcije pre Fama-e i French-a.....	8
2.6 Cilj investitora.....	11
2.7 Tržišni portfolio .....	14
2.8 Vrednost netržišnog portfolija .....	16
2.9 Sistemski i idiosinkratski rizik .....	17
2.10 CAPM kao linearna regresija .....	18
2.11 Karakteristična linija hartije – SML.....	20
2.12 Pretpostavke modela .....	22
2.13 Testiranje CAPM-a.....	23
2.14 Zaključak CAPM-a .....	25
3 Fama - French model.....	26
3.1 Uvod .....	26
3.2 Faktori rizika .....	27
3.3 Testiranje modela.....	28
3.4 Primena modela .....	30
3.6 Upotreba modela .....	33
3.7 Momentum i Preokret.....	35
3.8 Zaključak Fama French trofaktorskog modela .....	38
4 Kreditni rizik u Fama-French trofaktorskom modelu .....	40
4.1 Kreditni rejtinzi .....	40
4.2 Kreditni rejtinzi agencije Moody's.....	41
4.3 Podaci .....	44
4.4 Kreiranje portfolija i rezultati .....	47
4.5 Četvorofaktorski model.....	52
Zaključak.....	54
Literatura .....	56
Biografija.....	58

# 1 Uvod

Problem donošenja svake odluke u životu se svodi na pitanje koliko nešto vredi. U svetu finansija, ovo je ključni koncept i veliko pitanje koje postavlja teorija vrednovanja kapitalne aktive. Pojam „kapitalna aktiva“ obuhvata sve što nudi neki budući novčani tok. To mogu biti nekretnine, obveznice, akcije, ulaganja u različite projekte ili fabrike, ali i druge investicije. Svima njima je zajedničko da zahtevaju novac sada, kako bi investitoru vratile određeni novac u budućnosti. Ono što nije sigurno jeste kada će se taj novac vratiti, kao i u kom iznosu. Iz tog razloga, dva glavna stuba na kojima počiva neizvesnost (i cela problematika vrednovanja) su vreme i rizik. Tek sa razumevanjem rizika (u skladu sa vremenskom komponentom), može se razumeti koliko nešto vredi i odakle potiču rizici, a samim tim i posmatrati kako se vrednost kapitalne aktive menja u odnosu na spoljašnje faktore. Razumevanje vrednosti daje moć da se rizicima upravlja, a umetnost upravljanja je u razumevanju kako će se vrednost promeniti ukoliko se varijable iz okruženja promene, i kako se od nepovoljnih promena zaštititi.

Od nabrojanih kapitalnih aktiva, fokus ovog rada će biti na vrednosti *akcije* na finansijskom tržištu. Akcija je po svojoj definiciji vlasnički udeo u nekoj kompaniji. Postoje različite vrste akcija, ali je svima zajedničko da predstavljaju deo ukupne sume akcija neke kompanije, pri čemu sve akcije zajedno čine samu tu kompaniju. Dakle, znajući vrednost jedne akcije (kao i broj akcija u opticaju), automatski znamo tržišnu vrednost te kompanije (uključujući i sve čega je vlasnik ta kompanija, od zemljišta na kojem se nalazi, inventara, uloženog kapitala, ljudskog rada, proizvoda u skladištu, vrednosti brenda, pa do vere u buduće rezultate). Iz tog razloga, baveći se pitanjem vrednostima akcija, zapravo se bavimo pitanjem vrednošću kompanija. Vredno pomena je i da cilj vrednovanja aktive nije nužno traženje prilika za investiranje, već traganje za objašnjenjem postojećih cena kao kompenzacija tržišta za različite rizike. Pa ipak, ako bismo proverili da li je neki prinos adekvatno kompenzovan za sve dimenzije rizika, i cene se ne poklapaju, to bi se moglo okarakterisati kao prilika za investiranje.

Postavlja se pitanje koji su izvori rizika, i koji to faktori utiču na vrednost. Ukoliko bismo pratili finansijske vesti agencija kao što su Bloomberg ili Financial Times, mogli bismo videti da vesti ne pokrivaju samo oblast promena cena na tržištima i finansijske izveštaje kompanija, već širok spektar ekonomskih i geopolitičkih vesti. Razlog tome je što investitori pokušavaju da prepoznaju različite rizike koje bi mogli uticati na njihov portfolio, ili kako bi prepoznali lošu procenu tržišta koliko je neka investicija rizična.

Od mnogih faktora, prvi su bili Jack Treynor, William F. Sharpe, John Lintner i Jan Mossi (motivisani radovima Harry Markowitz-a) koji su prepoznali kao faktor samo tržište (model vrednovanja kapitalne aktive – CAPM). Eugen Fama i Kenneth French su kasnije proširili ovaj model sa dodatna dva faktora, došavši do trofaktorskog modela. Sa ova dva modela kao temeljom, ovaj rad predstavlja istraživanje da li izloženost kompanija kreditnom riziku treba da bude razmatrana kao četvrti faktor.

Od značajnije literature korišćene za izradu rada, posebno bih želeo da izdvojim sledeću:

- Branko Urošević, Miloš Božović – „*Uvod u finansijsku ekonomiju*“. U ovom udžbeniku opisani su svi ključni koncepti i bazna znanja neophodna za razumevanje teorijskog dela ovog rada.
- Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus – „*Osnovi investicija*“. Sadrži detaljnije opise naprednijih teorijskih koncepata uz matematičku podlogu i primere
- Eugen Fama, Kenneth French – „*Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies*“. Izvorni rad Fama-e i French-a, u kome uvode i diskutuju efikasnost Fama-French trofaktorskog modela
- John Cochrane – „*Asset Pricing*“. Udžbenik koji pokriva gotovo sve matematičke i statističke alate neophodne za analizu vrednovanja kapitalne aktive.
- Mark M. Carhart – „*On Persistence in Mutual Fund Performance*“. Značajan materijal za razumevanje stila i načina kako se vrši ispitivanje potencijalnog novog faktora, kao i opis statističkih testova koji se koriste za testiranje hipoteza.
- <https://www.moodys.com> – Sadrži metodologiju, podatke, i preciznija objašnjenja kreditnih rejtinga, kao i generalan uvid na koji se način dodeljuju.

## 2 Model vrednovanja kapitalne aktive - CAPM

### 2.1 Definicija akcije

Akcija, u najužem smislu, jeste vlasnički instrument, odnosno jedan (gotovo zanemarljivo mali) udeo kompanije. Ipak, ako posmatramo sve akcije zajedno, dobijamo celu kompaniju, što znači da je u vrednosti jedne akcije (pod pretpostavkom da znamo ukupan broj akcija) sadržana informacija o vrednosti cele kompanije. Akcije se dele na dva tipa:

- Obične – uključuju pravo na donošenje odluka, odnosno pravo glasa (u skladu sa vlasničkim udelom), pravo na rezidualno potraživanje (pravo na profit nakon izmirenja svih poverilaca), i ograničenu odgovornost (vlasnik hartije može samo da izgubi ono šta je inicijalno uložio)
- Preferencijalne – ne daju pravo glasa, možemo računati na fiksne dividende (da li kumulativne ili nekumulativne), i imaju prioritet u odnosu na obične akcije što se tiče trgovanja na berzi.

Sve u svemu, jasno je da su preferencijalne akcije te koje su prvenstveno namenjene za trgovinu na tržištima (mesta gde se ljudi okupljaju da bi trgovali međusobno, koje opet mogu biti prave, fizičke lokacije, ali i virtuelne), odnosno za one kupce kojima nije u interesu da utiču na poslovanje kompanije, već da zarade čisto na osnovu promene vrednosti akcije.

Postoji veliki broj finansijskih instrumenata koji su uslovljeni vrednošću neke akcije, odnosno imaju njenu vrednost kao podlogu. Ti finansijski instrumenti nazivaju se „derivati“, i njima se takođe trguje. To su (na primer) forvardi, fjučersi, svopovi i opcije. Iz tog razloga, možemo se fokusirati samo na vrednovanje akcije, pri čemu sa tim rezultatom dobijamo i vrednosti mnogih drugih finansijskih instrumenata.

## 2.2 Karakteristike akcije

Ukoliko smo vlasnici nečega, želimo da to šta imamo bude što vrednije. Iz tog razloga želimo da budemo vlasnici nečega čija vrednost raste. Kupovinom akcije uzdamo se u rast vrednosti kompanije, kako bismo je kasnije prodali, i zaradili na razlici. Prva karakteristika kojom opisujemo akciju jeste prinos. Prinos aktive  $i$  obeležavamo sa  $R_i$ , i ova oznaka predstavlja vrednost za koju možemo da prodamo neku aktivu koju smo platili jednu novčanu jedinicu nakon godinu dana držanja (najčešće se obračunava na godinu dana, ali može i na druge periode).

Prinos možemo da predstavimo sledećom formulom:

$$\text{prinos} = \frac{\text{vrednost nakon vremenskog perioda na koji se prinos odnosi} - \text{sadašnja vrednost}}{\text{sadašnja vrednost}}$$

Očekivani prinos predstavlja vrednost koju *očekujemo* da ćemo dobiti posle određenog vremenskog perioda.

Međutim, očekivanje nije isto što i stvarnost. Ukoliko bismo se kladili na ishod bacanja pravilnog novčića (sa dobitkom duplo uloženog ili ništa), očekivana vrednost dobitka u toj opkladi bi bila jednaka kao da uopšte i nismo učestvovali u opkladi. Razlika je u odstupanju od očekivane vrednosti (*volatilnosti*). Kao meru odstupanja koristimo *varijansu*, odnosno *disperziju* (u oznaci  $\sigma^2$ ). Dakle, osim našeg očekivanja ključna mera je i sa kolikom sigurnošću možemo da verujemo u svoje očekivanje. U datom primeru, ako ne učestvujemo u opkladi – disperzija je jednaka nuli, a ako učestvujemo – ishod je značajno neizvesniji. Ekvivalentna mera odstupanju od očekivane vrednosti je i *standardno odstupanje* (u oznaci  $\sigma$ ), što je samo kvadratni koren disperzije. Prednost standardnog odstupanja u odnosu na disperziju je što je uvek u istoj mernoj jedinici kao i podaci.

Kao što se može naslutiti, svi žele veći prinos, i ne žele veliku volatilnost. Koliko su investitori (agenti koji ulažu novac) spremni da rizikuju je pitanje individualnog izbora.

## 2.3 Ideja iza modela

Model koji su osmislili Eugen Fama i Kenet French je jedan od najuticajnijih radova u finansijama u prošlom veku, i u sledećih nekoliko poglavlja ću proći kroz kratak istorijat, objasniti koncepte bitne za razumevanje rada, kao i rekonstruisati tok misli kako su oni došli do svojih zaključaka. Za početak je bitno razumeti preovlađujući model koji je prethodio Fama-French modelu, a to je Model vrednovanja kapitalne aktive – CAPM.

## 2.4 Faktorski modeli

Osnovna ideja pri postavljanju nekog modela vrednovanja jeste da postoje određeni faktori koji utiču na cenu. To možemo predstaviti na sledeći način:

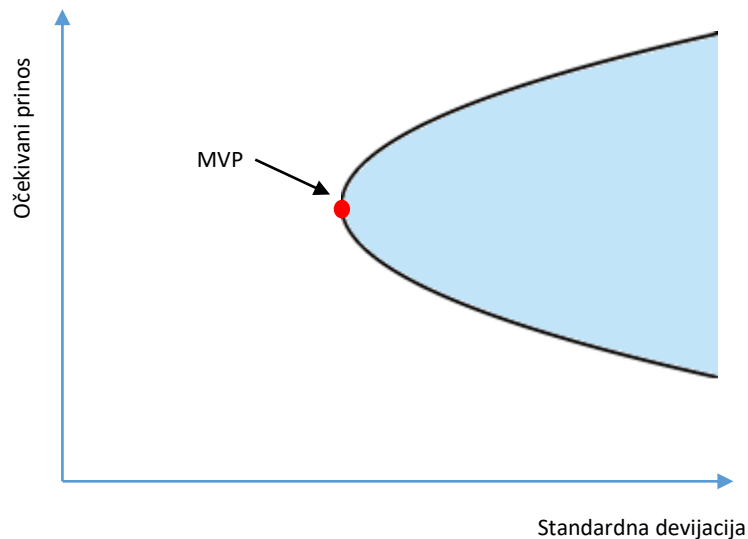
$$R = a + b_1 * F_1 + b_2 * F_2 + \dots + b_n * F_n + e$$

Pri čemu je  $R$  prinos koji u ovom slučaju pokušavamo da opišemo,  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$  su linearni faktori preko kojih želimo da opišemo vrednost  $R$ ,  $a$  je odsečak i  $e$  je greška. Potraga za modelom koji bi najbolje opisao prinos akcije se svodi na traženje ovih faktora. Modeli koji se opisuju na ovaj način zovu se *faktorski modeli*. Često uz ovaj izraz govorimo i koliko je faktora uključeno, pa tako dolazimo do *jednofaktorskih, multifaktorskih*, itd. modela.

## 2.5 Poimanje cene akcije pre Fama-e i French-a

Prvo, rekli smo da akciju (ili skup akcija, koji zovemo *portfolio*) možemo da opišemo pomoću dve veličine: prinosa i varijanse. Ukoliko bismo želeli da predstavimo jednu akciju grafički, to bismo mogli da uradimo pomoću koordinatnog sistema, gde bismo za ose uzeli upravo prinos i standardnu devijaciju. Ukoliko bismo sve rizične aktive stavili u taj sistem, dobili bismo nešto nalik na sledeći grafik:

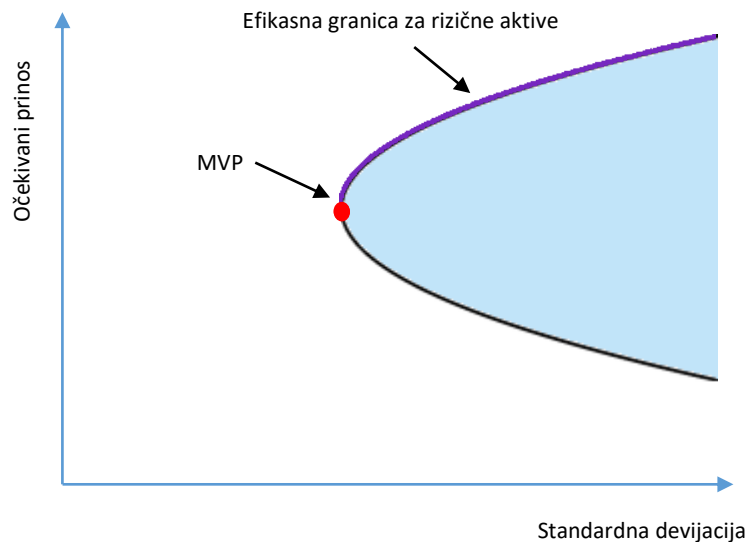




Grafik 1. Pozicija portfolija sa minimalnom varijansom u odnosu na rizične aktive

Sve rizične aktive pokrivaju unutrašnji deo parabole (deo obojen u plavo). Intuitivno, ideja iza ovakve predstave je da postoje više i manje rizične aktive. Ukoliko bismo uzeli rizičnu aktivu sa najmanjom mogućom (minimalnom) varijansom, ona bi se nalazila u tački MVP (skraćeno od eng. „*Minimum Variance Portfolio*“). Kako bismo se pomerali nadesno na grafiku, imali bismo sve volatilnije aktive. Sledeće što možemo da primetimo jeste da, ako bismo povukli paralelu sa  $\sigma$ -osom u tački MVP, mogli bismo primetiti da je ova parabola osno simetrična u odnosu na ovu liniju. S obzirom da je rasipanje simetrično u oba smera, ukoliko bismo fiksirali bilo koju vrednost volatilnosti, portfolio sa tom volatilnošću bi i dalje imao očekivan prinos isti kao i portfolio sa minimalnom varijansom. Da nije tako, nego da je očekivanje (na primer) za nijansu više, svi bi želeli da kupe taj portfolio, podižući mu cenu, dovodeći do toga da mu sistemski spuštaju prinos sve dok taj portfolio ne postane dobar koliko i bilo koji drugi. U obrnutom slučaju važi isto.

Ukoliko bi investitor učestvovao na ovakvom tržištu, portfolije koje bi on želeo da drži su oni portfoliji koji, za fiksiranu vrednost varijanse, postižu najbolji prinos. Posmatrano na grafiku, ovi portfoliji će se nalaziti na gornjem delu parabole, što se može videti na grafiku:



Grafik 2. Efikasna granica za rizične aktive

S obzirom da ovi portfoliji najefikasnije koriste svoju varijansu (u smislu prinosa), oni nose ime *efikasni portfoliji*, a kriva koju stvaraju svi efikasni portfoliji nosi ime *Efikasna granica za rizične aktive* (eng. „*Efficient frontier*“). Investitor koji učestvuje na tržištu sačinjenom od isključivo rizičnih aktiva želi da drži portfolio koji se nalazi na ovoj krivi.

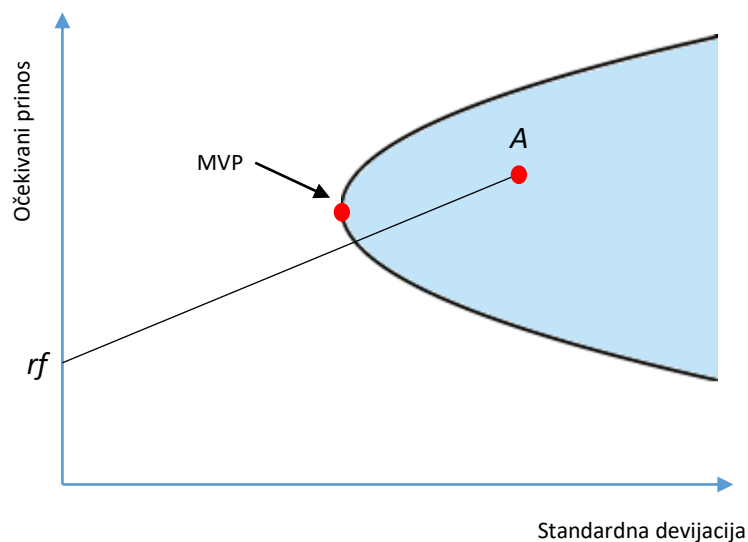
Međutim, postoji još jedna teoretska aktiva koja ne pripada ovoj grupi. *Nerizična* aktiva je aktiva za koju pretpostavljamo da ima volatilitnost jednaku nuli. Nosi mali prinos ( $r_f$  – *nerizična kamatna stopa*), ali se taj prinos smatra sigurnim. Da bismo uzeli zdravo za gotovo ovu aktivu, moramo da uvedemo kao pretpostavku da postoji *idealna banka*, koja bi po jednoj fiksnoj kamatnoj stopi pozajmljivala investitoru i uzimala od investitora. Naravno, ovo se potpuno kosi sa konceptom banke, pošto banka upravo i zarađuje na razlici između kamatne stope po kojoj pozajmljuje novac i po kojoj pozajmljuje od drugih. Međutim, to ne utiče previše na sam model. Nerizična aktiva zapravo predstavlja aktivu u koju investitor ulaže novac koji ne želi da uloži u bilo šta što nosi rizik, ali želi da izbegne oportunitetni trošak. Njena pozicija na grafiku je na osi koja opisuje prinos (pošto je varijansa jednaka nuli), a nalazi se ispod portfolija sa minimalnom varijansom. Da nije tako, niko ne bi ulagao u rizičnu aktivu, i tržište bi prestalo da postoji. Ideja koja se nalazi u osnovi tržišta je da, ako želimo veći prinos, moramo da se izložimo većem riziku. Najbliži stvarni ekvivalenti ovoj aktivu bi bilo stavljanje novca na štednju u banku, ili ulaganje u trezorski zapis razvijene države.

## 2.6 Cilj investitora

Pretpostavimo da želimo da se uključimo na tržište i da smo spremni na rizik (u nekoj određenoj meri). Sa jedne strane je naš novac koji je u potpunosti uložen u nerizičnu aktivu (u stvarnosti, to je novac u madracu ispod kreveta). Međutim, još jedna pretpostavka je da se investitori ponašaju *racionalno*, tako da investitor, ako već ne ulažu u rizičnu, ulaže u nerizičnu aktivu), a sa druge strane imamo univerzum rizičnih aktiva u koji možemo da uložimo novac. Recimo da smo приметili jedan portfolio ili akciju koju smo odabrali na potpuno slučajnan način, ili iz drugih, iracionalnih razloga. Neka to bude proizvoljni portfolio  $A$  (sa prinosom  $r_A$  i devijacijom  $\sigma_p$ ). Imamo sledeće mogućnosti:

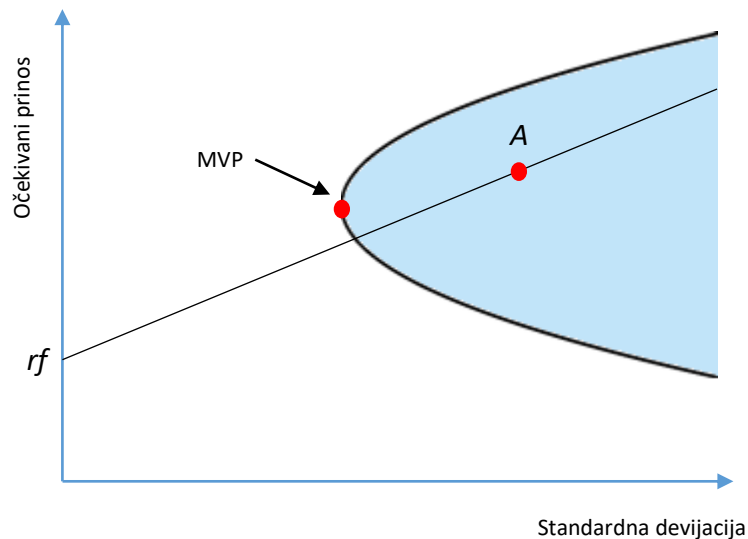
- Ne ulažemo ništa u rizični portfolio  $A$ . Prinos nam je u tom slučaju diktiran nerizičnom kamatnom stopom, i varijansa je jednaka nuli. Ovaj portfolio se nalazi u tački  $r_f$ .
- Sve ulažemo u portfolio  $A$ . Prinos će nam biti u potpunosti jednak prinosu portfolija  $A$ , sa svim rizikom koji on nosi.
- Treća mogućnost su sve kombinacije između, odnosno da jedan deo uložimo, a ostatak ne. To možemo opisati tako što ćemo uvesti konstantu  $\Omega$  koja nosi vrednosti između 0 i 1 (možemo i da uključimo nulu i jedinicu, pa time dobijamo prva dva slučaja). U tom slučaju,  $\Omega$  deo novca ulažemo u nerizičnu aktivu, a  $(1 - \Omega)$  u rizičnu.

Ako bismo obeležili sve linearne kombinacije između  $r_f$  i  $A$ , dobili smo duž sa krajevima u ovim tačkama na grafiku.



Grafik 3. Linearne kombinacije aktive  $A$  i nerizične aktive

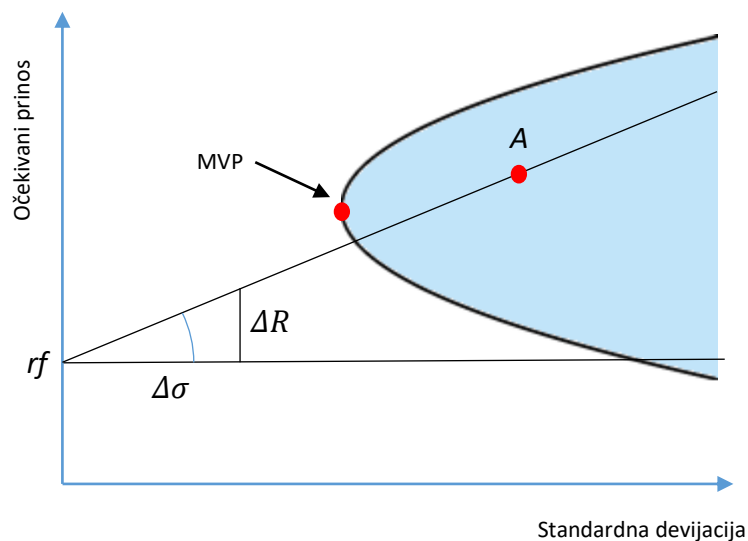
S obzirom da pretpostavljamo da postoji „idealna banka“ od koje se može pozajmiti novac po nerizičnoj kamatnoj stopi, postoji i mogućnost da se zadužimo po toj kamatnoj stopi, i onda da pozajmljeni novac uložimo u aktivu  $A$ . U tom slučaju postoje i pozicije posle  $A$ , čime duž postaje poluprava, pa grafik izgleda za nijansu drugačije:



Grafik 4. Linearne kombinacije sa kratkom pozicijom na nerizičnoj aktivi

Formalno, to samo znači da puštamo  $\Omega$  da bude bilo koja vrednost.

Posmatrajmo sada „nagradu“ koju dobijamo za prihvatanje veće varijanse. Ukoliko na početku ne bismo prihvatili rizik, bili bismo u tački  $r_f$ . Sa porastom varijanse (za neko fiksno  $\Delta\sigma$ ) nagrada za našu hrabrost (porast prinosa  $\Delta R$ ) se može predstaviti grafički na sledeći način:

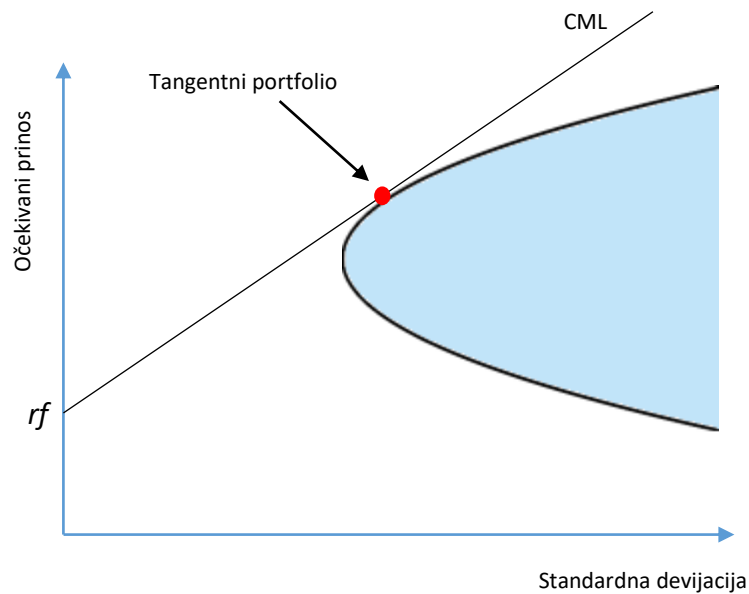


Grafik 5. Grafički prikaz Sharpe-ovog količnika

Ugao (odnosno nagib krive) koji se ovde javlja predstavlja nagradu za rizik koji prihvatamo. Po Viliamu Sharpe-u, ovaj nagib nosi naziv Sharpe-ov količnik.

Bilo koji portfolio  $P$  formiran na ovaj način zadovoljava jednačinu  $r_P = r_f + \frac{r_A - r_f}{\sigma_A} \sigma_P$ . U tom slučaju je Sharpe-ov količnik za portfolio  $P$  jednak  $S = \frac{r_A - r_f}{\sigma_A}$ , i predstavlja odnos premije za rizik i volatilnosti za aktivu formiranu na ovaj način.

Na osnovu ovoga možemo da zaključimo da nasumični portfolio  $A$  verovatno nije najbolji izbor za portfolio sa kojim želimo praviti linearne kombinacije. Ukoliko umesto  $A$  odaberemo bilo koji drugi rizični portfolio koji se nalazi iznad linije ovih linearnih kombinacija, kombinacije sa tim portfoliojem zaklapaće veći ugao nego sa prvobitnim portfoliojem. Dakle, ukoliko umesto portfolioja  $A$  odaberemo bilo koji od ovih portfolioja, „nagrada“ koju dobijamo u zamenu za prihvatanje veće varijanse je veća. Pošto želimo da postignemo najveću „nagradu“ za dodatnu izloženost riziku, u interesu nam je da biramo portfolio tako da imamo maksimalan Sharpe-ov količnik. Maksimizirajući ovaj količnik dolazimo do sledeće postavke:



Grafik 6. Tangentni portfolio i linija tržišta kapitala

Intuitivno je bilo jasno da će „idealni“ portfolio za pravljenje linearnih kombinacija pripadati granici efikasnih portfolioja, ali ovaj proces sužava izbor između svih tih portfolioja na samo jedan, jedinstveni portfolio sa maksimalnim Sharpe-ovim količnikom. Do njega dolazimo tako što povlačimo tangentu na granicu efikasnih portfolioja iz tačke  $rf$ . Jedinstveni portfolio koji dobijamo nosi naziv *tangentni portfolio*, i predstavlja portfolio sa kojim bi svi investitori trebali praviti linearne kombinacije.

Linija koja predstavlja sve linearne kombinacije tangentnog portfolioja i nerizične aktive se naziva *Linija tržišta kapitala* (CML – Capital Market Line).

## 2.7 Tržišni portfolio

CAPM iznosi jednu veliku tvrdnju, a to je da je tangentni portfolio ujedno i *Tržišni portfolio*. Tržišni portfolio je portfolio koji sadrži akcije kompanija u procentualnom odnosu koji odgovara njihovom udelu u vrednosti celog tržišta. Na primer, ako bismo imali tržište sa samo dve kompanije, pri čemu jedna vredi 40 miliona evra, a druga 60 miliona evra, tržišni portfolio bi sa 40% vrednosti sadržavao akcije prve kompanije, a 60% druge.

Razlog za ovo je što suma svih portfolija svih investitora je jednaka samom tržištu. Drugim rečima zašto ovo važi je da je ponuda na tržištu jednaka tražnji.

Intuitivno, zašto ovo važi? Pretpostavimo da postoji akcija koju niko ne želi. Pošto je niko ne želi, njena cena pada, čime joj raste mogući prinos. Kako raste prinos, ona postaje sve manje nepoželjna, sve dok ne postane dobra koliko i svaka druga, i u tom momentu je vredni imati koliko i bilo koju drugu.

Prepoznavanje tržišnog portfolija nije jednostavno. Srećom, postoje agencije koje daju svoje viđenje kako izgleda reprezentativni tržišni portfolio. Oni su predstavljeni *berzanskim indeksima*. Neki od primera najpoznatijih berzanskih indeksa su:

- Dow Jones Industrial Average (DJIA) – sastoji se od akcija najvećih 30 kompanija u SAD kojima se trguje na berzi. Indeks je ponderisan po cenama, tako da kompanije čije akcije imaju višu cenu, imaju i više uticaja na indeks.
- Standard & Poor's 500 Composite (skraćeno S&P 500, ili samo S&P) – indeks obuhvata 500 akcija velikih kompanija (prvenstveno sa tržišta SAD), ponderisane po tržišnim kapitalizacijama, imajući u vidu isključivo broj akcija koji je dostupan za javno trgovanje (tzv. „*free-float capitalization weighted*“)
- NASDAQ Composite – indeks je baziran na akcijama preko 3300 kompanija (ponderisanim po tržišnoj kapitalizaciji) koje se svakodnevno razmenjuju na njujorškoj elektronskoj NASDAQ berzi
- Russell 3000 – od iste grupe koja stoji iza FTSE 100 berzanskog indeksa, baziran na 3000 najvećih kompanija na tržištu SAD, ovaj indeks predstavlja oko 98% ukupnog tržišta vlasničkim hartijama SAD.
- FTSE 100 – popularno zvan „*Footsie*“, baziran je na 100 kompanija sa londonske berze
- Nikkei 225 – berzanski indeks baziran na 225 najvećih kompanija sa berze u Tokiju
- Dax – nemačka verzija Dow Jones indeksa, sačinjen od 30 najvećih kompanija kojima se trguje na berzi u Frankfurtu.

Dakle, investitor ima za zadatak da uoči tržišni portfolio, i u zavisnosti od toga koliko je spreman da rizikuje, odabere odgovarajući portfolio na CML. Svaki investitor bira za sebe konkretan portfolio (na osnovu preferencija – odnosno funkcije korisnosti, početnog bogatstva,...), ali odluke pojedinačnog investitora nisu deo ovog rada, tako da se neću osvrnuti na njih. Deo koji nije uložen u nerizični portfolio suštinski predstavlja „tržište u malom“.

Investitor samim tim ne obraća pažnju više na to šta se događa sa pojedinačnim akcijama, nego ga zanima šta se događa sa celim tržištem, pošto poseduje njegov reprezentativni deo.

Zaključak koji CAPM iznosi je sledeći: Investitor koji želi da donosi odluke na optimalan način (na osnovu očekivane vrednosti i varijanse prinosa) treba da poseduje isključivo tržišni portfolio u kombinaciji sa nerizičnom aktivom, i to u meri koja odgovara njegovom ličnom „ukusu“ (usaglašava se sa njegovom funkcijom korisnosti, averzijom prema riziku,...). Najbolja strategija prema CAPM-u, dakle, jeste pasivna strategija, a sve nade treba polagati u to da će tržište u celini rasti.

## 2.8 Vrednost netržišnog portfolija

Iako to investitora ne bi trebalo uopšte da zanima, CAPM daje odgovor na još jedno pitanje: Koliko vredi portfolio koji nije tržišni? CAPM dovodi u vezu očekivanu ravnotežnu stopu prinosa hartije  $i$  sa prinosom tržišnog portfolija ( $r_m$ ) na sledeći način:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{im} * (E(r_m) - r_f)$$

, gde  $(E(r_m) - r_f)$  predstavlja tržišnu riziko-premiju. Ovo je standardni oblik kako se CAPM zapisuje u literaturi. Ukoliko investitor želi da investira u neki nediverzifikovani portfolio postoji dodatni faktor rizika. Taj dodatni rizik meri se koeficijentom  $\beta_{im}$  („beta portfolija“), i izračunava se preko sledeće formule:

$$\beta_{im} = \frac{\text{cov}(r_i, r_m)}{\text{var}(r_m)}$$

Suštinski, CAPM je jednofaktorski model, sa tržišnom riziko-premijom kao faktorom.

Beta portfolija je vrednost koja opisuje na koji način portfolio prati tržište. Ukoliko bi beta bila veća od jedinice, to znači da je aktiva izuzetno osetljiva na kretanje portfolija, i da, ukoliko tržište raste, njena vrednost još više raste, a ako pada, ona još više pada. Takve su najčešće akcije visokotehnoških kompanija ili luksuznih brendova, koje nude viši prinos, ali uz veći rizik. Aktiva sa vrednošću jednakoj jedinici bi savršeno pratila tržište, aktiva sa betom između nule i jedinice bi pratila smer tržišta, ali tromije, aktiva sa betom jednakoj nuli bi bila potpuno neosetljiva na promene tržišta, a aktiva sa negativnom betom bi išla u suprotnom smeru od tržišta (za zlato se smatra da ima negativnu betu, koje se i koristi kao hedž protiv pada tržišta).

Bete nekih značajnijih portfolija:

- Beta nerizične aktive:

$$\beta_0 = \frac{\text{cov}(r_f, r_M)}{\text{var}(r_M)} = 0$$

- Beta tržišnog portfolija:

$$\beta_M = \frac{\text{cov}(r_M, r_M)}{\text{var}(r_M)} = \frac{\text{var}(r_M)}{\text{var}(r_M)} = 1$$

- Beta diverzifikovanog portfolija (u sledećem zapisu važi  $r_0 = r_f$ ):

$$\beta_P = \frac{\text{cov}(r_P, r_M)}{\text{var}(r_M)} = \frac{\text{cov}(\sum_{j=0}^J \omega_j r_j, r_M)}{\text{var}(r_M)} = \frac{\sum_{j=0}^J \omega_j \text{cov}(r_j, r_M)}{\text{var}(r_M)} = \sum_{j=0}^J \omega_j \beta_j$$



Koliko je ovo shvatanje prihvaćeno u zajednici govori i činjenica da, kada se posmatraju podaci vezani za akciju neke kompanije, jedan od najznačajnijih podataka je upravo njena beta iz CAPM-a.

## 2.9 Sistemski i idiosinkratski rizik

U svetu investiranja, svaka hartija od vrednosti nosi rizik koji se može podeliti na dve komponente: na idiosinkratski i sistemski rizik. U teoriji, idiosinkratski rizik se može diverzifikovati, dok se sistemski ne može. Dakle, idiosinkratski rizik utiče samo na jednu hartiju od vrednosti, dok sistemski utiče na sve. Matematički posmatrano, sledeća formula opisuje varijansu portfolija:

$$\sigma_P^2 = \underbrace{\sum_{j=1}^J \omega_j^2 \text{var}(r_j)}_{\substack{\text{Idiosinkratska} \\ \text{(specifična)} \\ \text{komponenta rizika}}} + \underbrace{\sum_{j \neq k} \omega_j \omega_k \text{cov}(r_j, r_k)}_{\substack{\text{Sistematska} \\ \text{komponenta} \\ \text{rizika}}}$$

Idiosinkratski rizik se naziva još i specifični rizik iz razloga što je on specifičan za pojedinačnu hartiju od vrednosti. Rizik zavisi od odluka koje donosi kompanija na koju se hartija od vrednosti odnosi, i od događaja koji su vezani isključivo za tu kompaniju. Efekat ove komponente rizika se može umanjiti procesom diverzifikacije portfolija. To znači da dodavanjem novih hartija od vrednosti (u pravom odnosu) možemo umanjiti efekat pojedinačne hartije na vrednost celog portfolija. Ekstreman slučaj diverzifikacije je tržišni portfolio, gde je uticaj pojedinačne akcije u potpunosti eliminisan, i jedino su relevantne performanse samog tržišta kao celine.

Sistemski rizik se, sa druge strane, ne može izbeći ni na koji način. Samim učestvovanjem na tržištu, investitor je izložen ovom riziku. Promena kamatnih stopa, ratovi i recesije sve predstavljaju izvore sistemskog rizika. Beta akcije je mera rizika akcije u odnosu na celokupno tržište (ali i druge akcije).

## 2.10 CAPM kao linearna regresija

CAPM povezuje očekivani prinos i varijansu, ali očekivanje i stvarnost se mogu značajno razlikovati. Da bismo prešli sa očekivanog na realizovani prinos, možemo se poslužiti sledećom regresijom, gde za svaki portfolio  $j$  važi:

$$r_j - r = \alpha_j + \beta_j(r_M - r) + \varepsilon_j$$

Levi deo jednakosti je poznat kao „*excess return*“, odnosno prinos preko nerizične kamatne stope (razlika u prinosu ukoliko investitor odluči da mu nije dovoljno da samo izbegava oportunitetni trošak). Alfa ( $\alpha$ ) je odsečak na linearnoj regresiji (u pitanju je konstanta), a  $\varepsilon$  je slučajna vrednost sa očekivanjem jednakim nuli, varijansom  $\sigma^2$ , i nije ni u kakvoj relaciji sa tržištem ( $Cov(r_M, \varepsilon_i) = 0$ ).

Koristeći osobine kovarijanse, lako se dolazi do jednakosti  $cov(r_i, r_M) = \beta_i \sigma_M^2$ , pa dolazimo do sledeće formule za koeficijent osetljivosti (odnosno nagiba regresije):

$$\hat{\beta}_j = \frac{cov(r_j, r_M)}{var(r_M)}$$

Beta ove linearne regresije je jednaka CAPM, s razlikom što menjamo teoretski tržišni portfolio sa njegovom aproksimacijom – najčešće berzanskim indeksom.

Ako bismo pogledali očekivanje linearne regresije, dolazi se do zaključka da bi očekivanje alfe (koja se sada može zapisati na sledeći način:

$$\hat{\alpha}_j = E(r_j - r_f) - \hat{\beta}_j E(r_M - r_f)$$

), bila jednaka nuli za sve aktive. Alfa akcije je očekivani prinos iznad (ili ispod) „fer“ očekivanog prinosa CAPM-a. Ukoliko CAPM pravilno ocenjuje akciju, onda je  $\hat{\alpha}_j = 0$ .

Bitno je ne mešati alfe i epsilone. Neke akcije će postići bolje, a neke lošije rezultate u posmatranom periodu. Međutim, pretpostavlja se da se ovo ponašanje nije moglo predvideti. To znači da, ako bismo posmatrali regresiju za više kompanija, trebalo bi da se realizovane alfe grupišu oko nule. Broj kompanija sa pozitivnom alfom bi trebao da bude približno jednak onima sa negativnom alfom. CAPM nalaže da je očekivana vrednost alfe jednaka nuli za sve hartije od vrednosti, a linearna regresija traži da se vrednosti grupišu oko nule. Takođe, alfe ne bi trebalo da se mogu predvideti, što je ekvivalentno izjavi da su vrednosti alfe nezavisne za svaki period posmatranja.

Indirektan dokaz efikasnosti je dao Burton Malkiel koji je ocenio alfe za veliki broj zajedničkih fondova<sup>1</sup>. Rezultati pokazuju da je distribucija alfi slična normalnoj raspodeli, za nijansu sa negativnim očekivanjem, ali i dalje statistički nedovoljno različito od nule. U

---

<sup>1</sup> Malkiel, Burton G., 1995, Returns from investing in equity mutual funds 1971 to 1991, Journal of Finance 50, 549-572

proseku, ne čini se da zajednički fondovi uspevaju da nadmaše tržišni portfolio (berzanski indeks).

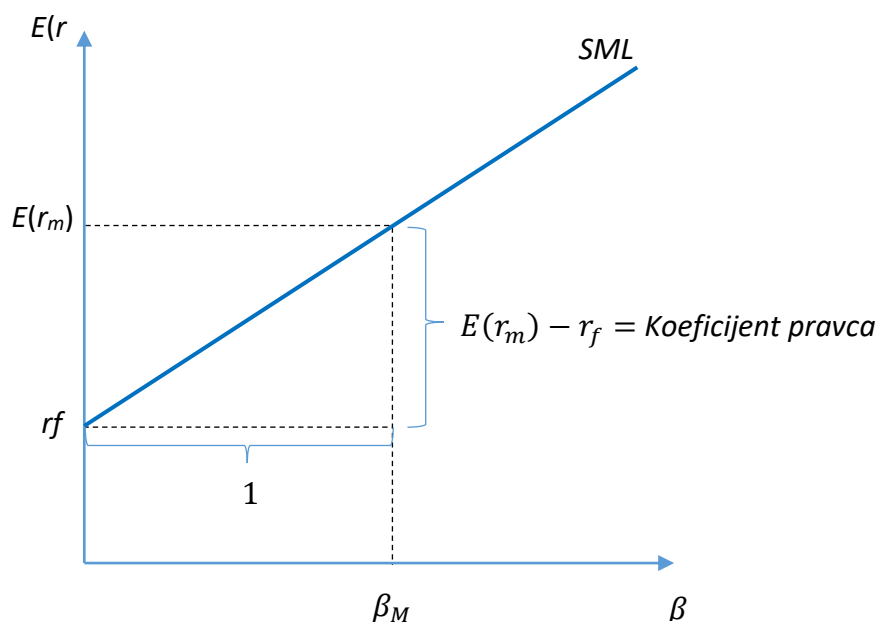
Implicitno, iako se očekuje da će realizovane alfe profesionalno vođenih portfolija u proseku biti pozitivne, a samim tim i da će taj efekat pomeriti alfe (u proseku) ka pozitivnoj strani, kao rezultat se samo javlja predstava o tome koliko je teško pobediti pasivnu strategiju koju CAPM predlaže kao optimalnu.

## 2.11 Karakteristična linija hartije – SML

Odnos očekivanog prinosa i bete možemo da posmatramo kao jednačinu koja povezuje nagradu i rizik. Beta hartije od vrednosti je odgovarajuća mera njenog rizika, iz razloga što je beta proporcionalna riziku kojim hartija od vrednosti pridonosi optimalnom rizičnom portfoliju.

Investitori sa averzijom prema riziku mere rizik optimalnog rizičnog portfolija preko njegove varijanse. Beta hartije od vrednosti meri njen doprinos varijansi rizičnog portfolija. Odatle se može očekivati da je, za bilo koju aktivu ili portfolio, tražena premija za rizik funkcija po beti. CAPM potvrđuje ovu intuiciju dodajući da je premija za rizik hartije od vrednosti direktno proporcionalna i beti i premiji za rizik tržišnog portfolija, odnosno da je premija za rizik jednaka  $\beta[E(r_m) - r_f]$ .

Odnos očekivanog prinosa i bete može se grafički predstaviti preko karakteristične linije hartije (eng. „*Security market line*“ – SML) na sledeći način:



Grafik 7. Karakteristična linija hartije

Pošto je beta tržišnog portfolija jednaka jedinici, nagib krive je premija za rizik tržišnog portfolija.

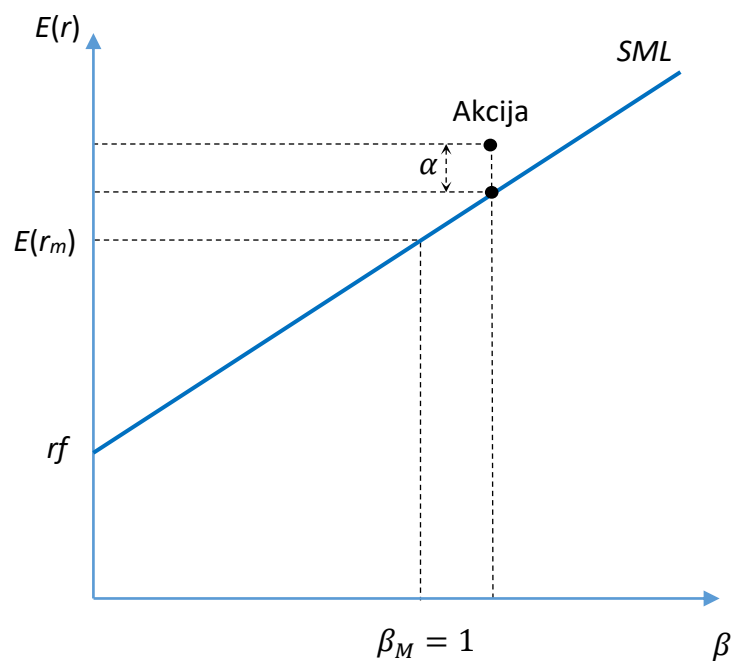
Ako bismo uporedili SML i CML, možemo da vidimo da je CML grafik riziko-premija efikasnih portfolija (portfolija koji su kombinacija tržišnog portfolija i nerizične aktive) kao funkcija standardne devijacije. Ovo je prikladno iz razloga što je standardna devijacija validna mera rizika za efikasno diverzifikovane portfolije koji su kandidati za investitorov izbor. SML, s druge strane, predstavlja grafik premije za rizik individualne aktive kao funkciju rizika aktive.

Relevantna mera rizika individualne aktive koja se drži kao deo dobro diverzifikovanog portfolija nije standardna devijacija ili varijansa aktive, već je to doprinos aktive varijansi portfolija u vidu bete te aktive. SML je validan i za efikasne portfolije i pojedinačne aktive.

SML se koristi kao reper za evaluaciju performansi, odnosno rentabilnosti investicije. Ukoliko bismo imali rizik investicije (meren betom), SML bi trebao da prikaže zahtevani prinos od strane investitora u skladu sa rizikom.

S obzirom da je SML grafička predstava očekivanog prinosa i bete, vrednosti koje su vrednovane na pravi način bi trebale da leže tačno na SML liniji. Na ovaj način bi investitor, koji bi se odlučio u jednom momentu da ne prihvati CAPM i da sam donosi odluke, mogao proveravati za svaku hartiju od vrednosti da li leži tačno na SML liniji. Ukoliko bi akcija bila „dobra“ za kupovinu, odnosno potcenjena, ona bi nudila veći očekivani prinos nego što SML smatra da je fer. Potcenjene akcije će iz tog razloga biti iznad SML-a – uzimajući u obzir njihove bete, njihovi prinosi su veći nego što CAPM predviđa. Precenjene akcije će se, istom logikom, nalaziti ispod SML linije.

Razlika između „fer“ i stvarnog očekivanog prinosa je upravo alfa akcije.



Grafik 8. Primer akcije sa pozitivnom alfom

Kao rezultat, investitor bi mogao početi sa tržišnim portfoliom, a zatim povećavati udeo hartija od vrednosti sa pozitivnom alfom i smanjivati udeo onih sa negativnom alfom, i time sistemski stvarao zaradu.

## 2.12 Pretpostavke modela

Da bi CAPM mogao da važi u ovom obliku, potrebno je da važe određene pretpostavke, kako bi ovo pojednostavljeno posmatranje tržišta važilo. Formalno, možemo da sumiramo sve pretpostavke koje vode do pojednostavljene verzije CAPM u sledećoj listi:

1. Postoji mnogo investitora, svaki sa malim udelom bogatstva u odnosu na bogatstvo svih investitora. Investitori uzimaju cene kao date, u smislu da njihovo trgovanje ne ostavlja efekat na cenu. Ovo je uobičajena pretpostavka *savršene konkurencije* u mikroekonomiji.
2. Svi investitori planiraju za jedan identičan period. Ovo ponašanje je miopičko (kratkovido), u smislu da ignoriše sve šta će se desiti nakon ovog perioda.
3. Investitori su ograničeni na univerzum javno dostupnih finansijskih aktiva, kao što su akcije i obveznice, kao i na aranžmane koji garantuju pozajmljivanje i davanje na zajam po nerizičnoj kamatnoj stopi. Ova pretpostavka isključuje investiciju u neutržišne aktive, kao što su edukacija (ljudski kapital), privatne kompanije i državno finansirane aktive kao što su npr. gradske kuće i internacionalni aerodromi. Pretpostavlja se da investitori mogu da pozajmljuju novac i štede u bilo kom iznosu po fiksnoj nerizičnoj kamatnoj stopi.
4. Investitori ne plaćaju porez na prihode i ne plaćaju transakcione troškove (provizije i naknade za usluge) na trgovanje hartijama od vrednosti. U stvarnosti, investitori pripadaju različitim kategorijama (sa različitim poreskim stopama), i ovo može da utiče na odluke u koje će aktive ulagati. Na primer, poreska stopa može da varira u zavisnosti od toga da li je prihod od kamate, dividende, ili kapitalne dobiti. Dodatno, trgovanje ume da bude skupo, i provizije i troškovi zavise od iznosa kojim se trguje, pa čak i odnosa sa individualnim investitorom.
5. Svi investitori su racionalni, u smislu da optimizuju odnos između očekivanog prinosa i varijanse pomoću Markowitz-ovog modela.
6. Svi investitori analiziraju hartije od vrednosti na isti način, i dele isto ekonomsko poimanje sveta. Rezultat toga je identično poimanje verovatnoća budućih mogućih novčanih tokova dostupnih hartija od vrednosti. Ovo znači da, za iste hartije od vrednosti, svi koriste iste podatke za optimizaciju Markowitz-ovim modelom. Za dati skup hartija od vrednosti i nerizičnu kamatnu stopu, svi investitori koriste iste očekivane prinose i matricu kovarijanse (kovarijanse između svake dve aktive) kako bi generisali efikasnu granicu za rizične aktive i jedinstveni optimalni rizični portfolio. Ova pretpostavka je takođe poznata pod imenom *pretpostavka homogenih očekivanja*.

Pretpostavke predstavljaju pravila funkcionisanja pojednostavljene verzije sveta na osnovu kog dolazimo do modela. Očigledno je da ove pretpostavke ignorišu mnoge kompleksne segmente stvarnog tržišta. Međutim, ove pretpostavke omogućavaju da se stekne osećaj i bolje razume priroda ekvilibrijuma na tržištima hartija od vrednosti.

## 2.13 Testiranje CAPM-a

Svaki model glasi: „Ako važe sledeće pretpostavke... onda važi...“, i ovde odmah nailazimo na prvu poteškoću pri testiranju tačnosti CAPM-a, a to je nalaženje sistema u kom zaista važe te pretpostavke. Svi modeli, da li u ekonomiji ili nauci uopšte, bazirani su na pojednostavljivanjima koja omogućavaju da se stekne bolji utisak o komplikovanoj stvarnosti, što znači da je potpuna tačnost nedostižna. Ukoliko bismo želeli da pokažemo da je CAPM u potpunosti tačan, morali bismo pokazati da su sve alfe identički jednake nuli. Ovo u teoriji i može biti dostižno, međutim, ne može se očekivati da se to dešava i na stvarnim tržištima.

Ovo su demonstrirali Grossman i Stiglitz<sup>2</sup>, koji su pokazali da se takvom ekvilibrijumu može približiti, ali ne ga nužno i dostići. Intuitivno, analiza hartija od vrednosti dovodi do toga da alfe teže ka nuli, ali, ako bi sve alfe bile zaista jednake nuli, ne bi ni postojala potreba za takvom analizom. Umesto toga, alfe su blizu nule, ali sa dovoljno prostora da takvu analizu treba nastaviti sprovoditi (i samim tim da se nagrade oni koji mogu bolje da procene).

Umesto toga, spuštamo kriterijum tako da nam je dovoljno da se (sa određenim nivoom poverenja) alfe statistički ne razlikuju značajno od nule. Svaki model se sastoji od pretpostavki, matematičkog ili logičkog manipulisanja tim pretpostavkama, i na kraju – predviđanjem. Ukoliko pretpostavimo da je matematički aparat koji koristimo tačan, ostaje testirati pretpostavke modela (*pozitivno* testiranje) i predviđanja (*normativno*).

Ukoliko je tehnika kojom iz uslova dolazimo do rezultata tačna, onda je testiranje da li su pretpostavke tačne ekvivalentno testiranju kompletnog modela. U slučaju CAPM-a, većina pretpostavki nije u potpunosti tačna. Imamo pojednostavljenu stvarnost, i iz tog razloga imamo pretpostavke koje ne važe u potpunosti. S druge strane, ako bismo napuštali pretpostavke i okretali se stvarnoj situaciji, usled kompleksnosti takav model bi bio nerešiv. Pretpostavke se biraju na takav način da učine model rešivim, a da sa druge strane predviđanja nisu previše osetljiva na „manje“ povrede tih pretpostavki. Iz razloga što su pretpostavke nerealne, i samim tim isključuju normativni test, ostaje nam samo pozitivan test.

CAPM se vrti oko dva predviđanja, a to je da je tržišni portfolio efikasan, i da SNL tačno opisuje kompromis između rizika i prinosa (ako su alfe blizu nule). S obzirom da je ova tvrdnja posledica pretpostavke da je tržišni portfolio efikasan, dovoljno je pokazati da pretpostavka važi. Glavni problem koji se javlja je što je ovaj hipotetički portfolio nemoguće konstruisati, već ga je moguće samo aproksimirati (što i radimo berzanskim indeksima). On uključuje apsolutno sve rizične aktive koje investitori mogu da kupe. Ovakav portfolio bi morao da uključuje sve obveznice, nekretnine, privatne kompanije, ali i resurse koje je teže vrednovati, kao što je ljudski kapital. Ovaj problem je poznat kao *Rolova kritika*, a to je da male greške koje nastaju korišćenjem aproksimacija umesto pravog tržišnog portfolija mogu da dovedu do većih

---

<sup>2</sup> Grossman, Sanford J. and Stiglitz, Joseph E., 1980, On the Impossibility of Informationally Efficient Markets, The American Economic Review Vol. 70, No. 3, pp. 393-408

odstupanja u odnosu između očekivanog prinosa i bete kod SML-a, čineći model nemogućim da za testiranje, takođe i dovodeći njegovu upotrebljivost u pitanje.

U takvoj situaciji, testiranje se može obaviti samo pomoću tržišnih indeksa. CAPM pada na ovim testovima, odnosno podaci odbacuju hipotezu da su alfe jednake nuli (sa razumnim nivoima značajnosti). Na primer, primećuje se da u proseku hartije sa malom betom imaju pozitivne alfe, a one sa visokom alfom negativne.

S jedne strane, CAPM nije previše daleko od istine. Veliki broj zajedničkih fondova unutar velikog broja investicionih kompanija se takmiče za investitorov novac. Ovi zajednički fondovi zapošljavaju vrhunske stručnjake, profesionalne analitičare i menadžere portfolija, i troše velike resurse sa ciljem pronalaska najboljih portfolija. Pa opet, broj fondova koji sistemski uspevaju da pobede jednostavnu taktiku pasivnog ulaganja (ulaganja u portfolio baziran na berzanskom indeksu) je izuzetno mali, što znači da je ovakav model dovoljno dobar radni model za većinu investitora.

Pad CAPM-a na testovima se može pripisati netačnim podacima, nemogućnošću uočavanja tržišnog portfolija i sličnim problemima, a da je CAPM zapravo tačan. U ovom slučaju cilj bi bio poboljšati tehniku testiranja. Međutim, ukoliko to nije situacija, onda je jednostavno potreban bolji model.



## 2.14 Zaključak CAPM-a

Možemo ukratko da sumiramo ekvilibrijum koji bi preovladao u slučaju da važi CAPM:

1. Svi investitori se odlučuju da drže portfolio rizičnih aktiva u proporciji koja prati učešće aktiva u tržišnom portfolioju ( $M$ ), i koji sadrži sve aktive. Za potrebe jednostavnosti, model uzima da se to odnosi na rizične aktive u smislu akcija. Proporcija akcija svake kompanije je jednaka tržišnoj vrednosti svih akcija te kompanije (vrednost jedne akcije pomnožen brojem akcija u opticaju) podeljeno sa ukupnom tržišnom vrednošću svih akcija na tržištu.
2. Ne samo da će tržišni portfolio biti na granici efikasnih portfolioja, već će takođe biti tangentni portfolio na optimalnu liniju alokacije kapitala svakog investitora. Kao rezultat, linija tržišta kapitala (CML), poluprava koja polazi od nerizične kamatne stope i prolazi kroz tržišni portfolio, je takođe najbolja dostupna linija alokacije kapitala. Svi investitori drže  $M$  kao njihov optimalan rizični portfolio, razlikujući se samo u tome koji udeo sopstvenog bogatstva imaju uloženi u njega, a koji u nerizičnu aktivu.
3. Riziko premija tržišnog portfolioja će biti proporcionalna riziku i averziji prema riziku reprezentativnog investitora (pod određenim uslovima, tržište sa više različitih investitora može se predstaviti kao tržište sa jednim, reprezentativnim investitorom). Važi:

$$E(r_M) - r_f = \bar{A} \sigma_M^2$$

gde je  $\sigma_M^2$  varijansa tržišnog portfolioja, a  $\bar{A}$  je prosečni stepen averzije prema riziku među svim investitorima. Pošto je  $M$  optimalni portfolio, koji je efikasno diverzifikovan što se tiče svih akcija,  $\sigma_M^2$  je sistemski rizik ovog univerzuma.

4. Premija za rizik individualne aktive će biti proporcionalna premiji za rizik tržišnog portfolioja  $M$  i beta koeficijenta hartije od vrednosti (u odnosu na tržišni portfolio). Beta govori na koji način se kreće akcija u odnosu na kretanje tržišta. Formalno, beta se definiše kao

$$\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}$$

, a premija za rizik individualne hartije od vrednosti je

$$E(r_i) - r_f = \frac{Cov(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} [E(r_M) - r_f] = \beta_i [E(r_M) - r_f].$$

5. CAPM je jednofaktorski model vrednovanja rizične aktive, pri čemu kao faktor uzima prinos tržišnog portfolioja.

## 3 Fama - French model

### 3.1 Uvod

Eugen Fama i Kenneth French objavili su u časopisu *Journal of Finance* 1996-te godine jedan od najpoznatijih i najuticajnijih radova na polju finansija u poslednjih 30 godina, pod naslovom „Multifaktorsko objašnjenje vrednovanja aktive“ (eng. „*Multifactor explanations of Asset Pricing*“), sa glavnim idejama uvedenim u ranijem radu pod imenom „Zajednički faktori rizika u prinosu akcija i obveznica“ (1993, eng. „*Common risk factors in the returns on stocks and bonds*“, takođe u časopisu *Journal of Finance*). Fokus ovih radova je određivanje faktora koji se mogu koristiti za određivanje vrednosti aktive.

Rad počinje izjavom da su primećena mnogobrojna pravila u prosečnom prinosu akcija. Iz razloga što ih CAPM ne objašnjava, one se vode kao anomalije CAPM-a. Oni smatraju da su te anomalije povezane između sebe, i nude model koji opisuje te anomalije – *Fama-French trofaktorski model*.

CAPM je standardni model očekivanog prinosa sa tržištem kao faktorom. Očekivani prinos je objašnjem betom, dok je alfa rezidual, odnosno deo koji nije objašnjem betom. Fama i French su zaključili da sama beta portfolija objašnjava oko 70% stvarnog prinosa. Međutim, ukoliko uključe kao faktore veličinu i vrednost kompanije (u smislu tržišne vrednosti u odnosu na knjigovodstvenu), kombinacija ovih faktora objašnjava 95% stvarnog prinosa. Formalno, model tvrdi da je očekivani prinos aktive  $i$  iznad nerizične kamatne stope  $E(R_i) - R_f$  (eng. *Excess return*) objašnjen osetljivošću prinosa na 3 faktora:

- MKT (*market premium*) – tržišna riziko-premija ( $E(R_i) - R_f$ ), gde je  $R_i$  prinos proizvoljnog portfolija  $i$ , i  $R_f$  nerizična kamatna stopa
- SMB (*small minus big*) – razlika prinosa akcija sa malom i velikom tržišnom kapitalizacijom
- HML (*high minus low*) – razlika prinosa akcija sa velikim i malim odnosom knjigovodstvene vrednosti prema tržišnoj vrednosti (eng. *high/low-book-to-market*)

Konkretno, za dati portfolio  $i$ , model očekivanog prinosa za portfolio  $i$  je oblika:

$$E(R_i) - R_f = b_i[E(R_i) - R_f] + s_i E(SMB) + h_i E(HML)$$

gde su  $E(R_i) - R_f$ ,  $E(SMB)$  i  $E(HML)$  očekivane premije, a  $b_i$ ,  $s_i$  i  $h_i$  su koeficijenti vremenske regresije:

$$R_i - R_f = \alpha_i + b_i(R_i - R_f) + s_i SMB + h_i HML + \varepsilon_i$$

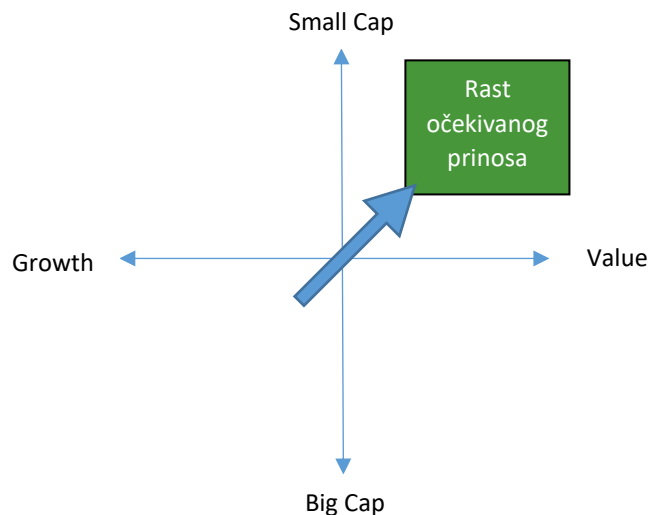
, a  $\varepsilon_i$  greška vremenske serije.

## 3.2 Faktori rizika

Detaljnije, ovaj model razlikuje tri različita faktora rizika:

1. Beta – faktor rizika nasleđen od CAPM-a, mera volatilnosti (osetljivosti) akcije u odnosu na tržište kao celinu, odnosno rizik učestvovanja u tržištu. Iako je idejno u pitanju ista beta kao kod CAPM-a, sami koeficijenti uz faktore će se razlikovati (iz razloga što u ovom modelu postoje i drugi faktori koji utiču na vrednosti svih koeficijenata).
2. Veličina (eng. „Size“) – dodatni rizik koji potiče od kompanija sa malom tržišnom kapitalizacijom. Tržišna kapitalizacija kompanije se dobija množenjem tržišne cene svih akcija te kompanije na berzi sa ukupnim brojem tih akcija. Akcije malih kompanija (eng. „small cap“) imaju tendenciju da se ponašaju značajno drugačije od akcija velikih kompanija (eng. „big cap“). Na duge staze, akcije malih kompanija daju veći prinos od akcija velikih kompanija, ali i nose veći rizik sa sobom. Na osnovu ove osobine je kreiran SMB faktor.
3. Vrednost (eng. „Value“) – vrednost držanja akcija koje naizgled nisu atraktivne ili popularne, ali imaju atraktivnu cenu. To su kompanije koje najčešće imaju niže stope prihoda, više dividende, i niže tržišne cene u odnosu na njihovu knjigovodstvenu vrednost. Dugoročno posmatrano, ovakve kompanije (eng. „value stocks“) generišu veći prinos nego kompanije sa višim cenama i višim prihodima (eng. „growth stocks“), ali, opet, uz veću dozu rizika. Na osnovu ove osobine je kreiran HML faktor.

Grafički posmatrano, ukoliko počinjemo sa beta pozicijom na tržištu, trebali bismo da vidimo rast očekivanog prinosa kako idemo ka akcijama sa visokom vrednošću i malom tržišnom kapitalizacijom:



Grafik 9. Smer rasta očekivanog prinosa

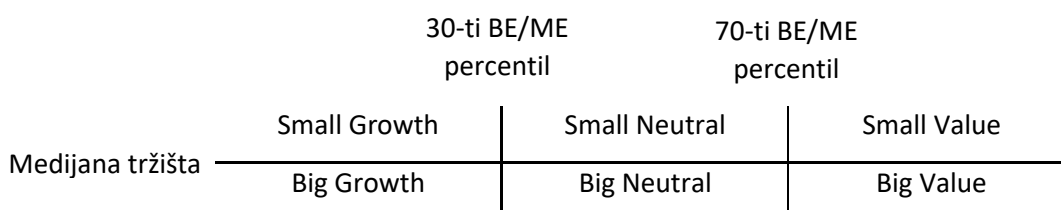
### 3.3 Testiranje modela

Postavlja se pitanje, kako ovo koristiti, kako testirati i da li ovaj model uopšte radi. Način na koji su Fama i French testirali i objasnili model je sledeći: U *Tabeli 1* svog izvornog rada, njih dvojica su razvrstali prinose (prikazane u odnosu na prinos neričine kamatne stope) akcija sa NYSE (eng. „*New York Stock Exchange*“, njuroška berza), AMEX (eng. „*American Stock Exchange*“, danas poznate pod imenom „*NYSE American*“) i NASDAQ berzi u kvintile po veličini i vrednosti. Njihov cilj je bio da ovim postupkom probaju pronaći interesantne portfolije, odnosno one sa interesantnom varijacijom riziko-premije.

Svakog juna gledali su vrednost i veličinu akcija, a sledećeg januara su formirali portfolije imajući u vidu te podatke. Stavili su sve akcije sa malom tržišnom kapitalizacijom i velikom vrednošću u jedan portfolio, i tako dalje. Podelili su univerzum aktiva u 25 grupa (5 grupa po veličini puta 5 po vrednosti). Veličina (ukupan iznos cene akcije pomnožene sa brojem akcija), odnosno tržišna kapitalizacija, je grupisana po vertikalnoj osi (povećavaju se vrednosti kako idemo od gore ka dole), a vrednost (knjigovodstvena vrednost kompanije podeljena sa tržišnom cenom) po horizontalnoj. Pod imenom „*small stocks*“ se vode one akcije koje vrede manje (u totalu), nasuprot „*big stocks*“, dok su „*value stocks*“ one sa niskom tržišnom cenom u odnosu na knjigovodstvenu, dok za „*growth stocks*“ važi obrnuto.

Na isti i način su formirali i faktore. Faktor tržišta obuhvata sve akcije (ponderisan po vrednosti). HML i SMB portfoliji su long-short portfoliji na istim dimenzijama, što znači da se na jednoj strani ulazi u dugu poziciju – odnosno kupuje, a na drugoj ulazi u kratku poziciju – odnosno prodaje. SMB uzima „*small akcije*“ i oduzima prinose „*big akcije*“, a HML uzima kombinaciju „*value*“ i oduzima „*growth*“ akcije.

Grafički, to se može predstaviti preko sledećeg diagrama:



Fama/French benčmark portfoliji su prekalkulisani kvartalno koristeći ove dve nezavisne podele. Međa između „*small*“ i „*big*“ portfolija je medijana NYSE tržišta kapitala, a za BE/ME (Growth, Neutral, i Value portfolije) su to 30-ti i 70-ti NYSE percentili.

SMB se onda može zapisati na sledeći način:

$$SMB = \frac{1}{3} (Small Value + Small Neutral + Small Growth) - \frac{1}{3} (Small Value + Small Neutral + Small Growth)$$

HML se takođe može zapisati na isti način:

$$HML = \frac{1}{2} (Small Value + Big Value) - \frac{1}{2} (Small Growth + Big Growth)$$

Na podacima iz originalnog rada možemo videti prosečan prinos i standardna odstupanja sa ovako formiranim portfolijima:

Sumarne statistike Fama-French portfolija										
	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
	Prinos					Standardne devijacije				
Small	0.31	0.70	0.82	0.95	1.08	7.67	6.74	6.14	5.85	6.14
2	0.48	0.71	0.91	0.93	1.09	7.13	6.25	5.71	5.23	5.94
3	0.44	0.68	0.75	0.86	1.05	6.52	5.53	5.11	4.79	5.48
4	0.51	0.39	0.64	0.80	1.04	5.86	5.28	4.97	4.81	5.67
Big	0.37	0.39	0.36	0.58	0.71	4.84	4.61	4.28	4.18	4.89

Tabela 1. Sumarne statistike po „Size“ i „Value“ kvintilima

Prinosi su izraženi procentualno na mesečnom nivou. Na osnovu ove tabele su pokušali da zaključe da li mogu da uoče neke pravilnosti. I, pri ovako postavljenim portfolijima, tendencija je poprilično jasna: kako idemo od veće ka manjoj tržišnoj kapitalizaciji (u tabeli gledano u smeru od dole prema gore) očekivani prinosi (prikazani u levom delu tabele) generalno rastu, i kako idemo od „low“ ka „high“ odnosa knjigovodstvene i tržišne vrednost (s leva na desno) prinosi takođe rastu.

U slučaju da je CAPM ispravan, i da je beta dovoljan faktor za vrednovanje, očekivani prinosi bi trebalo da budu podjednaki, ali oni to nisu. Postavlja se pitanje, da li možda portfoliji sa većim prinosom jednostavno imaju veću betu, odnosno da je CAPM ipak ispravan? Intuitivno se nameće da bi manje kompanije trebale da imaju veće bete. Iako ne u njihovom radu, pokazano je da veći prinosi u ovom slučaju ne potiču od većih beta<sup>3</sup>.

Glavna svrha ove tabele je da demonstrira da „small“ i „high“ akcije imaju veće očekivane prinose nego „big“ i „low“ akcije.

<sup>3</sup> Cochraine, John, 2001 Asset Pricing, pp. 438

### 3.4 Primena modela

Posmatrajući tabelu iz originalnog rada<sup>4</sup> (*Tabela 1 - Panel B*) može se videti jasnije njihovo obrazloženje varijacija koje se javljaju:

Koeficijenti Fama-French regresije										
	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
	a					t(a)				
Small	-0.45	-0.16	-0.05	0.04	0.02	-4.19	-2.04	-0.82	0.69	0.29
2	-0.07	-0.04	0.09	0.07	0.03	-0.80	-0.59	1.33	1.13	0.51
3	-0.08	0.04	0.00	0.06	0.07	-1.07	0.47	-0.06	0.88	0.89
4	0.14	-0.19	-0.06	0.02	0.06	1.74	-2.43	-0.73	0.27	0.59
Big	0.20	-0.04	-0.10	-0.08	-0.14	3.14	-0.52	-1.23	-1.07	-1.17
	b					t(b)				
Small	1.03	1.01	0.94	0.89	0.94	39.10	50.89	59.93	58.47	57.71
2	1.10	1.04	0.99	0.97	1.08	52.94	61.14	58.17	62.97	65.58
3	1.10	1.02	0.98	0.97	1.07	57.08	55.49	53.11	55.96	52.37
4	1.07	1.07	1.05	1.03	1.18	54.77	54.48	51.79	45.76	46.27
Big	0.96	1.02	0.98	0.99	1.07	60.25	47.77	47.03	53.25	37.18
	s					t(s)				
Small	1.47	1.27	1.18	1.17	1.23	39.01	44.48	52.26	53.82	52.65
2	1.01	0.97	0.88	0.73	0.90	34.10	39.94	36.19	32.92	38.17
3	0.75	0.63	0.59	0.47	0.64	27.09	24.13	22.37	18.97	22.01
4	0.36	0.30	0.29	0.22	0.41	12.87	10.64	10.17	6.82	11.26
Big	-0.16	-0.13	-0.25	-0.16	-0.03	-6.97	-5.12	-8.45	-6.21	-0.77
	h					t(h)				
Small	-0.27	0.10	0.25	0.37	0.63	-6.28	3.03	9.74	15.16	23.62
2	-0.49	0.00	0.26	0.46	0.69	-14.66	0.34	9.21	18.14	25.59
3	-0.39	0.03	0.32	0.49	0.68	-12.56	0.89	10.73	17.45	20.43
4	-0.44	0.03	0.31	0.54	0.72	-13.98	0.97	9.45	14.70	17.34
Big	-0.47	0.00	0.20	0.56	0.82	-18.23	0.18	6.04	18.71	17.57
	R <sup>2</sup>					s(e)				
Small	0.93	0.95	0.96	0.96	0.96	1.97	1.49	1.18	1.13	1.22
2	0.95	0.96	0.95	0.95	0.96	1.55	1.27	1.28	1.16	1.23
3	0.95	0.94	0.93	0.93	0.92	1.44	1.37	1.38	1.30	1.52
4	0.94	0.92	0.91	0.88	0.89	1.46	1.47	1.51	1.69	1.91
Big	0.94	0.92	0.87	0.89	0.81	1.19	1.32	1.55	1.39	2.15

Tabela 2. Vrednosti koeficijenata Fama-French regresije, i odgovarajuće t-statistike

<sup>4</sup> Fama, Eugene F. and French Kenneth R., 1996, Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies, Journal of Finance, Vol. 51

Tabela prikazuje rezultate regresije, a na njenom vrhu su prikazali i koju su regresiju koristili. Iz tabele se vidi da je prva pomisao da tamo gde su veće bete ( $b$ ) da je tamo i veći prinos – pogrešna. Iz tabele se vidi da nema prevelikih razlika u betama, i sve su oko jedinice. Međutim,  $s$ -ovi rastu kako se pomeramo ka vrhu tabele, a  $h$ -ovi se povećavaju kako se prelazi s leve na desnu stranu.

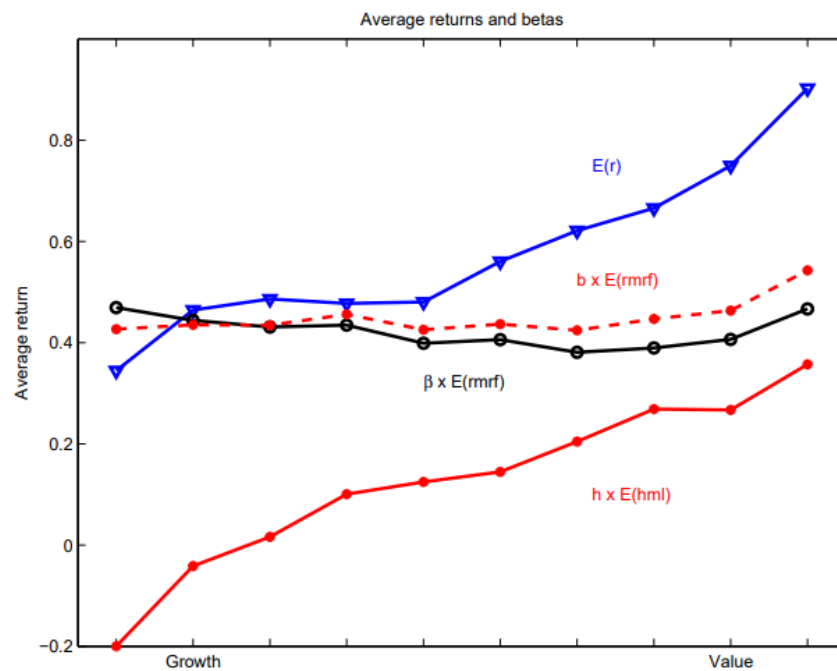
Sledeće, ukoliko bi model bio dobar, alfe (u tabeli označene sa  $a$ ) bi trebale biti približno jednake nuli. Većina i jeste, sa odstupanjem često do 0.05. Nisu sve približne nuli, ali broj objašnjenih premija je relativno velik u odnosu na one koje nisu, i ovaj rezultat Fama i French prihvataju kao takav. Sa desne strane koeficijenata su date vrednosti t-testa. Statistički posmatrano, većina ovih alfi koje su blizu nuli jeste statistički značajna. Model nije savršen, ali (bar u finansijama) niti jedan nije.

Iako su t-testovi vrlo dobri, diskutabilno je koliko su oni prava mera za ocenjivanje koliko je model dobar. T-test nam kaže da su ove vrednosti dobro izmerene, ali to nije test modela. Ovaj model treba da povezuje očekivani prinos i koeficijente, a ne nužno da testira same koeficijente.

Sledeće što smo navikli da gledamo jeste  $R^2$ . Vrednosti  $R^2$  koje se ovde javljaju su velike, u proseku skoro 0.95, a navikli smo da priželjkujemo što veće vrednosti. Ovde je potrebno obratiti pažnju da  $R^2$  objašnjava varijaciju u prinosima tokom vremena, odnosno posledica je vremenske serije. Alfa, sa druge strane, objašnjava varijaciju u prosečnim prinosima za portfolije. Ono što želimo jeste upravo objašnjavanje prosečnog prinosa, iako je takođe interesantno (ali u manjoj meri) da model objašnjava varijacije tokom vremena za pojedinačan portfolio, a ne samo prosečan prinos za sve portfolije.

Ovo je tabela čiji je fokus na same podatke i njihove implikacije, kako bi se video efekat na  $s$ -ove i  $b$ -ove, kao i kada su visoki, a kada niski, i da ilustruje ideju.

Fama i French su podatke pokazali sumarno, a ukoliko bismo želeli detaljnije odnose između prinosa i pojedinačnih beta, mogli bismo to prikazati na sledeći način (na primeru HML portfolija):



Grafik 10. Prosečan prinos i bete za Fama – French 10 B/M sortirane portfolije. Mesečni podaci 1963-2010 (Cochraïne)

Na grafiku jasno možemo da vidimo da tamo gde je očekivani prinos visok, da je tamo i  $h$  koeficijent visok.

S obzirom da imamo podatke, imamo i sve preuslove da testiramo da li je model dobar. Standardni statistički test za to da li je model dobar postoji, i to je F-test Gibbonsa, Rossa i Shankena, koji pokazuje da li su faktori adekvatni, odnosno da li su alfe zajednički jednake nuli. Ovaj test odbacuje hipotezu da model opisuje prosečni prinos datih portfolija sa nivoom značajnosti 0.004. Iako bi se na osnovu toga moglo zaključiti da model nema vrednost, cilj rada Fama i Frencha (sa podacima koje su prikazali) jeste da je model značajno bolji od prethodnih. Model se bavi objašnjenjem devijacija, i nakon njihovog modela devijacije su značajno manje, s tim da i dalje postoje. One su statistički značajne, i model nije „savršen“. Ali ono što jeste interesantno, i zašto je ovaj rad ostavio toliko snažan efekat je da (iako statistički odbačen) model objašnjava veliku većinu podataka.

Takođe, ovaj model je prikazao novi stil za empirijsko istraživanje, manje se baveći testiranjem hipoteza, a više ulaženjem u podatke i posmatranjem koji modeli funkcionišu, a koji ne.



### 3.6 Upotreba modela

Osim što novi faktori objašnjavaju anomaliju na osnovu koje su i kreirani, moć ovog modela se ogleda u tome što objašnjava i druge anomalije koje su mučile CAPM.

Na primer, postavlja se pitanje – da li je bolje kupiti akciju kompanije koja ima veliki rast prodaje tokom 5 godina, kojoj ide odlično i čija se prodaja povećava s vremenom, ili ulagati u akcije kompanije koja ima sve lošiju prodaju, i generalno joj pada vrednost?

Da bi došli do odgovora na ovo pitanje, opet su podelili sve akcije u 10 portfolija, u junu su posmatrali prodaje kompanija, i na osnovu tih podataka oformili portfolije. U sledećoj tabeli „High“ predstavlja visoku prodaju, dok „Low“ prestavlja nisku prodaju, a vrsta „Prosečna veličina“ predstavlja prosečnu veličina kompanija u portfoliju (u milionima dolara).

Sumarne statistike										
	High	2	3	4	5	6	7	8	9	Low
Prinos	0.47	0.68	0.70	0.68	0.67	0.74	0.70	0.78	0.89	1.03
St. Devijacija	6.39	5.66	5.46	5.15	5.22	5.10	5.00	5.10	5.25	6.13
t(prinos)	1.42	2.14	2.45	2.52	2.46	2.78	2.68	2.91	3.23	3.21
Prosečna veličina	937	1233	1075	1182	1265	1186	1075	884	744	434

Tabela 3. Sumarne statistike portfolija formiranih na osnovu petogodišnjih prodajnih rezultata

Fama i French dolaze do zaključka da je bolje uzeti akciju kompanije sa lošim rezultatima. Ovde se javlja ono što je poznato kao „*Good stock vs good company fallacy*“, a to je činjenica da dobra kompanija nije isto što i dobra akcija. Na primer, svi znaju da je kompanije „Google“ sjajna kompanija, i iz tog razloga je cena visoka, tako da ne postoji dovoljno prostora da se na njoj zaradi. Češće su se loše akcije vratile, nego što su dobre nastavile da rastu. Opet se može posumnjati da jednostavno ovi portfoliji imaju veće bete, međutim, ni ovde bete nisu te koje prave razliku, kao što možemo da vidimo u tabeli u nastavku:

Koeficijenti Fama-French regresije										
	High	2	3	4	5	6	7	8	9	Low
a	-0.21	-0.06	-0.03	-0.01	0.04	0.02	0.04	0.00	0.04	0.07
b	1.16	1.10	1.09	1.03	1.03	1.03	1.00	0.99	0.99	1.02
s	0.72	0.56	0.52	0.49	0.52	0.51	0.50	0.57	0.67	0.95
h	-0.09	0.09	0.21	0.20	0.24	0.33	0.33	0.36	0.47	0.50
t(a)	-2.60	-0.97	-0.49	-0.20	-0.61	-0.25	-0.66	0.07	0.47	0.60
t(b)	59.01	70.59	67.65	65.34	56.86	68.89	62.49	54.12	50.05	34.54
t(s)	25.68	25.11	22.59	21.65	20.15	32.64	21.89	21.65	23.65	22.34
t(h)	-2.88	3.55	8.05	7.98	8.07	13.63	12.80	12.13	14.78	10.32
R <sup>2</sup>	0.95	0.96	0.95	0.95	0.93	0.95	0.94	0.93	0.92	0.87

Tabela 4. Koeficijenti Fama-French modela za portfolije formirane na osnovu petogodišnjih prodajnih rezultata

Na osnovu trofaktorskog modela, može se videti da bete ne pokazuju nikakvo pravilo, što znači da CAPM ne objašnjava ovu anomaliju. S-ovi imaju blagu tendenciju pada, zatim rasta, što takođe ne prati trend s leva na desno.

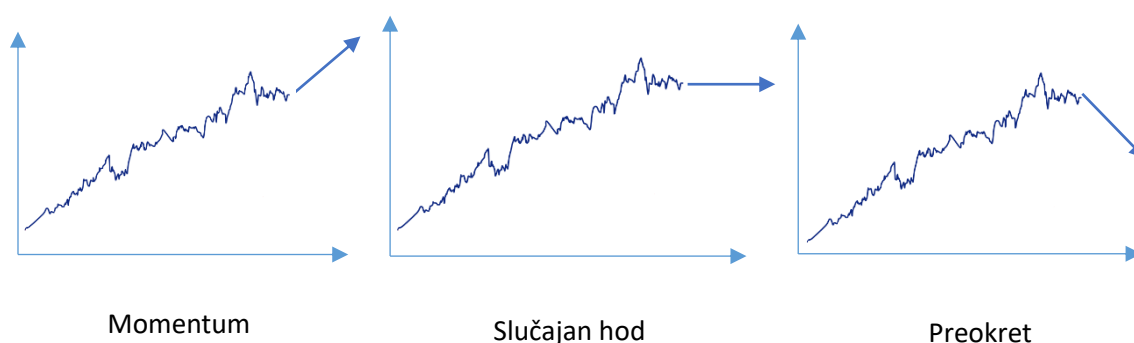
Međutim, *h*-ovi pokazuju jak obrazac. Slabi prodavci se ponašaju slično kao „*value*“ akcije. Alfe su blizu nuli sa t-testovima blizu nule, i ovaj put čak ni ne odbacujemo hipotezu da su sve jednake nuli.

Upotrebna vrednost ovog modela jeste što, posmatrajući kroz ove faktore, model je uspeo da prikaže jednu sasvim drugu anomaliju, i to anomaliju koja na prvi pogled nema veze sa veličinom i vrednošću. Ovime nismo pokazali da su kompanije koje beleže loše prodaje zapravo „*value*“ kompanije. Umesto toga, pokazali smo da se one kompanije koje beleže loše prodaje ponašaju tako. Dakle, taktika da se kupuju ove akcije ne daje nikakvu prednost u odnosu na to da smo samo kupili HML (direktno kupovali „*value*“ akcije).

Anomalija nije objašnjena uopšteno, već je objašnjena za dati  $E(HML)$ . Ako HML premija nema ekonomskog smisla, nema ni premija na malu prodaju. Ono što je značajno je da ovo nije nova dimenzija rizika, već samo drugačije upakovan već prepoznat rizik. Trofaktorski model uvodi red i tvrdi da, iako izostaje egzaktno objašnjenje samih SMB i HML faktora, faktor prodaje je samo drugi način beleženja faktora HML.

### 3.7 Momentum i Preokret

Preko ovog modela, Fama i French su objasnili mnoge anomalije. Jedan od problema koji se takođe javlja jeste da li akcije pokazuju momentum, tendenciju ka preokretu (eng. „reversal“) ili akcije uvek prate slučajan hod? Drugim rečima, ako formiramo portfolio akcija koje su rasle u prethodnom periodu, da li će portfolio nastaviti da raste, da li će doći do preokreta, ili sledeći korak pratiti slučajan hod? Naravno, ovde se govori o očekivanju, a uvek postoji ogromna varijansa u realizovanom.



Grafik 11. Prikaz momentuma, slučajnog hoda i preokreta

Fama i French su pokušali da odgovore i na ovo pitanje. Međutim, nisu došli do tako jednostavnog odgovora, već odgovor zavisi od vremenskog horizonta koji se posmatra.

Njihovi rezultati (izvorni rad, *Tabela 6*) izgledaju ovako:

		Sumarne statistike									
Period	Br. meseci	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6307-9312	12-2	0.00	0.46	0.61	0.55	0.72	0.68	0.85	0.90	1.08	1.31
6307-9312	24-2	0.36	0.60	0.59	0.66	0.71	0.81	0.73	0.80	0.93	1.05
6307-9312	36-2	0.46	0.60	0.77	0.69	0.73	0.81	0.69	0.78	0.84	0.97
6307-9312	48-2	0.66	0.70	0.77	0.74	0.71	0.71	0.72	0.71	0.72	0.89
6307-9312	60-2	0.86	0.76	0.73	0.75	0.70	0.71	0.74	0.70	0.66	0.73
6307-9312	60-13	1.16	0.81	0.77	0.76	0.74	0.72	0.72	0.73	0.54	0.42
3101-6306	12-2	1.49	1.52	1.32	1.49	1.39	1.45	1.45	1.55	1.58	1.87
3101-6306	24-2	2.24	1.60	1.57	1.70	1.41	1.31	1.32	1.24	1.26	1.46
3101-6306	36-2	2.31	1.74	1.65	1.46	1.40	1.40	1.32	1.23	1.27	1.36
3101-6306	48-2	2.34	1.81	1.62	1.60	1.37	1.30	1.33	1.22	1.24	1.26
3101-6306	60-2	2.49	1.78	1.74	1.50	1.39	1.33	1.27	1.18	1.28	1.14
3101-6306	60-13	2.62	1.85	1.63	1.61	1.43	1.24	1.34	1.28	1.08	1.01

Tabela 5. Sumarne statistike portfolija formiranih na osnovu istorijskih performansi

Portfoliji su formirani na osnovu različitih perioda. Ono šta su otkrili jeste da se za periode manje od godinu dana može primetiti momentum. Za period od jedne do pet godina vidimo tendenciju ka preokretu.

To su pokazali istim stilom – formirali su 10 portfolija, i posmatrali njihov prosečan prinos. Portfoliji koji su pokazali konstantan rast u prethodnom periodu od 2 do 12 meseci (vrsta 12-2) pokazuju da oni koji su padali u prošlosti padaju i dalje, a oni koji su rasli u prošlosti nastavljaju da rastu, i to sa značajnom razlikom.

Dugoročnije gledano, za portfolije oformljene na osnovu performansi u prethodnom periodu između 13 i 60 meseci (vrsta 60-13), jasno se vidi tendencija ka preokretu. Dakle, za dva različita vremenska horizonta, očekivani prinosi se kreću u suprotnim smerovima. Iz tog razloga, treba naći i bete koje idu u suprotnim smerovima za iste vremenske horizonte.

Portfoliji formirani u prethodnom periodu između 13 i 60 meseci										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	-0.18	-0.16	-0.13	-0.07	0.00	0.02	0.06	0.10	-0.07	-0.12
b	1.13	1.09	1.07	1.04	0.99	1.00	1.00	1.01	1.06	1.15
s	1.50	0.89	0.67	0.59	0.47	0.38	0.35	0.40	0.45	0.50
h	0.87	0.54	0.50	0.42	0.34	0.29	0.23	0.13	0.00	-0.26

Tabela 6. Koeficijenti Fama-French modela za t-60 do t-13

Posmatrano između 16 i 30 meseci, alfe, *b*, i *s* opet ne pokazuju nikakvo pravilo, međutim *h* pokazuje. Gubitnici (u tabeli na levoj strani) imaju velike *h* koeficijente. Ovo se čini kao da bi moglo objasniti ovu anomaliju, no ostaje pogledati šta se događa u drugim periodima.

Portfoliji formirani u prethodnom periodu između 2 i 12 meseci										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	-1.15	-0.39	-0.21	-0.22	-0.04	-0.05	0.12	0.21	0.33	0.59
b	1.14	1.06	1.04	1.02	1.02	1.02	1.04	1.03	1.10	1.13
s	1.35	0.77	0.66	0.59	0.53	0.48	0.47	0.45	0.51	0.68
h	0.54	0.35	0.35	0.33	0.32	0.30	0.29	0.23	0.23	0.04

Tabela 7. Koeficijenti Fama-French modela za t-12 do t-2

Posmatrano za prethodni period od 2 do 12 meseci, koeficijenti *b* i *s* ne pokazuju nikakvo pravilo, ali *h* prikazuje jak rast s desna na levo, što je u pogrešnom smeru od onoga kojem se nadamo. Sada gubitnici imaju velik *h*, a pobednici minimalan. Ne samo što model ne objašnjava ovu anomaliju, već je kontradiktoran. Alfe su dodatno veće od očekivanog prinosa, tako da je, u ovom slučaju, model potpuno neupotrebljiv.

Dakle, Fama i French model pada na momentumu, kao i što je i CAPM pao na objašnjavanju efekta veličine i vrednosti (na potpuno isti način).

Oni su se nadali da će momentum nestati, ali nije. Kao rešenje uveden je kao faktor UMD („*winner minus loser*“) portfolio, i on uspeva da objasni ovu anomaliju. Danas se rutinski koristi četvorofaktorski model sa faktorima RMRF ( $E(R_M) - R_f$ ), HML, SMB i UMD.

To ne znači nužno da smo objasnili stvari, pošto i dalje ne razumemo odakle momentum potiče. Međutim, ukoliko postoje devijacije koje se mogu objasniti ovim modelom, onda prestajemo da se bavimo tom zagonetkom, i vraćamo se na zagonetku trenutnog modela, bez da moramo da uvedemo novi faktor rizika.

### 3.8 Zaključak Fama French trofaktorskog modela

Fama i French su svojim radom uneli revoluciju u svet finansija. U momentu objave rada, bilo je opšteprihvaćeno da je očekivan prinos linearno povezan sa tržištem. Beta koja je proizilazila iz tog modela je bila jednostavna za korišćenje, mogla se objasniti, i imala je smisla. Međutim, model je pokazivao mnoge anomalije, i bilo je jasno da model ne obuhvata sve dimenzije rizika. Tada je revolucionarni stil Fama i French-a, gde su oni zašli duboko u podatke, i tražili konkretne veze na osnovu intuicije i isprobavanja, donelo sjajne rezultate pomoću uvođenja dva nova faktora. Model sa ovim dodatnim faktorima je uspeo puno bolje da opiše očekivani prinos, i objasni neke od anomalija koje su mučile CAPM. Iako model ne prolazi sve statističke testove, njegova moć je u njegovoj primeni. Osim za objašnjenje anomalija, njegova primena se takođe ogleda u tome što se može koristiti kao alat za merenje performansi menadžera portfolija. Za mnoge visoke alfe kojima su se menadžeri nekada mogli hvaliti, sada je jasno da potiču od premija na SMB i HML portfolije. Danas se u praksi najčešće koristi četvorofaktorski model, sa faktorom momentuma (UMD) kao četvrtim faktorom.

Međutim, iako model zaista ilustruje ideje Fama i Frencha, objašnjenje zašto ove premije uopšte postoje nije u potpunosti jasno. Njih dvojica su željni preciznijeg objašnjenja, i ostavljaju otvoreno pitanje da li je njihov model ispunio očekivanja. Oni su možda samo „slučajno“ pronašli tri portfolija koji su bliži stvarnom trofaktorskom modelu (i njegovoj granici efikasnih portfolija). Ipak, oni se nadaju da su njihova dva nova portfolija ti koji uspešno imitiraju („*mimicking portfolio*“) konkretne rizike. Kao primer, daju rizik vezan za ljudski kapital, u obliku motivacije investitora da se osigura od gubitka posla.

U svom predlogu, oni pretpostavljaju investitora koji radi u „*value*“ kompaniji (kompanija sa niskim odnosom tržišne i knjigovodstvene vrednosti). Takve kompanije su već pokazale svoju sposobnost da generišu profit, i od njih se ne očekuje spektakularan skok u vrednosti. U takvim velikim i uređenim sistemima (oni smatraju) ako kompanija postiže dobre rezultate, to će dovesti do relativno malog broja novih zaposlenih. Sa druge strane, ukoliko kompanija postiže loše rezultate, može doći do smanjivanja manje profitabilnih segmenata unutar kompanije, zatvaranja fabrika, ili generalno smanjivanja broja zaposlenih, a samim tim i mogućnost otkaza za samog investitora/zaposlenog. Gubitak koji se može javiti u slučaju da stvari krenu nepovoljno je daleko veći nego dobitak koji investitor može izvući. Iz tog razloga, zaposleni u „*value*“ kompanijama će izbegavati imati akcije takvih kompanija, i ostavljati prostora za postojanje premije HML. Oni ovu priču izlažu kao predlog mogućeg objašnjenja da HML nije neki slučajan portfolio, već manifestacija stvarnog rizika<sup>5</sup>.

Svejedno, i dalje nije potpuno jasno objašnjenje iza faktora, ali je bitno da je dimenzija rizika prepoznata. Ne postoji mnogo premija za rizik, nego samo tri, ali mogu da se manifestuju na različite načine. Nije potrebno objašnjavati ponašanje 25 portfolija, nego samo HML i SMB, a sve ostalo sledi iz njih.

---

<sup>5</sup> Pin-Huang Choua, Kuan-Cheng Ko, Shinn-Juh Lin, 2010, Do relative leverage and relative distress really explain size and book-to-market anomalies? Journal of Financial Markets Vol. 13, Issue 1, pp. 77-100

Iz sličnih razloga, Fama i French nisu oduševljeni UMD faktorom. Statistički posmatrano, uključivanje faktora momentuma daje bolje rezultate, i četvorofaktorski model nema problema da objasni anomaliju koja muči trofaktorski. Međutim, izuzetno je teško dati ekonomsko i logičko objašnjenje zašto bi investitori trebali očekivati da akcije koje su rasle ove godine to rade i sledeće, ali da će za 5 godina raditi upravo suprotno<sup>6</sup>. Postoji prostora za poboljšanje modela, ali ne po svaku cenu.

---

<sup>6</sup> Carhart, M. M., 1997, On Persistence in Mutual Fund Performance, *The Journal of Finance*. 52, pp. 57–82.

## 4 Kreditni rizik u Fama-French trofaktorskom modelu

### 4.1 Kreditni rejtinzi

U nastavku rada pokušaću da odredim da li dodatni faktor, kreiran na osnovu izloženosti kompanija kreditnom riziku može da doprinese opisu očekivanih prinosa. Kao meru izloženosti prema kreditnom riziku ću koristiti kreditni rejting kompanija sa tržišta akcija Sjedinjenih Američkih Država.

Kreditni rejting kompanije je procena kreditnog rizika konkretnog dužnika (individue, kompanije, ili države), i predstavlja ocenu sposobnosti dužnika da vrati dug. Takođe, implicitno predstavlja i sklonost dužnika ka prelasku u status neizmirenja obaveza. Kreditni rejting dodeljuju agencije za kreditni rejting, i one koriste različite kriterijume i merila, utemeljene što na osnovu informacija koje pruža dužnik, što na osnovu javnih i privatnih informacija do kojih dolaze analitičari u ovim agencijama. Kreditni rejting uključuje kako kriterijume utemeljene na kreditnoj istoriji neke osobe ili entiteta (tzv. kreditni skor), tako i apstraktne kriterijume koji mogu biti (npr.) reputacija ili životne navike pojedinca, odnosno politička nestabilnost kada su u pitanju države.

Rejting izražava verovatnoću da će kompanija (koja se rejtinguje) preći u status neizmirenja obaveza, a, u zavisnosti od vremenskog horizonta koji se posmatra, razlikujemo kratkoročne rejtinge (kao verovatnoća prelaska u status neizmirenja obaveza u sledećih godinu dana) i dugoročne rejtinge (preko godinu dana). Rejting može da se odnosi na finansijske instrumente kompanije (npr. obveznicu kompanije), kao i same korporacije. Najčešće nose oznaku slova A, B ili C, sa dodatnim oznakama i redosledom velikih i malih slova za detaljnije podele. Više ocene znače manju verovatnoću prelaska u status neizmirenja obaveza.

Na svetskom nivou, najpoznatije agencije za kreditni rejting su tzv. „Velike tri“ - Standard & Poor's, Moody's i Fitch Ratings.



## 4.2 Kreditni rejtinzi agencije Moody's

Za potrebe ovog rada koristiću kreditne rejtinge agencije Moody's, i to one koji se odnose na sposobnost kompanije da dugoročno izmiruje svoje obaveze. Kratkoročni rejtinzi se najčešće mogu direktno mapirati na dugoročne, sa mogućim većim odstupanjima najčešće samo na ekstremnim stranama spektra.

Moody's Investors Service, kako joj je puno ime, je jedna od tri najveće agencije za dodeljivanje rejtinga na svetu (koje zajedno pokrivaju 95% ukupnih dodeljenih kreditnih rejtinga). Osim osnovnog zadatka da obezbeđuju rejtinge, agencija Moody's takođe objavljuje i mišljenja o tržištima, različita istraživanja i komentare, i njihovim procenama se vode hiljade korisnika i institucija širom sveta. Njihovi rejtinzi pokrivaju više od:

- 100 suverenih nacija
- 12.000 kompanija
- 29.000 korisnika javnih finansija
- 96.000 strukturisanih finansijskih obaveza

Kao nezavisno telo, njihove analize bi trebalo da pomažu investitorima da ocene kreditne rizike različitih instrumenata i lica na objektivan način. Metodologije koje koriste za donošenje rejtinga variraju između industrija, a detaljniji opisi za svaku od pojedinačnih industrija (kao i sfera koje pokrivaju njihovi rejtinzi) se mogu pronaći na njihovom sajtu<sup>7</sup>.

Njihov sistem naziva rejtinga sadrži velika i mala slova, i brojeve od 1 do 3, koji predstavljaju dodatnu poddelu unutar svakog rejtinga (gde je 1 najbolji rejting, a 3 najlošiji unutar grupe). Grupe rejtinga su sledeće:

- Aaa – procenjuje se da su najvišeg kvaliteta, sa minimalnim rizikom
- Aa – procenjuje se da su visokog kvaliteta i sa vrlo malim kreditnim rizikom
- A – procenjuje se da su višeg srednjeg kvaliteta, i poseduju manji kreditni rizik
- Baa – procenjuje se da su srednjeg kvaliteta, sa mogućim spekulativnim karakteristikama
- Ba – sadrže spekulativne elemente, i podležu značajnom kreditnom riziku
- B – smatraju se spekulativne, i podležu visokom kreditnom riziku
- Caa – procenjuje se da su lošeg kvaliteta, i podložne su visokom kreditnom riziku
- Ca – visoko spekulativne, i verovatno su u, ili blizu, stanju neizmirenja obaveza, sa eventualnom mogućnošću povrata uložene glavnice i kamate
- C – najniža klasa, u stanju neizmirenja obaveza, sa malim šansama za povratom novca uloženog u njih

---

<sup>7</sup> <https://www.moody.com/>

Dakle, puna oznaka rejtinga (sa potpodelom po brojevima) može da se vidi u sledećoj tabeli:

	Dugoročni rejting	Opis rejtinga
Investiciona ocena	Aaa	Prvoklasni
	Aa1	Visoka ocena
	Aa2	
	Aa3	
	A1	Gornja srednja ocena
	A2	
	A3	
	Baa1	Donja srednja ocena
	Baa2	
Baa3		
Neinvesticiona ocena	Ba1	Neinvesticiona ocena, spekulativno
	Ba2	
	Ba3	
	B1	Visoko spekulativno
	B2	
	B3	
	Caa1	Značajno rizično
	Caa2	
	Caa3	
	Ca	Ekstremno spekulativno / status neizmirenja obaveza neminovan
C	U statusu neizmirenja obaveza	

Tabela 8. Opisi rejtinga

Agencije generalno ne prave jednoznačna mapiranja verovatnoće prelaska u stanje neizmirenja obaveza i svakog od pojedinačnih rejtinga, već preferiraju deskriptivne opise. Ipak, studija koju su sprovedli Kantor i Hamilton<sup>8</sup> daje ocene stvarnog prelaska u status neizmirenja za glavne grupe Moody's rejtinga. Razlikuju dve vrste prelaska u stanje neizmirenja obaveza, a to su:

- Kada su kompanije tokom perioda posmatranja prešle u stanje neizmirenja obaveza
- Kada kompanije prelaze iz javnog finansiranja duga u privatno finansiranje (samim tim se prestaje pratiti njihov rejting), a primećeno je da su kasnije prešle u stanje neizmirenja obaveza, ili dolazi do njihovog potpunog gašenja dugova.

<sup>8</sup> Cantor, R., Hamilton, D.T., Kim, F., and Ou, S., 2006, Measuring Corporate Default, November Report, pp. 14

Oni prenose i podatke sa samo prvom grupom kompanija, ali daju i aproksimaciju verovatnoća za prvu i drugu grupu zajedno. U sledećoj tabeli se mogu videti verovatnoće prelaska u stanje neizmirenja obaveza tokom perioda od 5 godina (date u procentima), posmatrano za obe grupe:

Rejting	Verovatnoća prelaska u status neizmirenja obaveza
Aaa	0.11
Aa	0.19
A	0.51
Baa	2.06
Ba	10.57
B	29.06
Caa-C	56.52

Tabela 9. Verovatnoće prelaska u status neizmirenja obaveza po rejtinzima

Druga studija, koju je sproveo Edvard Altman<sup>9</sup> dovodi u vezu rejting i dodatni prinos obveznice kompanije u odnosu na „nerizičnu“ kamatnu stopu (eng. "*spread*"). Posmatrajući period 1973–1989, došao je do sledećih podataka:

Rejting	Dodatni prinos (u procentnim poenima)
Aaa	43
Aa	73
A	99
Baa	166
Ba	299
B	404
Caa-C	724

Tabela 10. Dodatni očekivani prinos po rejtinzima

To znači da, dok je obveznica koju je izdala kompanija sa rejtingom „Aaa“ nudila prinos od 43 procentna poena više nego državne obveznice Sjedinjenih Američkih Država, obveznica kompanije koja je bila blizu stanja (ili u) neizmirenja obaveza je nudila 724.

<sup>9</sup> Altman, Edward, 1989, "Measuring Corporate Bond Mortality and Performance" Journal of Finance, pp. 909–922

## 4.3 Podaci

U nastavku ću opisati podatke na osnovu kojih sam formirao portfolije i pratio njihove performanse, kao i metodologiju koju sam koristio kako bih proverio da li faktor kreiran na osnovu izloženosti kompanija kreditnom riziku može da doprinese opisu očekivanih prinosa.

U stilu Fame i Frencha, kreirao sam portfolije sredinom godine, a zatim posmatrao njihove performanse tokom sledeće godine. Analizu sam sproveo na istorijskim podacima, pri čemu sam portfolije na osnovu kreditnog rejtinga formirao na osnovu podataka na dan 1.7.2015-te, a zatim posmatrao prinose tokom 2016-te godine. Zbog dostupnosti podataka, analizu sam radio na tržištu akcija Sjedinjenih Američkih Država. Obrada podataka je rađena u Microsoft Excel-u i programskom jeziku R.

Jedan od neverovatnih aspekata rada Fame i Frencha je i obim podataka koji su uzeli u obzir. Njih dvojica su svoju analizu sprovedi na svim aktivama sa NYSE (njujorške berze), AMEX i NASDAQ-a, što je samo po sebi ogroman posao. Za razliku od njih, moja pokrivenost tržišta će biti značajno manja, i moj uzorak će biti baziran na kompanijama koje ulaze u sastav S&P 500 berzanskog iznosa. Istorijski podaci o strukturi indeksa iz 2015-te godine su skinuti sa internet stranice Wharton Research Data Services<sup>10</sup>, na osnovu „Compustat“ baze podataka. Ova baza sadrži finansijske, statističke i tržišne informacije o kompanijama širom sveta, i održava je kompanija „S&P Global Market Intelligence“, kćerka-firma kompanije „S&P Global“. Po definiciji, ovaj indeks obuhvata 500 najvećih kompanija sa NYSE i NASDAQ berzi, ali najčešće je u njemu približno 500 kompanija, ne i tačno. Na dan 1.7.2015-te godine, indeks je brojio 505 kompanija.

Sledeći korak se sačinjavao od provere kreditnog rejtinga za svaku kompaniju iz uzorka na taj dan. Korišćeni su kreditni rejtinzi kompanije „Moody’s Investors Service“ koji se odnose na sposobnost kompanije da dugoročno izmiruje obaveze (pri tome se misli na period više od jedne godine). Ovi podaci su javno dostupni nakon što se napravi nalog na njihovoj internet stranici<sup>11</sup>. Od pomenutih 505 kompanija, 399 je imalo važeći rejting na dan preseka, a one koje nemaju rejting su isključene iz daljeg posmatranja. Broj kompanija po svakom od rejtinga se može videti u sledećoj tabeli:

---

<sup>10</sup> <https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/index.cfm>

<sup>11</sup> <https://www.moodys.com/>

Dugoročni rejting	Opis rejtinga	Broj kompanija
Aaa	Prvoklasni	3
Aa1	Visoka ocena	3
Aa2		3
Aa3		9
A1	Gornja srednja ocena	21
A2		46
A3		50
Baa1	Donja srednja ocena	71
Baa2		73
Baa3		53
Ba1	Neinvesticiona ocena, spekulativno	30
Ba2		15
Ba3		16
B1	Visoko spekulativno	3
B2		1
B3		0
Caa1	Značajno rizično	1
Caa2		1
Caa3		0
Ca	Ekstremno spekulativno / status neizmirenja obaveza neminovan	0
C	U statusu neizmirenja obaveza	0

Tabela 11. Pregled broja kompanija iz uzorka po rejtinzima

Ovde se može primetiti pristrasnost uzorka, pošto 197 od 399 kompanija ima rejting u klasi „donje srednje ocene“, a gotovo da nema značajno rizičnih rejtinga. Iako su procene da ovaj indeks pokriva otprilike 80% ukupne tržišne kapitalizacije na tržištu SAD-a<sup>12</sup>, ovo je ipak razumljivo imajući u vidu da su kompanije koje ulaze u 500 najvećih tu sa razlogom.

Informacije o prinosima kompanija tokom 2016-te godine sam preuzeo sa internet stranice <http://finance.jasonstrimpel.com/bulk-stock-download/>. Koristio sam prilagođenu cenu na zatvaranju (eng. „adjusted closing price“), što je poslednja vrednost akcije pre prestanka trgovanja na berzi tog dana, ali korigovana tako da uključuje sve raspodele i korporativne akcije (kao što su usitnjavanje/ukrupljavanje akcija, dividende, distribucije i ponude prava). Prinos sam posmatrao na nedeljnom nivou.

<sup>12</sup> <https://eu.spindices.com/indices/equity/sp-500>

Za nerizičnu kamatnu stopu sam uzeo trezorski zapis Sjedinjenih Američkih Država koristeći bazu podataka „The Center for Research in Security Prices“<sup>13</sup>. Ovo i ima najviše smisla, pošto je u pitanju trezorski zapis koji je u istoj valuti kao i akcije kompanija, tako da nema rizika nastalog usled kursne razlike. Nedeljni prinosi trezorskog zapisa su izračunati tako da tokom četiri nedelje daju prinos mesečnih trezorskih zapisa koje je izračunala kompanija „Ibbotson and Associates Inc.“.

Prinosi tržišnog, SMB i HML portfolija su preuzeti sa internet stranice Keneta Frencha<sup>14</sup>. Novi SMB i HML portfoliji bi se mogli konstruisati tako da budu bazirani samo na kompanijama iz uzorka, ali bi onda samo bili aproksimacije već izračunatih, „pravih“ SMB i HML portfolija. Iz tog razloga, preuzeo sam gotove prinose ovih portfolija, a veću pažnju pridajem koeficijentima koji idu uz faktore.

---

<sup>13</sup> <http://www.crsp.com/>

<sup>14</sup> [http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data\\_library.html#Research](http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html#Research)

#### 4.4 Kreiranje portfolija i rezultati

Kompanije grupisane po rejtinzima su raspoređene u devet portfolija po sledećem mapiranju:

Dugoročni rejting	Broj kompanija	Portfolio
Aaa	3	P1
Aa1	3	P1
Aa2	3	P1
Aa3	9	P1
A1	21	P2
A2	46	P3
A3	50	P4
Baa1	71	P5
Baa2	73	P6
Baa3	53	P7
Ba1	30	P8
Ba2	15	P9
Ba3	16	P9
B1	3	P9
B2	1	P9
B3	0	P9
Caa1	1	P9
Caa2	1	P9
Caa3	0	P9
Ca	0	P9
C	0	P9

Tabela 12. Mapiranje grupisanja portfolija

Kompanije su podeljene u devet portfolija, kako bi svaki portfolio sadržavao što približniji broj kompanija (koliko je to moguće). Kompanija sa varijacijama srednje ocene ima dovoljno, međutim, kako se približavamo ekstremima, tako i broj kompanija sa jako visokim ili jako niskim rejtinzima opada, te je potrebno njihovo grupisanje. Iako bih preferirao da je podela izvršena u deset portfolija (simulirajući decile), grupisanje izvedeno na druge načine bi samo uvećalo razliku između grupa.

Portfoliji grupisani na ovaj način daju sledeće sumarne statistike:

	Broj kompanija	Brojčani udeo	Prosečan prinos	Standardna devijacija
P1	18	5%	0,37%	1,36%
P2	21	5%	0,38%	1,82%
P3	46	12%	0,44%	1,92%
P4	50	13%	0,49%	1,90%
P5	71	18%	0,43%	1,78%
P6	73	18%	0,38%	2,01%
P7	53	13%	0,34%	2,11%
P8	30	8%	0,42%	2,55%
P9	37	9%	0,58%	2,82%

Tabela 13. Sumarne statistike novokreiranih portfolija

Na podacima se može uočiti tendencija rasta u prosečnim prinosima kako rejting pada, što je i očekivano. Značajnije jaču tendenciju ima rast standardne devijacije, i jasno je da ovako konstruisani portfoliji u sebi sadrže određenu dimenziju rizika.

Prvi kandidat za objašnjenje je CAPM, odnosno vremenska regresija:

$$R_i - R_f = \alpha_i + b_i(Mkt_i - R_f) + \varepsilon_i$$

gde je  $R_f$  nerizična kamatna stopa,  $(Mkt - R_f)$  faktor tržišta i njemu odgovarajući koeficijent  $b_i$ , dok su  $R_i$  prinos portfolija,  $\alpha_i$  njemu odgovarajuća alfa i greška  $\varepsilon_i$ .

Model daje sledeće rezultate:

CAPM								
	Mkt-Rf	alpha	standardna devijacija		t-test		R <sup>2</sup>	adj R <sup>2</sup>
P1	0,7185	0,0016	0,0582	0,0010	12,3513	1,6554	0,7532	0,7482
P2	1,0660	0,0007	0,0452	0,0007	23,5745	0,9887	0,9175	0,9158
P3	1,1219	0,0012	0,0486	0,0008	23,0631	1,4405	0,9141	0,9124
P4	1,1088	0,0017	0,0500	0,0008	22,1623	2,0711	0,9076	0,9058
P5	1,0491	0,0013	0,0419	0,0007	25,0333	1,9379	0,9261	0,9246
P6	1,1583	0,0005	0,0570	0,0009	20,3276	0,5687	0,8921	0,8899
P7	1,2510	-0,0001	0,0451	0,0007	27,7283	-0,1748	0,9389	0,9377
P8	1,4056	0,0002	0,0949	0,0016	14,8118	0,1137	0,8144	0,8107
P9	1,5257	0,0014	0,1140	0,0019	13,3848	0,7567	0,7818	0,7774

Tabela 14. Rezultati CAPM za formirane portfolije

U prvoj koloni sa podacima nalaze se odgovarajući koeficijenti uz tržišni portfolio, i u drugoj su njima odgovarajuće alfe. U desnoj strani slede standardne devijacije i t-testovi (prikazani redosledom koji prati redosled koeficijenata). Koeficijenti modela koji idu uz tržišni portfolio pokazuju solidan rast, pri čemu najkvalitetniji portfolio ima negativnu tržišnu betu.



Ova pojava bi se mogla okarakterisati kao „*flight to quality*“, a to je da, kada tržište pada, investitori polažu nade u kompanije sa najvišim kreditnim rejtingom, dok, kada tržište raste, skloniji su spekulativnijim ulaganjima.

Standardni statistički test za proveru efikasnosti portfolija je test Gibbons, Ross i Shanken-a<sup>15</sup> (GRS test), koji predstavlja svojevrsnu verziju F-testa. Nulta hipoteza je da su alfe, posmatrane zajedno, jednake nuli. Test statistika GRS testa se izračunava pomoću formule

$$f_{GRS} = \left( \frac{\tau - n - k}{n} \right) \frac{\alpha' \Sigma^{-1} \alpha}{1 + \mu_f' \Sigma_f^{-1} \mu_f}$$

gde  $\tau$  predstavlja broj perioda u podacima (u konkretnim podacima to je broj nedelja),  $\Sigma_f$  je matrica kovarijanse  $k$  faktora rizika (njene dimenzije su  $k \times k$ ),  $\Sigma$  je matrica kovarijanse  $n$  reziduala (od  $n$  opservacija, dimenzije  $n \times n$ ),  $\alpha$  je vektor odgovarajućih alfi (dimenzije  $n \times 1$ ), a  $\mu_f$  je vektor očekivanja faktora (dimenzije  $k \times 1$ ).

Pri pretpostavki da greške prate normalnu distribuciju, statistika  $f_{GRS}$  prati  $F$  distribuciju:

$$f_{GRS} \sim F(n, \tau - n - k)$$

Zanimljivo je da p-vrednost koja se dobija prilikom ovog testa<sup>16</sup> iznosi 0.23, i nije moguće odbaciti nultu hipotezu da su ovako konstruisani portfoliji efikasni sa standardnim pragom značajnosti od 0.05. Vrednosti  $R^2$  su relativno visoke, i čini se da CAPM uspeva da objasni ove prinose (što ni Fama i French nisu dobili kao rezultat).

Sa druge strane, ukoliko pravimo uzorak na osnovu kompanija iz indeksa, čija je beta po definiciji jednaka jedinici, tautološki bi trebalo da (ako već portfoliji sadržavaju približan broj kompanija) prosek beti bude oko jedinice. Međutim, skoro sve bete su veće od jedinice, i skoro sve alfe su pozitivne, što znači da postoji dimenzija rizika koju CAPM ne obuhvata. Ova devijacija se može pripisati kompanijama koje na dan preseka nisu imale validan kreditni rejting (106 od njih 505), te stoga nisu ušle u regresiju. Ipak, ovo teško da je razlog, s obzirom da ne postoji konzistentan razlog zašto kompanija u tom momentu nije imala rejting, i one bi trebalo da su potpuno nasumične.

Vredna provere je i hipoteza da su tržišni portfolio i prinosi međusobno nezavisni, a na to pitanje nam odgovor daje Spearmanov test. Test statistika za Spearmanov test se računa preko sledeće formule:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

<sup>15</sup> Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross, Jay Shanken (1989), A test of the efficiency of a given portfolio, *Econometrics*, Vol. 57, No. 5

<sup>16</sup> Test rađen pomoću „GRS.test“ paketa u programskom jeziku R.

Prilikom izrade testa na konkretnim podacima,  $n$  je broj opservacija (devet portfolija), a  $d_i$  je razlika između dva ranga svake opservacije (na primer, ukoliko portfolio sa drugom najvećom betom ima treći najveći prinos u uzorku, ova vrednost predstavlja razliku između ta dva ranga, dakle dobija vrednost jedan). Za kritične vrednosti (za traženi prag značajnosti i odgovarajući broj opservacija) se konsultuje tabela kritičnih vrednosti Spearmanovog testa<sup>17</sup>.

Spearman-ov koeficijent korelacije je jednak 0.28, i ne odbacuje se nulta hipoteza da su tržišni portfolio i prinosi nezavisni sa pragom značajnosti 0.05 (manje je od kritične vrednosti 0.786 za odgovarajuće stepene slobode).

Da li Fama-French model daje bolje rezultate dobijamo testirajući regresiju:

$$R_i - R_f = \alpha_i + b_i(Mkt_i - R_f) + s_iSMB + h_iHML + \varepsilon_i$$

pri čemu su  $SMB$  i  $HML$  dodatni Fama-French faktori bazirani na veličini i vrednosti, a  $s$  i  $h$  uz njih odgovarajući koeficijenti. Model daje sledeće rezultate:

Fama-French model						
	HML	SMB	Mkt-Rf	alpha	R <sup>2</sup>	adj R <sup>2</sup>
P1	-0,0248	-0,0851	0,7256	0,0018	0,7600	0,7450
P2	0,0048	-0,1145	1,0782	0,0008	0,9236	0,9189
P3	0,0604	-0,0227	1,1286	0,0009	0,9162	0,9109
P4	0,0843	-0,0333	1,1183	0,0014	0,9118	0,9063
P5	0,0940	0,0179	1,0540	0,0010	0,9316	0,9273
P6	0,0842	0,0302	1,1612	0,0002	0,8958	0,8893
P7	0,0314	0,0461	1,2484	-0,0003	0,9401	0,9364
P8	-0,0219	0,1054	1,3931	0,0002	0,8172	0,8058
P9	0,0755	0,1115	1,5195	0,0010	0,7856	0,7722

Tabela 15. Koeficijenti Fama-French modela za formirane portfolije

Fama-French model								
	standardna devijacija				t-test			
P1	0,0693	0,0768	0,0593	0,0010	-0,3583	-1,1092	12,2366	1,7538
P2	0,0525	0,0582	0,0450	0,0008	0,0922	-1,9672	23,9802	1,0790
P3	0,0580	0,0643	0,0497	0,0008	1,0404	-0,3527	22,7218	1,1155
P4	0,0590	0,0654	0,0505	0,0009	1,4278	-0,5090	22,1305	1,6439
P5	0,0487	0,0540	0,0417	0,0007	1,9302	0,3315	25,2850	1,3502
P6	0,0676	0,0749	0,0579	0,0010	1,2455	0,4025	20,0640	0,1798
P7	0,0539	0,0598	0,0462	0,0008	0,5815	0,7711	27,0305	-0,3770
P8	0,1137	0,1260	0,0974	0,0016	-0,1930	0,8362	14,3093	0,1019
P9	0,1364	0,1512	0,1168	0,0020	0,5538	0,7376	13,0106	0,5174

Tabela 16. Standardna devijacija i t-testovi Fama-French modela za formirane portfolije

<sup>17</sup> <https://www.york.ac.uk/depts/maths/tables/spearman.pdf>

Tržišni portfolio i dalje značajno raste, HML ne pokazuje značajnije pravilo (eventualno blagi rast), ali SMB pokazuje tendenciju rasta kako se rejting pogoršava. Ovo je očekivano, pošto najveće kompanije zaista imaju najviše rejtinge (najviši „Aaa“ rejting imaju Johnson & Johnson, Microsoft Corporation i Exxon Mobil Corporation, a među sledeće tri sa prvim lošijim rejtingom je i Apple Inc., najveća kompanija u uzorku). Vrednosti  $R^2$  su visoke, uključujući i prilagođeni  $R^2$ , koji penalizuje dodatak novih faktora.

Međutim, beta uz tržišni portfolio je gotovo nepromenjena. SMB portfolio jeste „pokupio“ deo alfi, ali nije napravio značajnu razliku niti otkrio novu dimenziju rizika (niti je taj rast dovoljno dominantan). GRS test i dalje odbacuje nultu hipotezu sa p-vrednošću 0.37 (sa pragom značajnosti 0.05).

## 4.5 Četvorofaktorski model

CAPM i Fama-French model nisu dali zadovoljavajuće objašnjenje prinosa iz datog uzorka, i nisu pokazali novu dimenziju rizika. Iz tog razloga, kao mogući četvrti faktor uvodim novi portfolio, baziran na kreditnom rejtingu.

Faktor CRP („*Credit Risk Portfolio*“) je kreiran kao razlika između proseka najlošije trećine portfolija po kreditnom rejtingu (duge pozicije na prosek P7, P8 i P9), i proseka najbolje trećine (kratke pozicije na prosek P1, P2, P3).

Formalnije, portfolio *CRP* se može zapisati na sledeći način:

$$CRP = \frac{1}{3}(P7 + P8 + P9) - \frac{1}{3}(P1 + P2 + P3)$$

Novi, četvorofaktorski model tada glasi:

$$R_i - R_f = \alpha_i + b_i(Mkt_i - R_f) + s_iSMB + h_iHML + c_iCRP + \varepsilon_i$$

pri čemu je *CRP* novi faktor u odnosu na Fama-French model, a *c* uz njega odgovarajući koeficijent.

Rezultati regresije novog četvorofaktorskog modela (tri faktora iz Fama-French modela i dodatni faktor baziran na kreditnom riziku) se mogu videti u sledeće dve tabele:

Četvorofaktorski model							
	CRP	HML	SMB	Mkt-Rf	alpha	R <sup>2</sup>	adj R <sup>2</sup>
P1	-0,4884	-0,0176	-0,0061	0,9256	0,0013	0,8903	0,8809
P2	-0,1245	0,0067	-0,0944	1,1292	0,0007	0,9283	0,9222
P3	-0,0132	0,0606	-0,0205	1,1340	0,0009	0,9162	0,9091
P4	0,1729	0,0817	-0,0613	1,0475	0,0016	0,9201	0,9133
P5	0,1751	0,0914	-0,0104	0,9823	0,0011	0,9412	0,9362
P6	0,4003	0,0782	-0,0346	0,9972	0,0005	0,9357	0,9302
P7	0,3893	0,0256	-0,0169	1,0890	0,0000	0,9742	0,9720
P8	0,8360	-0,0344	-0,0299	1,0507	0,0009	0,9250	0,9187
P9	1,1486	0,0585	-0,0743	1,0491	0,0020	0,9515	0,9474

Tabela 17. Koeficijenti četvorofaktorskog modela za formirane portfolije

Četvorofaktorski model										
	standardna devijacija					t-test				
P1	0,0654	0,0473	0,0535	0,0486	0,0007	-7,4697	-0,3709	-0,1146	19,0579	1,9372
P2	0,0710	0,0514	0,0581	0,0528	0,0007	-1,7521	0,1302	-1,6232	21,3986	0,9527
P3	0,0810	0,0586	0,0663	0,0602	0,0009	-0,1635	1,0329	-0,3099	18,8529	1,0867
P4	0,0784	0,0568	0,0642	0,0583	0,0008	2,2043	1,4385	-0,9544	17,9751	1,8859
P5	0,0630	0,0456	0,0516	0,0468	0,0007	2,7791	2,0035	-0,2024	20,9909	1,6675
P6	0,0741	0,0537	0,0607	0,0551	0,0008	5,3985	1,4576	-0,5701	18,1056	0,6742
P7	0,0495	0,0358	0,0405	0,0367	0,0005	7,8698	0,7143	-0,4170	29,6327	0,0878
P8	0,1017	0,0736	0,0832	0,0755	0,0011	8,2235	-0,4669	-0,3588	13,9136	0,8400
P9	0,0906	0,0656	0,0741	0,0673	0,0010	12,6824	0,8918	-1,0024	15,5937	2,1264

Tabela 18. Standardna devijacija i t-testovi četvorofaktorskog modela za formirane portfolije

Rezultati ove regresije izgledaju značajno drugačije. Fama-French faktori su značajno izmenjeni, i bete uz tržišni portfolio su gotovo anulirane (sada variraju oko jedinice). SMB faktor je prestao pokazivati tendenciju rasta, dok HML i dalje ne pokazuje jasnije pravilo (najviši je na sredini spektra, ali na krajevima opet prestaje pokazivati bilo kakvu monotonost).

Sa druge strane, novi CRP faktor pokazuje dominantan rast kako rastu prinosi. Spearmanov test korelacije između ovog faktora i prinosa je 0.35, što i dalje ne odbacuje nultu hipotezu nezavisnosti, ali je značajno bolji rezultat nego što je imao CAPM. GRS test vraća p-vrednost 0.21, što je reda veličine kao i CAPM i Fama-French model, i opet se ne odbacuje nulta hipoteza da su alfe zajedno jednake nuli (sa standardnim pragom značajnosti 0.05).

Vrednosti  $R^2$  su vrlo visoke, ali i za prilagođeni  $R^2$ , pored novog faktora. Alfe su značajno niže, pri čemu je za portfolio P7 skoro potpuno jednaka nuli.

## Zaključak

Cilj ovog rada je bio da testira da li izloženost kompanija kreditnom riziku u sebi krije premiju za rizik, kao i da proveri da li je ta teoretska premija već sadržana u modelu vrednovanja kapitalne aktive ili u nekom od faktora Fama-French modela. Analizom istorijskih podataka sa tržišta hartija od vrednosti Sjedinjenih Američkih Država, na uzorku sačinjenom od kompanija koje sačinjavaju berzanski indeks S&P 500, došlo se do zaključka da postoji dimenzija rizika koju ovi modeli ne prepoznaju.

Istraživanje je sprovedeno tako što su kompanije sa sličnom izloženošću kreditnom riziku grupisane u portfolije, a kao mera izloženosti kreditnom riziku je korišćen dugoročni kreditni rejting kompanije Moody's Investors Service. Praćene su performanse ovih portfolija i posmatralo se koliko klasični modeli imaju uspeha da ih objasne (pomoću klasičnih statističkih alata). Kao rezultat, javio se četvorofaktorski model koji je uspeo objasniti devijacije koje CAPM i Fama-French model pre toga nisu uspjeli.

Opisani model, iako značajno pojednostavljen, poseduje ekonomski značaj iz razloga što ukazuje na moguć smer potrage za novim faktorima rizika. S obzirom na veliki broj faktora koji su već dobili svoje mesto u teoriji vrednovanja kapitalne aktive, bilo bi neophodno za početak istražiti da li je ovaj faktor možda već prepoznat, ali da se manifestovao u nekom drugom obliku. Odnosno, da li ovde identifikovana premija za kreditni rizik samo imitira neki drugi, već prepoznati rizik (i obrnuto).

Sa druge strane, ako do sada zaista nije prepoznat, bilo bi neophodno ući u potragu za fundamentalnim rizikom koji stoji iza te premije. Usmerio bih istraživanje ka podacima i varijablama koje ulaze u sam proces rejtingovanja koji vrše agencije. Iako se rejtinzi „Velike tri“ agencije najčešće poklapaju, vredno proveriti bi bilo i da li rezultati zavise od agencije koja dodeljuje rejting, kao i od toga da li se posmatra kratkoročan ili dugoročan dodeljeni rejting (i istražiti da li nedostatak rejtinga nosi informaciju).

Upotrebna vrednost se takođe ogleda u mogućnosti novog parametra da objasni druge devijacije za koje trenutno ne postoji objašnjenje. U stilu Fama-e i French-a, istraživanja ovog tipa bi bila bazirana ne na pokušaju razumevanja rizika, već na prepoznavanju da je u pitanju ista dimenzija već prepoznatog rizika.

Takođe, dok su Fama i French za svoja testiranja koristili celokupno tržište, ja sam kao uzorak koristio kompanije iz indeksa. Koristeći najveće kompanije na tržištu SAD-a (i to relativno mali broj) sigurno sam pogazio pretpostavku o nepristrasnosti (i reprezentativnosti) uzorka. Najveće kompanije imaju razloge zašto su najveće, i u uzorku nema ni jedne kompanije sa jednim od tri najlošija rejtinga. Da bi se premija za kreditni rizik potvrdila, bilo bi takođe poželjno proširiti bazu podataka tako da su svi kreditni rejtinzi obuhvaćeni u većem broju, kako bi se proverilo da li je ovo izolovan efekat.

Ipak, testovi koje sam sproveo su pokazali zanimljivu anomaliju. Iako novi model nije u potpunosti korektan iz statističkog ugla, značaj modela ovog tipa je u priči i ekonomskoj ideji koja stoji iza njih. Dodatno, na obrađenom uzorku, model zaista poseduje određenu eksplanatornu moć.

## Literatura

- [1] Branko Urošević, Miloš Božović (2016), Uvod u finansijsku ekonomiju, Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta u Beogradu
- [2] Branko Urošević (2013), Finansijska ekonomija, Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta u Beogradu
- [3] Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus (2009), Osnovi investicija, Data Status, Beograd
- [4] Eugen Fama, Kenneth French (1996), Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies, *Journal of Finance*, Vol 51
- [5] John Cochrane (2005), *Asset Pricing*, Princeton Univeristy Press
- [6] John Cochrane (1999), New facts in finance, *Economic Perspectives*, Federal Reserve Bank of Chicago, Vol 23
- [7] Mark M. Carhart (1997), On Persistence in Mutual Fund Performance, *Journal of Finance*, Vol 57
- [8] Eugen Fama, Kenneth French (1993), Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds, *Journal of Financial Economics*, Vol 33
- [9] Harry Markowitz (1952), Portfolio Selection, *Journal of Finance* Vol 7
- [10] Roger Clarke, Harindra De Silva, Steven Thorley (2013), Risk Parity, Maximum Diversification, and Minimum Variance: An Analytic Perspective, *The Journal of Portfolio Management*
- [11] David T. Hamilton, Richard Cantor (2006), *Measuring Corporate Default*, November Report
- [12] Edward Altman (1989), Measuring Corporate Bond Mortality and Performance *Journal of Finance*, pp. 909–922
- [13] Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross, Jay Shanken (1989), A test of the efficiency of a given portfolio, *Econometrics*, Vol. 57, No. 5
- [14] R. W. Banz (1981), The relationship between return and market value of common stocks, *Journal of Financial Economics*, Vol. 9, No. 1, pp. 3-18.
- [15] John Y. Campbell (1996), Understanding risk and return, *Journal of Political Economy*, Vol. 104, No. 2, April, pp. 298-345.
- [16] John Y. Campbell, Andrew W. Lo, A. Craig MacKinlay (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton, NJ: Princeton University Press.
- [17] John Cochrane (1997), Where is the market going? Uncertain facts and novel theories, *Economic Perspectives*, Federal Reserve Bank of Chicago, Vol. 21, No. 6, November/December, pp. 3-37.
- [18] John Cochrane (1996), A cross-sectional test of an investment-based asset pricing model, *Journal of Political Economy*, Vol. 104, No. 3, June, pp. 572-621.
- [19] John Cochrane (1991), Volatility tests and efficient markets: Review essay, *Journal of Monetary Economics*; Vol. 27, No. 3, June, pp. 463-485.
- [20] Eugene Fama (1991), Efficient markets II, *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 5, December, pp. 1575-1617.



- [21] Eugene Fama (1970), Efficient capital markets: A review of theory and empirical work, *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, May, pp. 383-417.
- [22] Eugene Fama (1965), The behavior of stock market prices, *Journal of Business*, Vol. 38, No. 1, pp. 34-105.
- [23] Eugene Fama, Kenneth R. French (1995), Size and book-to-market factors in earnings and returns, *Journal of Finance*, Vol. 50, No.1, March, pp. 131-155.
- [24] Eugene Fama, Kenneth R. French (1989), Business conditions and expected returns on stocks and bonds, *Journal of Financial Economics*, Vol. 25, No. 1, November, pp. 23-49.
- [25] Darryll Hendricks, Jayendu Patel, Richard Zeckhauser (1993), Hot hands in mutual funds: Short-term persistence of performance, *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 1, March, pp. 93-130.
- [26] Ravi Jagannathan, Zhenyu Wang (1996), The conditional CAPM and the cross-section of expected returns, *Journal of Finance*, Vol. 51, No. 1, March, pp. 3-53.
- [27] Michael C. Jensen (1969), The pricing of capital assets and evaluation of investment portfolios, *Journal of Business*, Vol. 42, No. 2, April, pp. 167-247.
- [28] A. Craig MacKinlay (1995), Multifactor models do not explain deviations from the CAPM, *Journal of Financial Economics*, Vol. 38, No. 1, pp. 3-28.
- [29] <https://wrds-web.wharton.upenn.edu/>
- [30] <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french>
- [31] <https://www.standardandpoors.com>
- [32] <https://www.moodys.com>
- [33] <https://famafrench.dimensions.com/>

## Biografija



Luka Brdar je rođen 1990. godine u Slavonskoj Požegi u Republici Hrvatskoj. Osnovnu školu „Prva vojvođanska brigada“ u Novom Sadu završio je 2005. godine, a zatim i prirodno-matematički smer u gimnaziji „Isidora Sekulić“ u Novom Sadu. Po završetku gimnazije 2009. godine upisuje osnovne studije na Prirodno-matematičkom fakultetu u Novom Sadu, smer primenjena matematika. Osnovne studije završava 2013. godine i upisuje master studije na istom smeru. Zaključno sa septembarskim rokom 2015. godine položio je sve ispite predviđene nastavnim planom i programom, i stekao uslov za odbranu master rada.

Tokom studija proveo je šest meseci na studentskoj praksi u kompaniji Schaeffler Technologies u Nemačkoj, u odeljenju upravljanja finansijama. Od avgusta 2017. godine zaposlen je u Erste banci u odeljenju za upravljanje kapitalom, limitima i strategijom rizika na poziciji saradnika za upravljanje kapitalom.

Novi Sad, 2018.

## Ključna dokumentacijska informacija

<i>Redni broj:</i>	
<b>RBR</b>	
<i>Identifikacioni broj:</i>	
<b>IBR</b>	
<i>Tip dokumentacije:</i>	Monografska dokumentacija
<b>TD</b>	
<i>Tip zapisa:</i>	Tekstualni štampani materijal
<b>TZ</b>	
<i>Vrsta rada:</i>	Master rad
<b>VR</b>	
<i>Autor:</i>	Luka Brdar
<b>AU</b>	
<i>Mentor:</i>	dr Miloš Božović
<b>MN</b>	
<i>Naslov rada:</i>	Kreditni rizik u Fama-French trofaktorskom modelu
<b>NR</b>	
<i>Jezik publikacije:</i>	srpski (latinica)
<b>JP</b>	
<i>Jezik izvoda:</i>	srpski/engleski
<b>JI</b>	
<i>Zemlja publikovanja:</i>	Republika Srbija
<b>ZP</b>	
<i>Uže geografsko područje:</i>	Vojvodina
<b>UGP</b>	
<i>Godina:</i>	2018.
<b>GO</b>	
<i>Izdavač:</i>	Autorski reprint
<b>IZ</b>	
<i>Mesto i adresa:</i>	Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad
<b>MA</b>	
<i>Fizički opis rada:</i>	4 poglavlja, 62 strana, 33 lit. citat, 18 tabela, 11 grafika, 0 priloga
<b>FO</b>	
<i>Naučna oblast:</i>	Matematika
<b>NO</b>	
<i>Naučna disciplina:</i>	Primenjena matematika
<b>6 ND</b>	
<i>Predmetna odrednica/ ključne reči:</i>	Kreditni rizik, Fama-French trofaktorski model, CAPM, kreditni rejtinzi
<b>PO</b>	
<b>UDK</b>	
<i>Čuva se:</i>	Biblioteka departmana za matematiku i informatiku, PMF-a u Novom Sadu
<b>ČU</b>	
<i>Važna napomena:</i>	nema
<b>VN</b>	

*Izvod:*

**IZ**

*Datum prihvatanja teme od NN veća:*

**DP**

*Datum odbrane:*

**DO**

*Članovi komisije:*

**KO**

*Predsednik:*

*Član:*

*Mentor:*

Cilj rada je analiza potrebe za uključivanjem kreditnog rizika u Fama-French trofaktorski model. Pored toga, analizira se i uticaj Fama-French modela na portfolije kreirane na osnovu kreditnog rizika, što je mereno kreditnim rejtingom.

8. septembar 2018.

dr Nataša Krejić, redovni profesor  
dr Nataša Spahić, vanredni profesor  
dr Miloš Božović, docent

## Key words documentation

*Accession number:*

**ANO**

*Identification number:*

**INO**

*Document type:*

**DT**

Monograph publication

*Type of record:*

**TR**

Textual printed material

*Content code:*

**CC**

Final paper

*Author:*

**AU**

Luka Brdar

*Mentor/co-mentor:*

**MN**

dr Miloš Božović

*Title:*

**TI**

Credit Risk in the Fama-French three-factor model

*Language of text:*

**LT**

Serbian (Latin)

*Language of abstract:*

**LA**

Serbian/English

*Country of publication:*

**CP**

Republic of Serbia

*Locality of publication:*

**LP**

Vojvodina

*Publication year:*

**PY**

2018

*Publisher:*

**PU**

Author's reprint

*Publication place:*

**PP**

Faculty of Science and Mathematics, Trg  
Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

*Physical description:*

**PD**

4 sections, 62 pages , 33 reference, 18 tables, 11  
graphs, 0 appendix

*Scientific field:*

**SF**

Mathematics

*Scientific discipline:*

**SD**

Applied Mathematics

*Subject/ Key words:*

**SKW**

Credit Risk, Fama-French three-factor model,  
CAPM, credit rating

**UC**

*Holding data:*

**HD**

Library of Department of Mathematics and  
Informatics, Faculty of Science,  
University of Novi Sad Trg Dositeja Obradovića 4

*Note:*

**N**

none

*Abstract:*

**AB**

The aim of the study was the analysis of including the credit risk effect to the Fama-French three-factor model. In addition, the study investigates effects of Fama-French model on the portfolios based on credit rating.

*Accepted by the Scientific Board:*

**ASB**

8th September 2017.

*Defended on:*

**DE**

*Thesis defend board:*

**DB**

*President:*

PhD Nataša Krejić, full professor

*Member:*

PhD Nataša Spahić, associate professor

*Member:*

PhD Miloš Božović, docent