



UNIVERZITET U NOVOM SADU

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I INFORMATIKU

MASTER RAD

Vejbulova raspodela i njena primena u teoriji pouzdanosti

Novi Sad, 2017.

SADRŽAJ:

UVOD.....	5
1. POUZDANOST SISTEMA.....	6
1.1 Otkazi.....	8
1.2 Analiza pouzdanosti	9
1.2.1 Analiza pouzdanosti vremenski nezavisnih sistema.....	9
1.2.2 Analiza pouzdanosti vremenski zavisnih sistema.....	14
1.2.3 Efektivnost sistema	15
1.2.4 Analiza pouzdanosti višestacionarnih sistema	15
2. POKAZATELJI POUZDANOSTI	18
2.1 Funkcija raspodele otkaza, funkcija pouzdanosti i gustine otkaza.....	18
2.2 Funkcija inteziteta otkaza	18
2.3 Očekivano vreme bezotkaznog rada	20
3. VEJBULOVA RASPODELA.....	22
3.1 Standardna Vejbulova raspodela	22
3.1.1 METODE OCENJIVANJA PARAMETARA.....	23
3.1.2 Raspodela inteziteta otkaza	26
3.1.3 Testovi saglasnosti sa Vejbulovom raspodelom.....	27
3.2 Modifikovana Vejbulova raspodela.....	29
3.3 Proširena Vejbulova raspodela.....	34
3.4 Primene modela	38
3.4.1 ODREĐIVANJE VREMENA UHODAVANJA	38
3.4.2 ODREĐIVANJE VREMENA ZAMENE	39
4. PRIMENA NA ODRŽAVANJE TELEKOMUNIKACIONIH UREĐAJA	40
4.1 Opis delova unutar tehnološkog sistema	42
4.2 Analiza mogućih otkaza	42
4.2.1 Vazdušni vodovi.....	43

4.2.2 Lokalni kablovi	43
4.2.3 Telefonska centrala	44
4.2.4 Telefon.....	44
4.2.5 Induktorski telefon	45
4.2.6 Budilica	46
4.3 Ocena rizika komponenti.....	46
4.4 Ocenjivanje parametara modela	53
ZAKLJUČAK.....	57
LITERATURA.....	58

UVOD

Svedoci smo neprekidnih naučnih i tehničkih inovacija i neprekidnog porasta složenosti tehničkih sistema. Jedan od velikih problema kod projektovanja, kao i kod izgradnje složenih tehničkih sistema je njihovo održavanje u funkcionalnom stanju. Važna karakteristika složenih tehničkih sistema je njihova pouzdanost u radu.

Pouzdanost se definiše kao svojstvo objekta da ispunjava zadate funkcije i održava vrednost eksploatacionih parametara tokom vremena u zadatim granicama, koje su određene zadatim režimima i uslovima korišćenja, tehničkog održavanja, remonta, skladištenja i transporta.¹ Ili, pouzdanost je sposobnost nekog proizvoda ili robe da zadovolji, u toku primene, zahteve koji su postavljeni za ponašanje ili održavanje njihovih osobina za duži vremenski period.²

U ispitivanju pouzdanosti sistema koristi se Vejbulova (Weibull-ova) raspodela, kao i proširena i modifikovana Vejbulova raspodela. Navedene raspodele koriste se za modelovanje pouzdanosti tehnološkog sistema tokom vremena eksploatacije. U procesu modelovanja važan detalj predstavlja ocenjivanje parametara navedenih raspodela.

U ovom radu prikazan je kompletan postupak analize tehnološkog sistema, na podacima preuzetim iz literature, kao i na konkretnom primeru iz eksploatacije.

¹ Prema Ruskom državnom standardu (GOST)

² Prema Nemačkom standardu (DIN)

1. POUZDANOST SISTEMA

Pouzdanost je slučajni proces koji opisuje da li se tehnički sistem nalazi u stanju “u radu” ili u stanju “u otkazu”. To je verovatnoća koja se može predstaviti kao odnos broja uspešno izvršenih radnih zadataka $n_1(t)$ i ukupnog broja radnih zadataka $n(t)$.

$$\hat{R}(t) = \frac{n_1(t)}{n}$$

Gde je t vreme trajanja, a dati izraz je ocena pouzdanosti. Stvarna pouzdanost se dobija kada ukupan broj radnih zadataka teži beskonačnosti.

$$R(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \hat{R}(t)$$

Rad bez otkaza u periodu od T do t , pri čemu su otkazi slučajnog karaktera ne zavisi od predhodnog vremena, tj:

$$R(T + t) = R(t)$$

Osnovni problem je kvantitativno odrediti pouzdanost tehničkog sistema. Prvi način je određivanje na osnovu poznavanja pouzdanosti komponenti, sklopova i uređaja. Drugi način je određivanje pouzdanosti eksperimentalnim putem u strogo kontrolisanim uslovima. I na kraju određivanje pouzdanosti na osnovu podataka iz eksploatacije.

Na osnovu načina formiranja numeričke vrednosti o pouzdanosti, razlikujemo:

- utvrđena pouzdanost,
- ocenjena pouzdanost,
- ekstrapolirana pouzdanost,
- prognozirana pouzdanost,
- i stvarna pouzdanost.³

Utvrđena pouzdanost podrazumeva da je vrednost pouzdanosti dobijena na osnovu ispitivanja kod kojih nisu svi uzorci prestali da rade.

Ocenjena pouzdanost podrazumeva da je vrednost pouzdanosti dobijena sa nekim nivoom verodostojnosti.

Ekstrapolirana pouzdanost je dobijena na osnovu ekstrapolacije utvrđenih i/ili ocenjenih vrednosti pouzdanosti u drugim uslovima rada.

³ R. Ramović: “Pouzdanost sistema”

Prognozirana pouzdanost podrazumeva da je vrednost pouzdanosti dobijena na osnovu algoritma za prognozu korišćenjem utvrđenih, ocenjenih i ekstrapoliranih pouzdanosti.

Stvarna pouzdanost podrazumeva da je vrednost pouzdanosti dobijena na osnovu ispitivanja kod kojih su svi uzorci prestali da rade.

Kvantitativna karakteristika neke osobine tehničkog sistema može takođe određivati pouzdanost. Te karakteristike su pokazatelji pouzdanosti. Pri izboru pokazatelja pouzdanosti treba voditi računa o sledećem:

- Da broj pokazatelja bude što manji.
- Da imaju mogućnost provere u fazi projektovanja.
- Da imaju fizički smisao.
- Da omogućavaju statističko ocenjivanje pri ispitivanju ili u toku eksploatacije.
- Da postoji način dobijanja vrednosti pouzdanosti na osnovu pokazatelja.

Vrednost pouzdanosti komponente, sklopa ili uređaja daju proizvođači opreme na osnovu izvršenih ispitivanja. Na osnovu tih podataka može se odrediti pouzdanost tehničkog sistema prognoziranjem pouzdanosti. Metode prognoziranja pouzdanosti su:⁴

- metoda sličnosti opreme,
- metoda nabiranja komponentata,
- i metoda opterećenja.

Metoda sličnosti opreme koristi se kod postavljanja tehničkih zahteva pri nabavci opreme. Bazira se na pouzdanosti sličnih uređaja (sklopova, komponenti) na sličnim funkcijama.

Metoda nabiranja komponentata prognozira pouzdanost upoređivanjem uređaja sa identičnim funkcijama.

Metoda opterećenja je poboljšanje metode nabiranja u smislu da uzme u obzir opterećenje pojedinih komponenti.

⁴ R. Ramović: "Pouzdanost sistema"

1.1 Otkazi

Govoreći o pouzdanosti tehničkih sistema, sistem može da se nalazi u ispravnom stanju („u radu“) ili u stanju „u otkazu“. Otkaz predstavlja nemogućnost uređaja da obavlja svoju funkciju u sistemu. Ispravan rad uređaja opisuje se skupom parametara. Za svaki parametar su definisane granice ispravnog rada. Ako vrednost jednog od parametara izađe iz dozvoljenih granica smatra se da je uređaj неисправan, bez obzira što on i dalje radi. Na primer kod telefona, ako je slab signal, što izaziva slabu čujnost ili povećane smetnje. Smatra se da je telefon неисправan iako slušaoc uz napor može da razume sagovornika.

Otkaze možemo klasifikovati po sledećim kriterijumima:

1. Promena stanja

Neočekivani otkaz je takav koji je nastao kao rezultat iznenadne promene jednog ili više parametara. Simptomi nastajanja nisu uočljivi, tj ne izazvu značajne promene praćenih parametara.

Postepeni otkazi nastaju kao posledica starenja materijala i njihovi simptomi su uočljivi po promenama parametara.

2. Zavisnost

Otkazi su slučajni događaji, mogu biti zavisni ako se pojavom nekog otkaza menja verovatnoća pojave nekog drugog. Kod nezavisnih događaja, verovatnoća otkaza nekog uređaja ne zavisi od toga da li je neki drugi otkazao ili ne.

3. Raspoloživost posle otkaza

Mogu biti potpuni ili delimični. Kod potpunog, uređaj više ne može da se koristi, dok kod delimičnog se može koristiti ali sa slabijim karakteristikama.

4. Trajnost

Dele se na permanentne i prolazne. Kod permanentnih komponenta se mora zameniti, kod prolaznih, na primer došlo je samo do pregrevanja neke komponente i nakon hlađenja uređaj i dalje radi.

5. Intezitet otkaza

Dele se na slučajne i sistemske. Sistemske se javljaju u početnom periodu eksploatacije i u krajnjem periodu u toku starenja. Slučajni otkazi se javljaju u periodu redovnog rada sistema.

1.2 Analiza pouzdanosti

1.2.1 Analiza pouzdanosti vremenski nezavisnih sistema

1.2.1.1 Pouzdanost u slučaju redne veze

Ako sistem sadrži n elemenata i za njegov rad je potrebno da svaki ispravno radi, to je redna veza elemenata. Na slici 1 je prikazana konfiguracija elemenata sa rednom vezom.



Slika 1: Redna veza elemenata

Pouzdanost redne veze elemenata je verovatnoća da će sistem ispravno raditi, odnosno da će svaki element ispravno raditi:

$$R = P(S) = P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n)$$

Rastavljanjem verovatnoće preseka, dobija se:

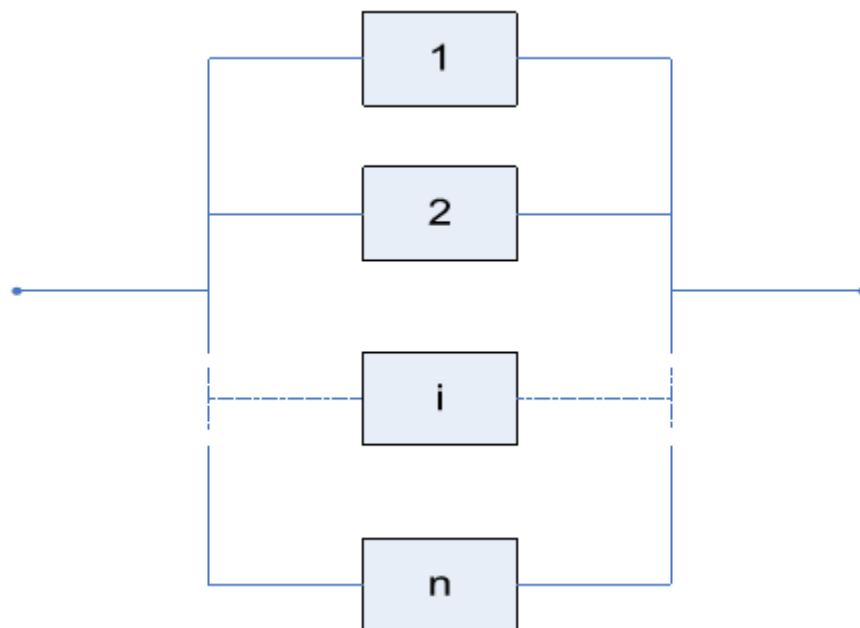
$$R = P(E_1)P(E_2 | E_1)P(E_3 | E_1 E_2) \dots P(E_n | E_1 \dots E_{n-1})$$

U slučaju nezavisnih otkaza:

$$R = P(E_1)P(E_2)P(E_3) \dots P(E_n) = \prod_{i=1}^n P(E_i)$$

1.2.1.2 Pouzdanost u slučaju paralelne veze

Ako sistem sadrži n elemenata i za njegov rad je potrebno da bar jedan radi ispravno, to je paralelna veza elemenata. Na slici 2 je prikazana konfiguracija elemenata sa paralelnom vezom.



Slika 2: Paralelna veza elemenata

Pouzdanost paralelne veze elemenata je verovatnoća da će sistem ispravno raditi, odnosno da će bar jedan element raditi ispravno:

$$R = P(S) = 1 - F = 1 - P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \dots \cap \bar{E}_n)$$

Rastavljanjem verovatnoće preseka, dobija se:

$$R = 1 - P(\bar{E}_1)P(\bar{E}_2 | \bar{E}_1)P(\bar{E}_3 | \bar{E}_1 \bar{E}_2) \dots P(\bar{E}_n | \bar{E}_1 \dots \bar{E}_{n-1})$$

U slučaju nezavisnih otkaza:

$$R = 1 - P(\bar{E}_1)P(\bar{E}_2)P(\bar{E}_3) \dots P(\bar{E}_n) = 1 - \prod_{i=1}^n P(\bar{E}_i) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(E_i))$$

1.2.1.3 Pouzdanost u slučaju kombinovane veze

U slučaju kombinacije redne i paralelne veze, pouzdanost se računa prvo za elemente koji imaju paralelnu vezu po već prikazanoj formuli, pa se na takve blokove primeni formula na rednu vezu. Na primer za konfiguraciju redne veze n blokova od kojih svaki sadrži paralelnu vezu m elemenata, pouzdanost se prvo računa za paralelnu vezu unutar blokova:

$$R_j = 1 - \prod_{j=1}^m P(\bar{E}_{ij}) = 1 - \prod_{j=1}^m (1 - P(E_{ij}))$$

Zatim je pouzdanost sistema:

$$R = R_1 R_2 \cdots R_n = \prod_{i=1}^n (1 - \prod_{j=1}^m (1 - P(E_{ij})))$$

Za konfiguraciju paralelne veze n blokova od kojih svaki sadrži m redno vezanih elemenata, pouzdanost se prvo računa za rednu vezu unutar blokova:

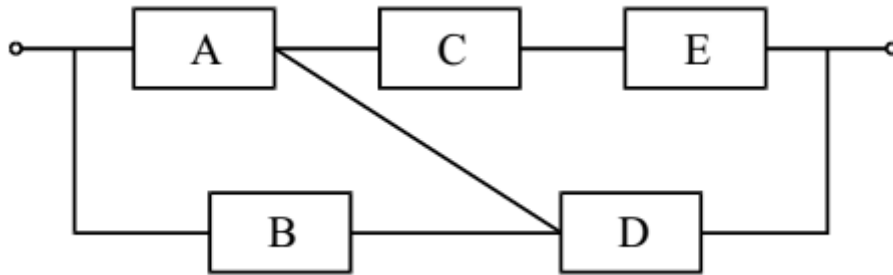
$$R_j = \prod_{j=1}^m P(E_{ij})$$

Zatim je pouzdanost sistema:

$$R = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \prod_{j=1}^m P(E_{ij}))$$

1.2.1.4 Pouzdanost u slučaju složene veze

Složena veza elemenata je takva da se ne može primeniti ni jedan od predhodna tri slučaja. Jedan primer složene veze je dat na slici 3:



Slika 3: Složena veza elemenata

U ovom slučaju ćemo ispravan rad sistema definisati kao: potrebno je da rade elementi A, C, E, ili da rade elementi A i D, ili da rade elementi B i D. Ovo se može zapisati u obliku:

$$R = P(S) = P(ACE \cup AD \cup BD)$$

Rastavljanjem verovatnoće unije:

$$R = P(ACE) + P(AD) + P(BD) - P(ACE \cdot AD) - P(ACE \cdot BD) - P(AD \cdot BD) + P(ACE \cdot AD \cdot BD)$$

Koristeći jednakost skupova $XX=X$, dobija se:

$$R = P(ACE) + P(AD) + P(BD) - P(ACDE) - P(ABCDE) - P(ABD) + P(ABCDE)$$

Nakon sređivanja dobija se:

$$R = P(ACE) + P(AD) + P(BD) - P(ACDE) - P(ABD)$$

Za slučaj nezavisnih događaja, ovo postaje:

$$R = P(A)P(C)P(E) + P(A)P(D) + P(B)P(D) - P(A)P(C)P(D)P(E) - P(A)P(B)P(D)$$

1.2.1.5 Pouzdanost u slučaju delimične veze

Kod paralelne veze elemenata naglasili smo da je za ispravan rad potrebno da radi bar jedan element. Delimična veza je paralelna konfiguracija elemenata, ali tako da je za ispravan rad sistema dovoljno da radi r elemenata od n , koliko se nalazi u paralelnoj vezi.

Na primer, ako posmatramo sistem od tri elementa u paralelnoj konfiguraciji, tada su sva moguća stanja data sa izrazom:

$$E_1E_2E_3 + E_1E_2\bar{E}_3 + E_1\bar{E}_2E_3 + E_1\bar{E}_2\bar{E}_3 + \bar{E}_1E_2E_3 + \bar{E}_1E_2\bar{E}_3 + \bar{E}_1\bar{E}_2E_3 + \bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_3$$

Sada, ako je za ispravan rad sistema potrebno da rade dva od tri elementa, pouzdanost je data izrazom:

$$R = P(E_1E_2E_3) + P(E_1E_2\bar{E}_3) + P(E_1\bar{E}_2E_3) + P(\bar{E}_1E_2E_3)$$

Za slučaj nezavisnih događaja, ovo postaje:

$$R = P(E_1)P(E_2)P(E_3) + P(E_1)P(E_2)P(\bar{E}_3) + P(E_1)P(\bar{E}_2)P(E_3) + P(\bar{E}_1)P(E_2)P(E_3)$$

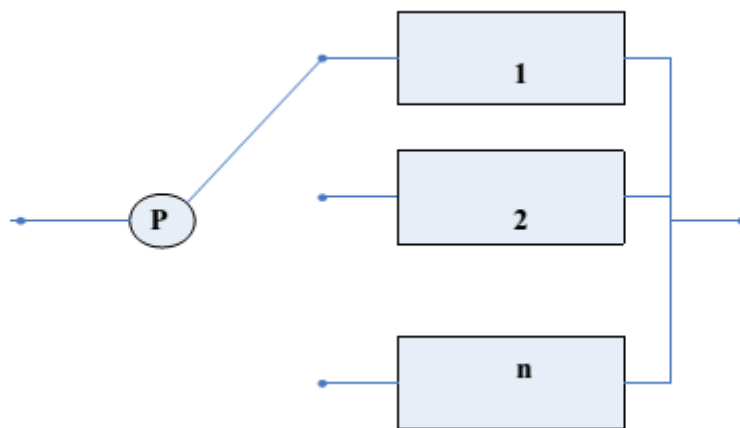
U opštem slučaju, kada u paralelnoj konfiguraciji imamo n elemenata, pri čemu je za ispravan rad potrebno da ispravno rade r elemenata. Tada ako je verovatnoća ispravnog rada svakog elementa jednaka i iznosi p , pouzdanost je data izrazom:

$$R = P(k \geq r) = \sum_{k=r}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Ovde je korišćena činjenica da slučajna promenljiva koja predstavlja broj ispravnih elemenata ima Binomnu raspodelu sa parametrima n i p .

1.2.1.6 Pouzdanost u slučaju hladne rezerve

Za konfiguraciju elemenata kazemo da je u hladnoj rezervi, ako je za rad sistema potrebno da je jedan element ispravan ,a ostalih $n-1$ se nalaze u pripravnosti i uključuje se sledeći , ako su predhodni neispravni. Ova konfiguracija je prikazana na slici 4.



Slika 4: Elementi u hladnoj rezervi

Pouzdanost u slučaju hladne rezerve je data sa:

$$R = 1 - P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \dots \cap \bar{E}_n)$$

Odnosno,

$$R = 1 - P(\bar{E}_1)P(\bar{E}_2 | \bar{E}_1)P(\bar{E}_3 | \bar{E}_1 \bar{E}_2) \dots P(\bar{E}_n | \bar{E}_1 \dots \bar{E}_{n-1})$$

Ovaj izraz je isti kao kod paralelne veze. Važno je uočiti da uslovne verovatnoće u slučaju nezavisnih događaja su iste kao verovatnoća uslovljenog događaja. Kod paralelne veze svi elementti počinju odmah da rade, kod hladne rezerve sledeći elemenat se uključuje tek kad su svi predhodni neispravni, tj uslovne verovatnoće nisu jednake verovatnoći uslovljenog događaja.

Ako se uvedu pretpostavke:

- Prekidač je idealan (vreme uključanja je zanemarljivo).
- Intenziteti otkaza ne zavise od vremena.

Pouzdanost se može izračunati primenom Poasonove raspodele.

$$R = \sum_{i=0}^n \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!}$$

Gde je λ intenzitet otkaza elemenata u sistemu.

1.2.2 Analiza pouzdanosti vremenski zavisnih sistema

Neka je T_i slučajna promanljiva koja predstavlja vreme do otkaza i-tog elementa. Tada je pouzdanost u slučaju redne veze data izrazom:

$$R(t) = P(T_1 > t \cap T_2 > t \cap \dots \cap T_n > t)$$

U slučaju nezavisnih otkaza elemenata, dobija se.

$$R(t) = P(T_1 > t) \cdot \dots \cdot P(T_n > t)$$

U gornjem izrazu svaki član predstavlja pouzdanost i-tog elementa, što znači da je:

$$R(t) = R_1(t)R_2(t)R_3(t) \cdots R_n(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t)$$

U slučaju paralelne veze elemenata, konfiguracija elemenata je prikazana na slici 3, pouzdanost je data izrazom:

$$R(t) = 1 - P(T_1 \leq t \cap T_2 \leq t \cap \dots \cap T_n \leq t)$$

Pa je u slučaju nezavisnih otkaza elemenata:

$$R(t) = 1 - P(T_1 \leq t) \cdot \dots \cdot P(T_n \leq t)$$

U gornjem izrazu svaki član predstavlja nepouzdanost i-tog elementa, što znači da je:

$$R(t) = 1 - (1 - R_1(t))(1 - R_2(t))(1 - R_3(t)) \cdots (1 - R_n(t)) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t))$$

1.2.3 Efektivnost sistema

Efektivnost sistema je sposobnost sistema da izvrši zadatu funkciju. Preciznije će se objasniti preko pokazatelja efektivnosti.

Pouzdanost zadatka je verovatnoća da sistem ispravno radi u toku izvršenja zadatka.

Operativna gotovost je verovatnoća da sistem ispravno radi ili je spreman za upotrebu u datom trenutku. Za izračunavanje operativne gotovosti koristi se sledeći izraz:

$$OPERATIVANA_GOTOVOST = \frac{t_k + t_{nk}}{t_k + t_{nk} + t_z} = \frac{MTBM}{MTBM + MTTR}$$

Gde je:

- t_k vreme korišćenja,
- t_{nk} vreme nekorišćenja, ali je sistem spreman za upotrebu,
- t_z vreme zastoja,
- $MTBM$ (mean time between maintenance) srednje vreme između održavanja.
- $MTTR$ (mean time to recovery) srednje vreme u otkazu.

Srednje vreme između održavanja se može izraziti kao:

$$MTBM = \frac{1}{\frac{1}{MTBM_k} + \frac{1}{MTBM_p}}$$

Gde je $MTBM_k$ i $MTBM_p$ srednje vreme između korektivnog održavanja i preventivnog održavanja, respektivno.

Funkcionalna podobnost je verovatnoća da će sistem izvršiti zadatak.

Pogodnost održavanja je verovatnoća da će sistem nakon otkaza biti vraćen u ispravno stanje u zadatim vrednostima vremena zastoja.

1.2.4 Analiza pouzdanosti višestacionarnih sistema

U elektronici, poluprovodnički elementi mogu imati više stanja. Na primer poluprovodnička dioda ispravno funkcioniše kada u direktnom smeru propušta struju, odnosno otpornost je mala. U inverznom smeru ne propušta struju, odnosno otpornost je beskonačno velika. U slučaju otkaza može se desiti da dioda ima malu otpornost u oba smera (kratak spoj) ili da u oba smera ima beskonačno veliku otpornost (prekid).

Ako obeležimo sa E da je dioda ispravna, sa $\bar{E}_k$ da je neispravna zbog kratkog spoja i sa $\bar{E}_p$ da je neispravna zbog prekida. Ovde imamo tri isključiva događaja za koja važi:

$$P(E) + P(\bar{E}_k) + P(\bar{E}_p) = 1$$

Tada je pouzdanost diode data sa:

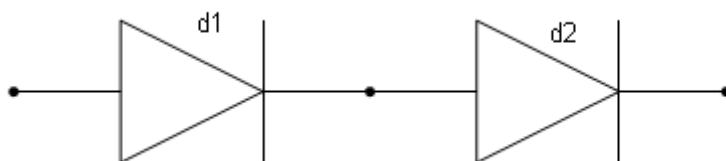
$$R = P(E) = 1 - P(\bar{E}_k + \bar{E}_p)$$

Ova analiza važi i za ostale elemente koji se koriste u elektronici kao što su otpornik, kondenzator itd. Kod navedenih elemenata koji mogu da se nalaze u ispravnom stanju, a pri prelasku u neispravno stanje mogu da budu u kratkom spoju ili u prekidu.

Redna konfiguracija trostacionarnih elemenata

Posmatrajmo primer dve redno vezane diode (slika 5). Redna konfiguracija ovih trostacionarnih elemenata prelazi u stanje otkaza u sledećim slučajevima:

1. Kada i dioda d1 i dioda d2 naprave kratak spoj
2. Kada ili dioda d1 ili dioda d2 naprave prekid



Slika 5: Redna veza dve diode

Pouzdanost dve redno vezane diode je:

$$R = 1 - [P(\bar{d}_{1k} \cap \bar{d}_{2k}) + P(\bar{d}_{1p} \cup \bar{d}_{2p})]$$

U slučaju nezavisnih otkaza, presek događaja se može izraziti kao:

$$P(\bar{d}_{1k} \cap \bar{d}_{2k}) = P(\bar{d}_{1k})P(\bar{d}_{2k})$$

I unija se može izraziti kao:

$$P(\bar{d}_{1p} \cup \bar{d}_{2p}) = P(\bar{d}_{1p}) + P(\bar{d}_{2p}) - P(\bar{d}_{1p})P(\bar{d}_{2p})$$

Ako verovatnoću unije izrazimo preko suprotnog događaja:

$$P(\bar{d}_{1p} \cup \bar{d}_{2p}) = 1 - P(d_{1p} \cap d_{2p}) = 1 - P(d_{1p})P(d_{2p}) = 1 - (1 - P(\bar{d}_{1p}))(1 - P(\bar{d}_{2p}))$$

Uvrštavanjem preseka i unije u izraz za pouzdanost, dobija se:

$$R = (1 - P(\bar{d}_{1p}))(1 - P(\bar{d}_{2p})) - P(\bar{d}_{1k})P(\bar{d}_{2k})$$

Uopštavanjem za slučaj n redno vezanih dioda, dobija se:

$$R = \prod_{i=1}^n (1 - P(\bar{d}_{ip})) - \prod_{i=1}^n P(\bar{d}_{ik})$$

Paralelna veza trostacionarnih elemenata prelazi u stanje otkaza u sledećim slučajevima:

1. Svi elementi naprave prekid
2. Jedan od njih napravi kratak spoj

Pouzdanost se sada može izraziti kao:

$$R = 1 - [P(\bar{E}_{1p} \cap \dots \cap \bar{E}_{np}) + P(\bar{E}_{1k} \cup \dots \cup \bar{E}_{nk})]$$

U slučaju nezavisnih otkaza i ako uniju izrazimo preko suprotnih događaja, dobija se:

$$\begin{aligned} R &= 1 - [P(\bar{E}_{1p} \cap \dots \cap \bar{E}_{np}) + P(\bar{E}_{1k} \cup \dots \cup \bar{E}_{nk})] \\ &= 1 - P(\bar{E}_{1p}) \dots P(\bar{E}_{np}) - [1 - (1 - P(\bar{E}_{1k})) \dots (1 - P(\bar{E}_{nk}))] \\ &= \prod_{i=1}^n (1 - P(\bar{E}_{ik})) - \prod_{i=1}^n P(\bar{E}_{ip}) \end{aligned}$$

Kombinovana konfiguraciju redne veze n blokova od kojih svaki sadrži paralelnu vezu m elemenata, pouzdanost je:

$$R = \prod_{j=1}^n [1 - \prod_{i=1}^m P(\bar{E}_{ijp})] - \prod_{j=1}^n [1 - \prod_{i=1}^m (1 - P(\bar{E}_{ijk}))]$$

Kombinovana konfiguraciju paralelne veze m blokova od kojih svaki sadrži rednu vezu n elemenata, pouzdanost je:

$$R = \prod_{i=1}^m [1 - \prod_{j=1}^n P(\bar{E}_{ijk})] - \prod_{i=1}^m [1 - \prod_{j=1}^n (1 - P(\bar{E}_{ijp}))]$$

2. POKAZATELJI POUZDANOSTI

2.1 Funkcija raspodele otkaza, funkcija pouzdanosti i gustine otkaza

Neka je T slučajna promenljiva koja predstavlja vreme pojave otkaza, tada je verovatnoća pojave otkaza:

$$P(T < t) = F(t), t \geq 0$$

Gde je $F(t)$ funkcija raspodele otkaza i ona je verovatnoća da će sistem otkazati do vremena t . Tada je pouzdanost sistema $R(t) = 1 - F(t)$.

Funkcija gustine otkaza je data sa:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

Sada se pouzdanost može izraziti kao:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^{\infty} f(t)dt$$

2.2 Funkcija inteziteta otkaza

Prilikom ispitivanja n uređaja (sklopova, komponenti), neka je posle vremena t , n_1 uređaja otkazalo a n_2 nije. Tada je $n = n_1 + n_2$, i pouzdanost se može izraziti kao:

$$R(t) = \frac{n_1(t)}{n_1(t) + n_2(t)}$$

Kako vreme t raste, sve više uređaja otkazuje. Izraz za pouzdanost se može napisati kao:

$$R(t) = \frac{n_1(t)}{n_1(t) + n_2(t)} = 1 - \frac{n_2(t)}{n}$$

Nakon diferenciranja se dobija:

$$\frac{dR(t)}{dt} = \frac{d[1 - \frac{n_2(t)}{n}]}{dt} = -\frac{1}{n} \cdot \frac{dn_2(t)}{dt}$$

Odavde se dobija frekvencija pojave otkaza:

$$\frac{dn_2(t)}{dt} = -n \cdot \frac{dR(t)}{dt}$$

Deljenjem jednačine sa $n_1(t)$, dobija se:

$$\frac{1}{n_1(t)} \cdot \frac{dn_2(t)}{dt} = -\frac{n}{n_1(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt}$$

Sada se može definisati funkcija inteziteta otkaza:

$$\lambda(t) = \frac{1}{n_1(t)} \cdot \frac{dn_2(t)}{dt} = -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt}$$

Odavde se dobija zavisnost funkcije pouzdanosti i funkcije inteziteta otkaza:

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\lambda(t) \cdot R(t)$$

Nakon integracije se dobija:

$$\int_1^R \frac{dR(t)}{R(t)} = -\int_0^t \lambda(t) dt$$

Rešavanjem leve strane jednačine:

$$\ln R(t) = -\int_0^t \lambda(t) dt$$

Odnosno:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

Zavisnost funkcije inteziteta otkaza, funkcije gustine otkaza i funkcije pouzdanosti:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

2.3 Očekivano vreme bezotkaznog rada

Očekivano vreme bezotkaznog rada se definiše na sledeći način:

$$T_{SR} = E(T) = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt$$

Zamenom $f(t) = dF(t)/dt$ i parcijalnom integracijom dobija se:

$$T_{SR} = -\int_0^{\infty} t \cdot dR(t) dt = -t \cdot R(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} R(t) dt$$

Kako je:

$$\lim_{n \rightarrow 0} tR(t) = \lim_{n \rightarrow 0} t \cdot 1 = 0$$

I

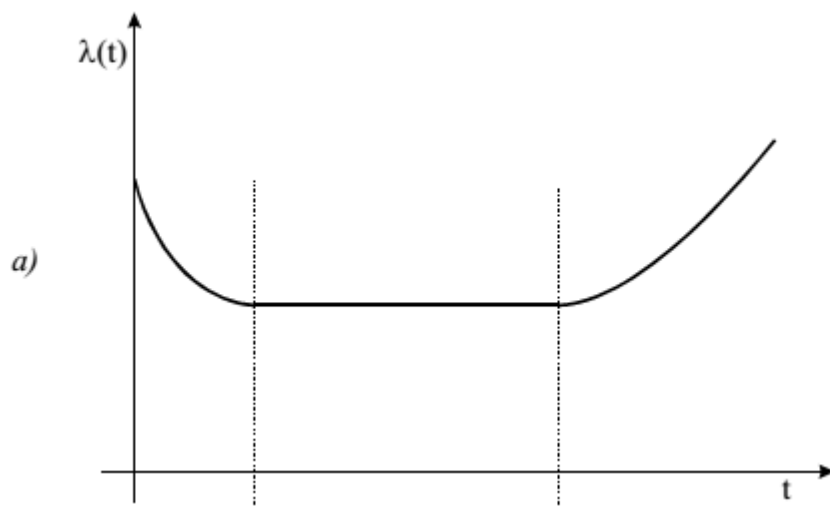
$$\lim_{n \rightarrow \infty} tR(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} t \cdot e^{-\int \lambda(t) dt} = 0$$

Dobija se da je:

$$T_{SR} = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

Ako se radi o sistemu koji je u eksploataciji i održava se otklanjanjem otkaza, očekivano vreme bezotkaznog rada je poznato pod nazivom srednje vreme između otkaza (MTBF – Mean Time Between Failure). Ovde se predpostavlja da su karakteristike popravljenog sistema iste kao kod početnog.

Kod tehničkih sistema u početnom periodu prisutan je povećan broj otkaza zbog uhodavanja sistema i ostalim početnim slabostima. U toku redovnog rada sistema javljaju se slučajni otkazi za koje se može odrediti njihova frekvencija. Dalje, starenjem sistema ponovo dolazi do povećanja inteziteta otkaza i taj trend se nastavlja sve do gašenja sistema. Na slici 6 je dat najčešći oblik funkcije inteziteta otkaza.



Slika 6: Oblik funkcije inteziteta otkaza.

3. VEJBULOVA RASPODELA

3.1 Standardna Vejbulova raspodela

Funkcija raspodele standardne dvoparametarske Vejbulove raspodele je data sa (Weibul, 1951):

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}$$

Za svako $t > 0$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$. Parametar α opisuje izduženost raspodele a β oblik raspodele. Funkcija gustine verovatnoća se može izraziti kao:

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}$$

Za vrednosti parametra $0 < \beta \leq 1$ funkcija je monotono opadajuća a za $\beta > 1$ funkcija je jednogrba. Funkcija pouzdanosti je:

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}$$

Funkcija inteziteta otkaza je:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}$$

Očekivana vrednost i varijansa Weibul-ove raspodele je data sa:

$$\mu = \alpha \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\sigma^2 = \alpha^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]$$

Gde je $\Gamma(t) = \int_0^\infty x^{t-1} e^{-x} dx$ gama funkcija.

Koeficijent varijacije je:

$$C_v = \sqrt{\frac{\Gamma(1 + \frac{2}{\beta})}{\Gamma^2(1 + \frac{1}{\beta})} - 1}$$

Medijana i modus su:

$$X_{me} = \alpha (\ln 2)^\beta$$

$$X_{mo} = \alpha (1 - \frac{1}{\beta})^{1/\beta}$$

3.1.1 METODE OCENJIVANJA PARAMETARA

Metode ocenjivanja parametara možemo najopštije podeliti na grafičke i analitičke (statističke). Grafičke metode koriste konstrukciju grafova sa transformisanim podacima iz uzorka. Crtanjem grafika se takođe vidi koliko je dobar model na osnovu rastojanja tačaka. Grafički dobijene ocene mogu se koristiti kao početna aproksimacija za neke statističke metode ocenjivanja. Ocene dobijene grafičkim metodama nisu toliko precizne kao one dobijene statističkim metodama.

Neke grafičke metode su: Graf empirijske kumulativne raspodele, Weibulov verovatnosni graf (Nelson 1982).

Najčešće korišćene statističke metode su: Metoda momenata, Metoda maksimalne verodostojnosti (Lawless, 1982).

Grafička metoda, Weibulov verovatnosni graf

Metoda je razvijena ranih 70-ih godina, zasnovana je na transformaciji (linearizaciji) podataka dobijenih iz uzorka. Podaci se transformišu na sledeći način:

$$y = \ln(-\ln R(t))$$

$$x = \ln t$$

Na ovaj način može se povući prava linija kroz tačke koje su skicirane na osnovu uzorka. Njena jednačina je:

$$y = \beta \cdot x - \beta \ln \alpha$$

Ako u uzorku nema outlajera, skicirane tačke iz uzorka će biti blizu povučene linije i to znači da model dobro opisuje pojavu. Parametar β se određuje na osnovu nagiba povučene linije, a parametar α :

$$\hat{\alpha} = \exp\left(-\frac{c}{\hat{\beta}}\right)$$

Gde je c presek povučene linije sa y-osom.

Statistički metod, Metoda maksimalne verodostojnosti

Predpostavimo da ima r elemenata koji su u otkazu od ukupno N elemenata. Dati podaci o otkazima se ponašaju po Vejbulovoj raspodeli i $t_1, t_2, \dots, t_r$ su vremena ispravnog rada elemenata. Tada funkcija verodostojnosti za Vejbulovu raspodelu ima oblik:

$$L(\alpha, \beta) = \frac{N!}{(N-r)!} \left(\frac{\beta}{\alpha^\beta}\right)^r \prod_{i=1}^r t_i^{\beta-1} \exp\left(-\frac{1}{\alpha^\beta}\right) \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right]$$

Logaritam funkcije verodostojnosti je:

$$\ln L(\alpha, \beta) = \ln \frac{N!}{(N-r)!} + r(\ln \beta - \beta \ln \alpha) + (\beta-1) \sum_{i=1}^n \ln t_i - \frac{1}{\alpha^\beta} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right]$$

Prvi parcijalni izvodi su:

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = -\frac{r\beta}{\alpha} - \frac{\beta}{\alpha^{\beta-1}} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right]$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = \frac{r}{\beta} - r \ln \alpha + \sum_{i=1}^n \ln t_i + \frac{\ln \alpha}{\alpha^\beta} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right] - \frac{1}{\alpha^\beta} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta \ln t_i + (N-r)t_r^\beta \ln t_r \right]$$

Izjednačavanjem parcijalnih izvoda sa nulom, dobija se:

$$-\frac{r\beta}{\alpha} - \frac{\beta}{\alpha^{\beta-1}} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right] = 0$$

$$\frac{r}{\beta} - r \ln \alpha + \sum_{i=1}^n \ln t_i + \frac{\ln \alpha}{\alpha^\beta} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right] - \frac{1}{\alpha^\beta} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta \ln t_i + (N-r)t_r^\beta \ln t_r \right] = 0$$

Nakon sređivanja izraza:

$$\alpha^\beta = \frac{1}{r} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right]$$

Odnosno,

$$\alpha = \left(\frac{1}{r} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right] \right)^{1/\beta}$$

Sređivanjem drugog izraza:

$$\frac{r}{\beta} - r \ln \alpha + \sum_{i=1}^n \ln t_i + \frac{\ln \alpha \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right] - \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta \ln t_i + (N-r)t_r^\beta \ln t_r \right]}{\left(\frac{1}{r} \left[\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta \right] \right)} = 0$$

Odnosno,

$$-\frac{1}{\beta} - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^n \ln t_i + \frac{\sum_{i=1}^n t_i^\beta \ln t_i + (N-r)t_r^\beta \ln t_r^\beta}{\sum_{i=1}^n t_i^\beta + (N-r)t_r^\beta} = 0$$

Ova jednačina se dalje može rešiti numerički, npr Njutn-Rapsonovom metodom, korišćenjem pogodnih aplikativnih softvera.

U cilju određivanja intervala poverenja za parametre, koristiće se Fišerova matrica. Predpostavimo da su $t_{r+1}, t_{r+2}, \dots, t_n$ vremena za ispitivanje preostalih $n-r$ elemenata. Fišerova matrica je data sa:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha^2} & -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \alpha} \\ -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \alpha} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta^2} \end{bmatrix} (\hat{\alpha}, \hat{\beta})$$

Gde je $\ln L$ prirodni logaritam funkcije verodostojnosti i:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha^2} &= \frac{r\beta}{\alpha^2} - \sum_{j=1}^n \left(\frac{t_j}{\alpha} \right)^\beta \left(\frac{\beta}{\alpha^2} \right) (1 + \beta) \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta^2} &= -\frac{r}{\beta^2} - \sum_{j=1}^n \left(\frac{t_j}{\alpha} \right)^\beta \left(\ln \left(\frac{t_j}{\alpha} \right) \right)^2 \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha \partial \beta} &= -\frac{r}{\alpha} - \sum_{j=1}^n \left(\frac{t_j}{\alpha} \right)^\beta \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left(1 + \beta \ln \left(\frac{t_j}{\alpha} \right) \right) \end{aligned}$$

Sada se za parametre dobija interval poverenja za nivo poverenja $100(1-\delta)\%$:

$$\begin{aligned} \alpha &\in \left(\frac{\hat{\alpha}}{\exp(k\sqrt{F^{-1}(1,1)})/\hat{\alpha}}, \hat{\alpha} \exp \left(\frac{k\sqrt{F^{-1}(1,1)}}{\hat{\alpha}} \right) \right) \\ \beta &\in \left(\frac{\hat{\beta}}{\exp(k\sqrt{F^{-1}(2,2)})/\hat{\beta}}, \hat{\beta} \exp \left(\frac{k\sqrt{F^{-1}(2,2)}}{\hat{\beta}} \right) \right) \end{aligned}$$

Gde je k vrednost $100(1-\delta/2)$ percentila standardne normalne raspodele i dati elementi $F^{-1}(1,1)$, $F^{-1}(2,2)$ su elementi inverzne matrice F .

3.1.2 Raspodela inteziteta otkaza

Ranije u radu je definisana funkcija inteziteta otkaza kao:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}$$

I izgled funkcije inteziteta otkaza koja ima oblik korita je dat na slici 6. Modelovanje ovakve funkcije je od velikog interesa za praktične primene jer opisuje životni vek nekog uređaja. Ovakav oblik funkcija je nazvan BFR i u daljem tekstu će se koristiti taj termin (eng. Bathtub Failure Rate distribution). Postoji više definicija BFR funkcije, slede neke od njih.

Definicija 1:⁵ Neka je F kumulativna funkcija raspodele za neprekidnu funkciju inteziteta otkaza $\lambda(t)$ ako postoji t_0 tako da:

- (a) Funkcija $\lambda(t)$ je opadajuća za bilo koje $t < t_0$,
- (b) Funkcija $\lambda(t)$ je rastuća za bilo koje $t > t_0$.

Definicija 1:⁶ Za raspodelu F koja je apsolutno neprekidna i definisana nad intervalom $[0, \infty)$ kažemo da je BFR ako postoji $t_0 > 0$ tako da je $\lambda(t)$ nerastuća nad intervalom $[0, t_0)$ i neopadajuća nad $[t_0, \infty)$.

Postoji veliki broj različitih klasa BFR funkcija, izdvojiće se neke od njih.

Modifikovana Weibulova raspodela koja daje funkciju inteziteta otkaza kao:

$$\lambda(t) = a(b + \gamma \cdot t)t^{b-1}e^{\gamma t}$$

Sa parametrima $a > 0, b \geq 0, \gamma > 0$. Kada je $0 < b < 1$, $\lambda(t)$ je BFR funkcija. Parametri ovog modela mogu se oceniti i grfički i metodom maksimalne verodostojnosti.

Aditivni Weibulov model koji je dobijen zbirom dve Weibulova modela jedan opadajući i jedan rastući. Intezitet otkaza je dat sa:

$$\lambda(t) = ab(at)^{b-1} + cd(ct)^{d-1}$$

Čenov model (Chen, 2000) je dvoparametarska raspodela čija je funkcija inteziteta otkaza:

$$\lambda(t) = \gamma\beta \cdot t^{\beta-1} \exp(t^\beta), \quad \beta > 0, \gamma > 0$$

⁵ Dao Glaser 1980

⁶ Dao Mitra and Basu 1995

Ona je BFR za $0 < \beta < 1$ i rastuća za $\beta > 1$.

3.1.3 Testovi saglasnosti sa Weibulovom raspodelom

Testiranje saglasnosti empirijskih podataka sa Weibulovom raspodelom može se u opštem slučaju opisati kao hipoteza:

H_0 : Populacija se ponaša po Weibulovoj raspodeli, protiv

H_1 : Populacija se ne ponaša po Weibulovoj raspodeli.

Postoji veliki broj različitih testova, navešće se neki od njih koji se najčešće koriste.

- Grafički,
- Hi kvadrat test,
- Smirnov-Kolmogorov test.

Grafički test

U slučaju Weibulove dvoparametarske raspodele, Weibulov verovatnosni graf se koristi za ocenjivanje parametara. Ova metoda uključuje određivanje prave linije tako da suma kvadrata rastojanja tačaka od te linije bude minimalna. Koeficijent determinacije r^2 daje kvantitativnu meru u kojoj model objašnjava varijacije zavisne promenljive. Definisan je kao:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n \bar{Y}^2 \right)}}$$

Gde je $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ i:

$$X_i = \ln t_i$$

$$Y_i = \ln \left(\ln \frac{1}{1 - F(t)} \right)$$

Jedna od najčešće korišćenih ocena za nepouzdanost $F(t)$ je medijalni rang dat sa:

$$\hat{F}(t_i) = \frac{i - 0.3}{n - 0.4}$$

Gde je i broj otkaza do trenutka t_i i n ukupan broj elemenata. Koeficijent determinacije ima vrednost između 0 i 1. Veća vrednost znači da model bolje objašnjava empirijske podatke.

Za testiranje koeficijenta korelacije r , test statistika:

$$\frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Ima Studentovu raspodelu sa $n-2$ stepeni slobode i kritična vrednost za koeficijent r je:

$$r_c = \frac{t_{\alpha, n-2}}{\sqrt{n-2 + t_{\alpha, n-2}^2}}$$

Model je adekvatan ako je izračunata vrednost koeficijenta korelacije veća ili jednaka kritičnoj vrednosti.

Hi kvadrat test

Ovaj test bazira se na grupisanju empirijskih podataka u intervale i izračunavanju razlika između empirijskih i teorijskih frekvencija. Za izvršavanje testiranja podaci se stavljaju u radnu tabelu, zatim se izračunavaju razlike empirijskih i teorijskih frekvencija. Zatim se izračunava suma kvadrata frekvencija podeljenih sa teorijskim frekvencijama. Predpostavimo da su vremena otkaza podeljena u k intervala i obeležimo sa f_e i f_t empirijske i teorijske frekvencije respektivno. Test statistika se dobija kao:

$$X_0 = \sum \frac{(f_{ei} - f_{ti})^2}{f_{ti}}$$

Test statistika ima Hi kvadrat raspodelu sa $k-p-1$ broja stepeni slobode. Pri čemu je $p=2$ broj ocenjenih parametara u Weibulovoj raspodeli. Kritična vrednost testa se dobija kao:

$\chi_{\alpha, k-3}^2$ i nultu hipotezu odbacujemo ako je vrednost test statistike veća od kritične vrednosti.

Smirnov Kolmogorov test

Ovaj test zahteva da najveće rastojanje između kumulativne funkcije raspodele empirijskih podataka i teorijske raspodele dobijene iz modela sa ocenjenim parametrima ne bude veće od kritične vrednosti. To rastojanje se može izraziti kao:

$$D_{\max} = \max_{1 \leq i \leq n} \left| \frac{i}{n} - \hat{F}(t_i) \right|$$

Kritična vrednost je . i nultu hipotezu odbacujemo ako je vrednost test statistike veća ili jednaka od kritične vrednosti.

3.2 Modifikovana Vejbulova raspodela

Modifikovana Vejbulova raspodela je dvoparametarski model kojom se dobija funkcija pouzdanosti oblika:

$$R(t) = \exp(-at^b e^{\gamma t})$$

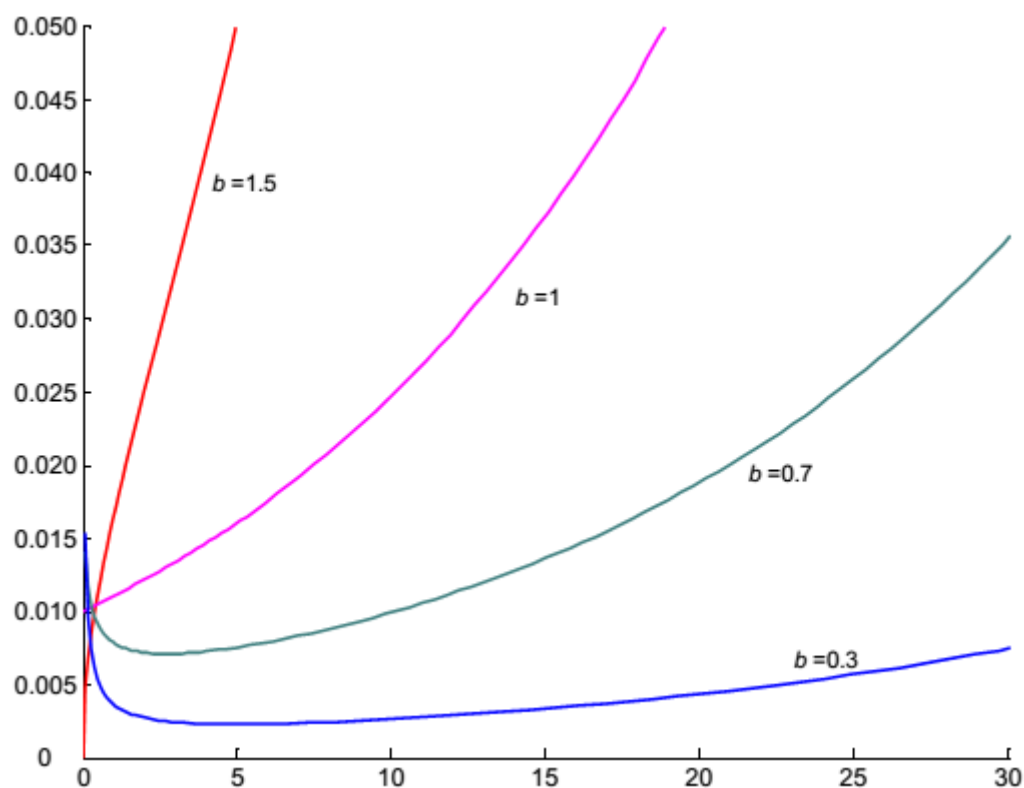
Čija je funkcija gustine verovatnoća data sa:

$$f(t) = a(b + \gamma \cdot t)t^{b-1} \exp(\gamma \cdot t - at^b e^{\gamma t})$$

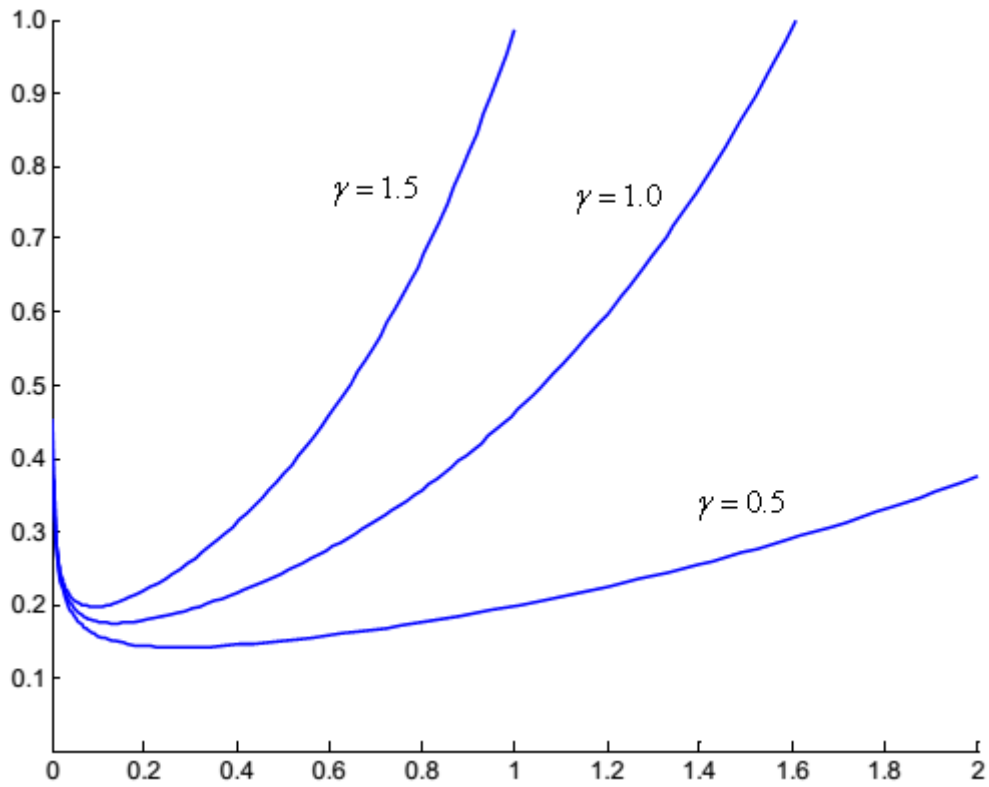
I funkcija inteziteta otkaza je:

$$\lambda(t) = a(b + \gamma \cdot t)t^{b-1} e^{\gamma t}$$

Sa parametrima $a > 0, b \geq 0, \gamma > 0$. Kada je $0 < b < 1$ i $\gamma > 0$, $\lambda(t)$ je BFR funkcija. Kada je $\gamma = 0$ svodi se na dvoparametarsku standardnu Vejbulovu raspodelu. Na slici 7 su prikazani oblici funkcije inteziteta otkaza za razne vrednosti parametara.



Slika 7: Oblici funkcije inteziteta otkaza za razne vrednosti parametra b ($a=0.01, \gamma=0.005$).



Slika 8: Oblici funkcije inteziteta otkaza za razne vrednosti parametra γ (1.5, 1.0, 0.5).

Ocenjivanje parametara metodom maksimalne verodostojnosti

Predpostavimo da ima r elemenata koji su u otkazu i da su $t_1, t_2, \dots, t_r$ vremena ispravnog rada elemenata. Tada funkcija verodostojnosti ima oblik:

$$L = a^n \prod_{i=1}^n (a + \gamma \cdot t_i) t_i^{b-1} \exp\left(-\frac{1}{\alpha^\beta}\right) \left[\sum_{i=1}^n \gamma \cdot t_i - a t_i^b e^{\gamma \cdot t_i} \right]$$

Logaritam funkcije verodostojnosti je:

$$\ln L(a, b, \gamma) = n \ln a + \sum_{i=1}^n \left[\ln(b + \gamma \cdot t_i) + (b-1) \ln t_i + \gamma \cdot t_i - a t_i^b e^{\gamma \cdot t_i} \right]$$

Prvi parcijalni izvodi su:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial a} = \frac{n}{a} - \sum_{i=1}^n t_i^b e^{\gamma \cdot t_i}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial b} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{b + \gamma \cdot t_i} + \ln t_i - a t_i^b \ln t_i e^{\gamma \cdot t_i} \right]$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{t_i}{b + \gamma \cdot t_i} + t_i - at_i^{b+1} \ln t_i e^{\gamma t_i} \right]$$

Neka je $\theta = (a, b, \gamma)$, i vektor prvih parcijalnih izvoda je:

$$U(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \ln L}{\partial a} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial b} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} \end{pmatrix}$$

Izjednačavanjem vektora prvih izvoda sa nulom, možemo naći maksimum funkcije verodostojnosti. Pod određenim uslovima, logaritam funkcije verodostojnosti asimptotski ima normalnu raspodelu. Vektor $U(\theta)$ ima sredinu 0 i Fišerova informaciona matrica kao matrica kovarijansi je:

$$I(\theta) = E \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial a^2} & -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial a \partial b} & -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial a \partial \gamma} \\ -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial b \partial a} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial b^2} & -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial b \partial \gamma} \\ -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial a} & -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial b} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma^2} \end{pmatrix}$$

Gde su:

$$I_{aa} = -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial a^2} = \frac{n}{a^2}$$

$$I_{bb} = -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial b^2} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{(b + \gamma \cdot t_i)^2} + at_i^b \ln^2 t_i e^{\gamma t_i} \right]$$

$$I_{\gamma\gamma} = -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma^2} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{t_i^2}{(b + \gamma \cdot t_i)^2} + at_i^{b+2} e^{\gamma t_i} \right]$$

$$I_{ab} = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial a \partial b} = \sum_{i=1}^n \left[t_i^b \ln t_i e^{\gamma t_i} \right]$$

$$I_{a\gamma} = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial a \partial \gamma} = \sum_{i=1}^n \left[t_i^{b+1} e^{\gamma t_i} \right]$$

$$I_{\gamma b} = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial b} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{t_i}{(b + \gamma \cdot t_i)^2} + at_i^{b+1} \ln t_i e^{\gamma t_i} \right]$$

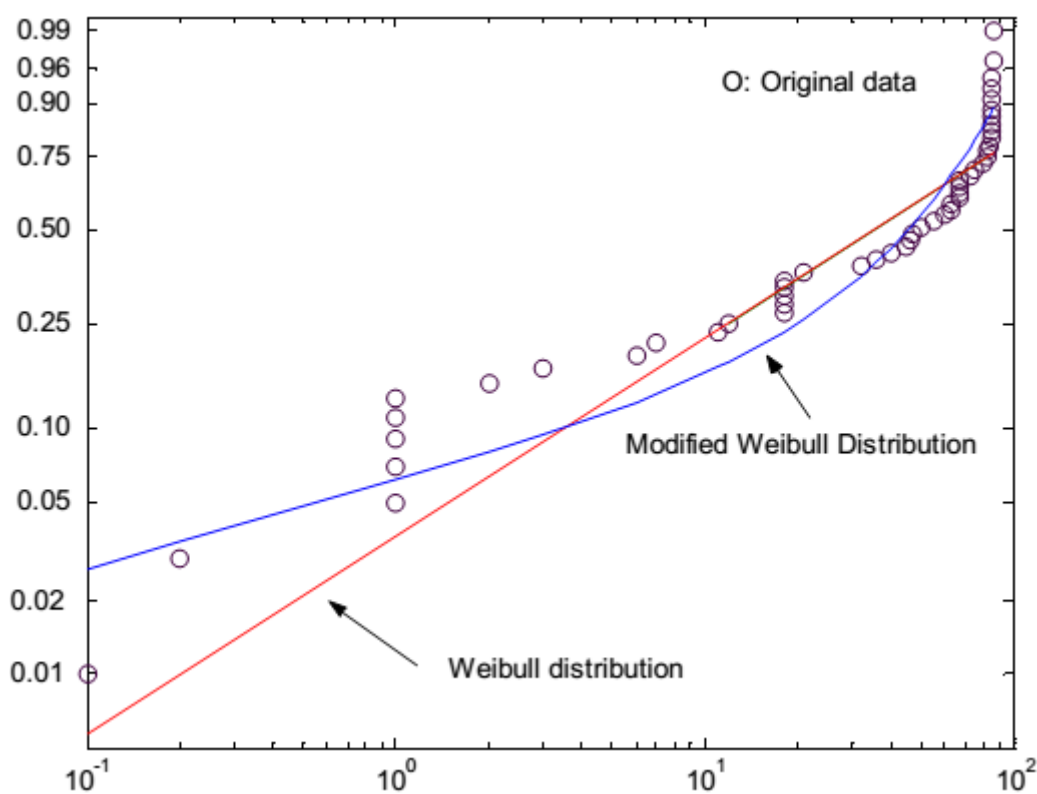
Hipoteza $H_0: \gamma=0$ ima potpuno isto značenje kao kod testiranja modela Weibulove raspodele. Ako se može pretpostaviti da je parametar $\gamma=0$ ne mora se koristiti Modifikovana Weibulova raspodela jer ona u tom slučaju asimptotski teži Weibulovoj raspodeli.

Numerički primer 1.

Razmotrimo podatke o otkazima 50 datih u radu (Aarset 1987). Ocenjeni parametri metodom maksimalne verodostojnosti su:

$$\hat{a} = 0.0624 \quad \hat{b} = 0.3548 \quad \hat{\gamma} = 0.0233$$

Vrednosti su dobijene izračunavanjem primenom programskog paketa Matlab. Na slici 9, dat je Weibulov verovatnosni graf i sa Weibulovom i sa Modifikovanom Weibulovom raspodelom.



Slika 9: Verovatnosni graf

Inverzna informaciona matrica je:

$$I^{-1} = \begin{bmatrix} 0.003 & -0.0037 & 4.77E-5 \\ -0.0037 & 0.0443 & -0.0007 \\ 4.77E-5 & -0.0007 & 1.58E-5 \end{bmatrix}$$

Interval poverenja za ocenjene parametre u Modifikovanoj Weibulovoj raspodeli su dati u tabeli 1:

Tabela 1: Vrednosti parametara i granica intervala poverenja

Ocenjeni parametar		95% Interval poverenja Donja granica	95% Interval poverenja Donja granica
α	0.0624	0.0618	0.0631
β	0.3548	0.2680	0.4416
γ	0.0233	0.02328	0.02335

Koeficijent korelacije je $r=0.9503$ i koeficijent determinacije iznosi 90%. Za statistički test koeficijenta korelacije, kritična vrednost iznosi:

$$r_c = \frac{t_{\alpha, n-2}}{\sqrt{n-2 + t_{\alpha, n-2}^2}} = 0.28$$

Pošto je koeficijent korelacije veći od kritične vrednosti, prihvatamo Weibul-ova raspodela sa ocenjenim parametrima dobro opisuje date empirijske podatke. Sa slike 9 se vidi da model sa Modifikovanom Vejbulovom raspodelom bolje opisuje date podatke. Takođe se može zaključiti da je bolje koristiti Modifikovanu Vejbulovu raspodelu, bez obzira što je koeficijent determinacije za Vejbulovu raspodelu visok (90%).

Testiranje pomoću Hi kvadrat testa zahteva da podatke grupišemo u intervale, pa se dobija radne tabela:

Tabela 2: Radna tabela za Hi kvadrat test

		Empirijske frekvencije	Teorijske frekvencije	
0	10	11	10.683	0.009406
10	30	8	14.033	2.593678
30	50	7	8.76	0.353607
50	80	11	7.656	1.460598
80	>	13	8.868	1.925285
		50		6.342574

Vrednost test statistike iznosi 6.342 a kritična vrednost za nivo značajnosti 0.05 je $\chi_{5-3-1;0.95}^2 = 5.991$ i hipotezu da podaci prate Vejbulovu raspodelu odbacujemo.

3.3 Proširena Weibulova raspodela

Funkcija pouzdanosti za Proširenu Weibulovu raspodelu je data sa:

$$R(t) = \exp(\gamma\alpha(1 - e^{-(t/\alpha)^\beta}))$$

Za $\gamma, \alpha, \beta > 0$, $t \geq 0$. Odgovarajuća funkcija inteziteta otkaza je data sa:

$$\lambda(t) = \gamma\beta\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right)$$

Za Proširenu Weibulovu raspodelu, funkcija raspodele i funkcija gustine verovatnoća su date sa:

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - \exp(\gamma\alpha(1 - e^{-(t/\alpha)^\beta}))$$

$$f(t) = \gamma\beta\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta + \gamma\alpha\left(1 - \exp\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right)\right)$$

Osobine funkcije inteziteta otkaza

Da bi ispitali osobine funkcije inteziteta otkaza, prvi izvod je:

$$\lambda'(t) = \frac{\gamma\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-2} \exp\left(\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right) \left(\beta\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta + (\beta-1)\right)$$

Oblik funkcije inteziteta otkaza zavisi od parametra β , razmotriće se dva slučaja:

Slučaj 1: $\beta > 1$

Za bilo koje $t > 0$ je $\lambda(t) > 0$ i $\lambda(t)$ je rastuća funkcija

$\lambda(0) = 0$ za $\beta > 1$ i $\lambda(0) = \gamma$ za $\beta = 1$

$\lambda(t) \rightarrow \infty$, $t \rightarrow \infty$

Slučaj 2: $0 < \beta < 1$

Neka je $\lambda(b^*) = 0$, dobija se jednačina:

$$\beta\left(\frac{b^*}{\alpha}\right)^\beta + \beta - 1 = 0$$

Rešavanjem ove jednačine, dobija se da je minimum funkcije inteziteta otkaza:

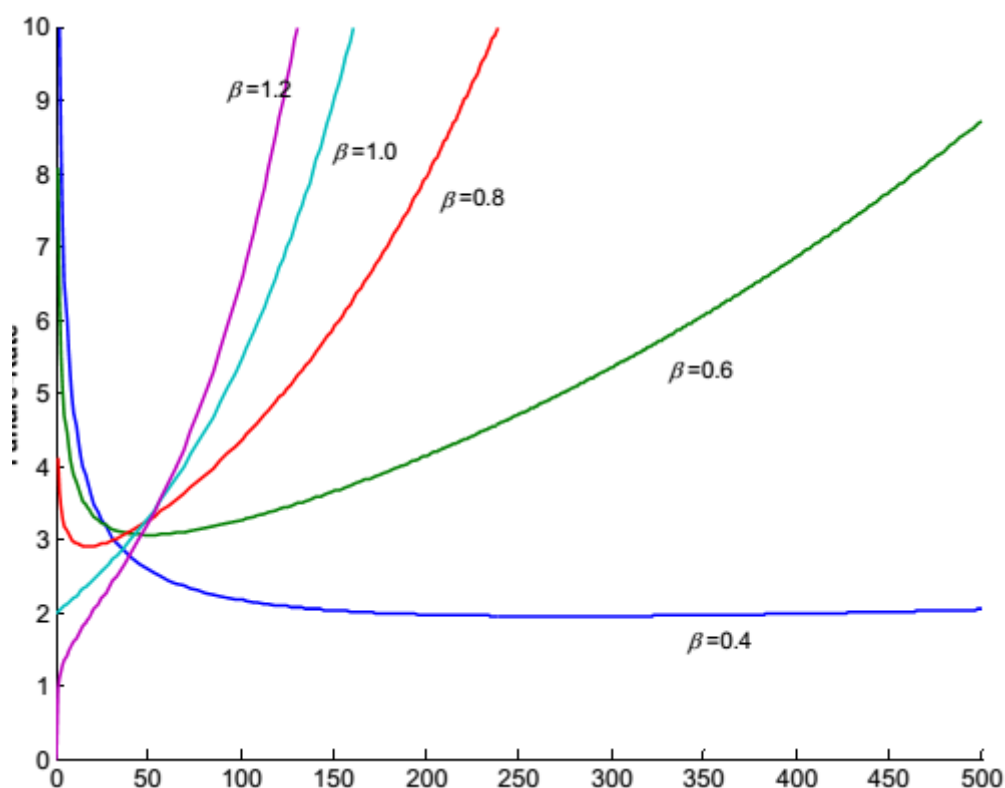
$$b^* = \alpha \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^{1/\beta}$$

Sada se može primetiti da kada je $0 < \beta < 1$, b^* postoji i konačno je. Za $t < b^*$, $\lambda(t) < 0$ i funkcija inteziteta otkaza je monotonno opadajuća. Za $t > b^*$, $\lambda(t) > 0$ i funkcija inteziteta otkaza je monotonno rastuća. Znači da funkcija inteziteta otkaza ima osobinu BFR.

$\lambda(t) \rightarrow \infty$ kada $t \rightarrow 0$ i $t \rightarrow \infty$

Tačka minimuma b^* raste, kada parametar β opada.

Na slici je prikazan oblik funkcije inteziteta otkaza za različite vrednosti parametra β .



Slika 10: Oblici Proširene Weibulove raspodele

Očekivano vreme do otkaza Proširene Weibulove raspodele ili srednje vreme do otkaza (MTBF) se dobija kao:

$$\mu = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} \exp(\gamma \alpha (1 - e^{(t/\alpha)^\beta})) dt$$

Ovaj integral nema analitičko rešenje u zatvorenoj formi tj može se rešiti samo numeričkim postupcima.

Varijansa Proširene Vejbulove raspodele se dobija kao:

$$D(T) = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - \mu^2 = 2 \int_0^{\infty} t R(t) dt - \mu^2 = 2 \int_0^{\infty} \exp(\gamma \alpha (1 - e^{(t/\alpha)^\beta})) dt - \mu^2$$

Ovaj integral, takođe, mora se rešavati numeričkim postupcima. U tabeli su date vrednosti za sredinu i varijansu Proširene Vejbulove raspodele za nekoliko različitih vrednosti parametra β .

Tabela 3: Sredina i varijansa Proširene Vejbulove raspodele

β	MTTF	Varjansa
0.4	1.2438	1.5319
0.6	0.8292	0.6808
0.8	0.6219	0.383
1	0.4975	0.2451
1.2	0.4146	0.1702

Ocenjivanje parametara Proširene Vejbulove raspodele metodom maksimalne verodostojnosti

Predpostavimo da ima k elemenata koji su u otkazu od ukupno n elemenata i da su $t_1, t_2, \dots, t_k$ vremena ispravnog rada elemenata. Tada funkcija verodostojnosti ima oblik:

$$L = \gamma^k \beta^k \prod_{i=1}^k \left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[\sum_{i=1}^k \left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta + \sum_{i=1}^k \gamma \alpha \left(1 - \exp \left(\left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta \right) \right) + (n-k) \gamma \alpha \left(1 - \exp \left(\left(\frac{t_k}{\alpha} \right)^\beta \right) \right) \right]$$

Logaritam funkcije verodostojnosti je dat sa:

$$\ln L = k \ln \gamma + k \ln \beta + n \gamma \alpha + (\beta - 1) \sum_{i=1}^k \ln t_i + \sum_{i=1}^k \left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta - \sum_{i=1}^k \gamma \alpha \exp \left(\left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta \right) - (n-k) \gamma \alpha \exp \left(\left(\frac{t_k}{\alpha} \right)^\beta \right)$$

Prvi parcijalni izvod po γ , daje:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = \frac{k}{\gamma} + n \alpha - \alpha \sum_{i=1}^k \exp \left(\left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta \right) - (n-k) \alpha \exp \left(\left(\frac{t_k}{\alpha} \right)^\beta \right)$$

Izjednačavanjem prvog parcijalnog izvoda sa nulom i sređivanjem izraza, dobija se:

$$\frac{k}{\gamma} + n\alpha - \alpha \sum_{i=1}^k \exp\left(\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta\right) - (n-k)\alpha \exp\left(\left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta\right) = 0$$

$$\hat{\gamma} = \frac{k}{\alpha \sum_{i=1}^k \exp\left(\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta\right) + (n-k)\alpha \exp\left(\left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta\right) - n\alpha}$$

Prvi parcijalni izvodi funkcije verodostojnosti po parametrima α i β su:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} &= \frac{k(\beta-1)}{\alpha} + n\gamma - \frac{\beta}{\alpha} \sum_{i=1}^k \ln\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta - \gamma \sum_{i=1}^k \exp\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta \left(1 - \beta \left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta\right) - \\ &\quad - \gamma(n-k)\alpha \exp\left(\left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta\right) \left(1 - \beta \left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta\right) \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta} &= \frac{k}{\beta} + \sum_{i=1}^k \ln\left(\frac{t_i}{\alpha}\right) + \sum_{i=1}^k \left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta \ln\left(\frac{t_i}{\alpha}\right) - \gamma\alpha \sum_{i=1}^k \left[\exp\left(\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta\right) \left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta \ln\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)\right] - \\ &\quad - (n-k)\gamma\alpha \exp\left(\left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta\right) \left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta \ln\left(\frac{t_k}{\alpha}\right) \end{aligned}$$

Izjednačavanjem prvih parcijalnih izvoda sa nulom dobija se sistem dve jednačine sa dva nepoznata parametra:

$$\begin{aligned} \frac{k(\beta-1)}{\alpha} + n\gamma - \frac{\beta}{\alpha} \sum_{i=1}^k \ln\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta - \gamma \sum_{i=1}^k \exp\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta \left(1 - \beta \left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta\right) - \\ - \gamma(n-k)\alpha \exp\left(\left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta\right) \left(1 - \beta \left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta\right) &= 0 \\ \frac{k}{\beta} + \sum_{i=1}^k \ln\left(\frac{t_i}{\alpha}\right) + \sum_{i=1}^k \left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta \ln\left(\frac{t_i}{\alpha}\right) - \gamma\alpha \sum_{i=1}^k \left[\exp\left(\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta\right) \left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta \ln\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)\right] - \\ - (n-k)\gamma\alpha \exp\left(\left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta\right) \left(\frac{t_k}{\alpha}\right)^\beta \ln\left(\frac{t_k}{\alpha}\right) &= 0 \end{aligned}$$

Ovaj sistem jednačina se ne može rešiti analitički u zatvorenom obliku, već jedino numeričkim postupcima rešavanja.

Numerički primer 2:

Razmotrimo podatke o otkazima 50 datih u radu (Aarset 1987). Ocenjeni parametri metodom maksimalne verodostojnosti su:

$$\hat{\gamma} = 0.0088, \quad \hat{\alpha} = 13.747, \quad \hat{\beta} = 0.588$$

3.4 Primene modela

Funkcija inteziteta otkaza sa oblikom BFR nalazi primenu u teoriji pouzdanosti za donošenje odluka. Posebno za određivanje vremena uhodavanja i vremena zamene pojedinih delova uređaja ili kompletnih uređaja. Kada se uvodi u primenu novi uređaj, broj otkaza može biti visok zbog grešaka u projektovanju (konstrukciji), grešaka u proizvodnji, nepravilnosti u montaži itd. Tokom perioda eksploatacije broj otkaza ima ustaljene vrednosti, i tokom starenja broj otkaza se postepeno povećava.

3.4.1 ODREĐIVANJE VREMENA UHODAVANJA

Vreme uhodavanja t_b je najvažniji kriterijum koji treba analizirati. Ovo vreme se može odrediti maksimiziranjem očekivanog vremena preostalog rada (Mi, 1995). Uvođenjem novog uređaja, svi oni imaju drugačije funkcije inteziteta otkaza i drugačije minimalne vrednosti. Očekivana vrednost vremena preostalog rada je:

$$\mu(t) = E(x - t \mid X > t) = \frac{\int_t^{\infty} R(x) dx}{R(t)}$$

Vreme uhodavanja treba da bude u trenutku dok funkcija inteziteta otkaza ima opadajući trend. Određivanjem minimuma očekivane vrednosti preostalog rada može se zaključiti:

$$t_b < b^* = \alpha \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^{1/\beta}$$

Odavde se t_b može izračunati numeričkim postupcima. Vrednost minimuma funkcije inteziteta otkaza raste kada α raste ili kada β opada.

Drugi kriterijum koji se primenjuje u teoriji pouzdanosti je ograničavanje broja otkaza na neki prihvatljiv nivo r_b . Odavde se dobija još jedna jednačina za određivanje vremena uhodavanja.

$$\gamma\beta\left(\frac{t_b}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t_b}{\alpha}\right)^\beta\right) = r_b$$

Ova jednačina daje dva moguća rešenja, ali vreme uhadavanja treba da bude manja vrednost od ova dva.

3.4.2 ODREĐIVANJE VREMENA ZAMENE

Određivanje vremena zamene je važno zbog bezbednosti i održavanja sistema u funkcionalnoj ispravnosti u toku eksploatacije. Predpostavimo da je kriterijum ograničavanje broja otkaza na neki prihvatljiv nivo r_c . Neka je t_c vreme zamene, ono se može dobiti rešavanjem sledeće jednačine:

$$\gamma\beta\left(\frac{t_c}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t_c}{\alpha}\right)^\beta\right) = r_c$$

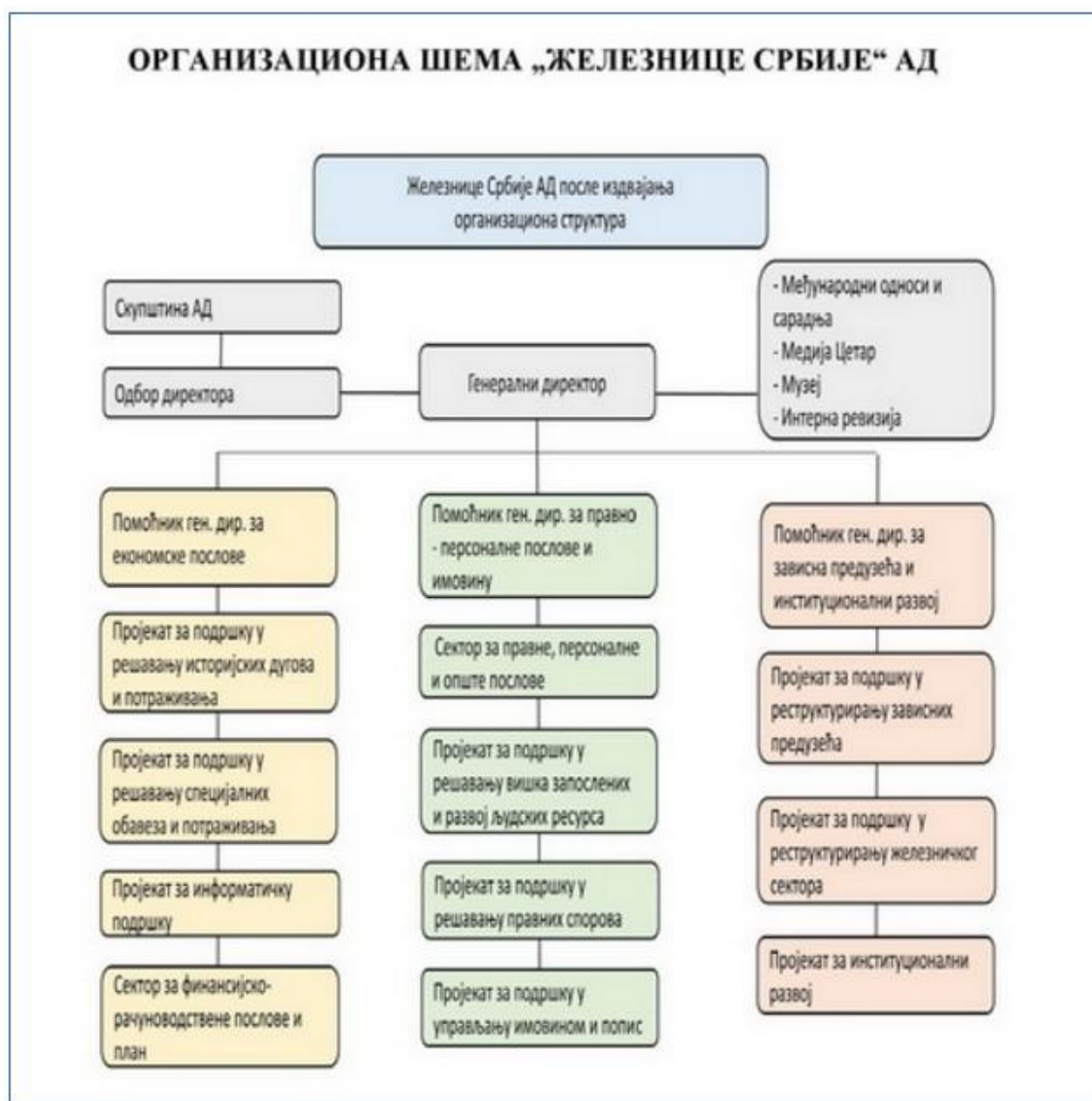
Ova jednačina daje dva moguća rešenja, ali vreme zamene treba da bude veća vrednost od ova dva.

4. PRIMENA NA ODRŽAVANJE TELEKOMUNIKACIONIH UREĐAJA

“Železnice Srbije” je privredno društvo sa sedištem u Beogradu, Nemanjina 6. Delatnosti Društva “Železnice Srbije” ad su: Inženjerske delatnosti i tehničko savetovanje, konsultantske delatnosti u oblasti informacione tehnologije i ostale usluge informacione tehnologije, kupovina i prodaja vlastitih nekretnina, kao i iznajmljivanje vlastitih ili iznajmljenih nekretnina i upravljanje njima, računovodstveni, knjigovodstveni i revizorski poslovi, poresko savetovanje, tehničko ispitivanje i analize, iznajmljivanje i lizing ostalih mašina, opreme imaterijalnih dobara, delatnost muzeja, galerija i zbirki.

Akcionarsko društvo za upravljanje železničkom infrastrukturom “Infrastruktura železnice Srbije”. Pretežna delatnost Društva: Uslužne delatnosti u kopnenom saobraćaju. Delatnost obuhvata upravljanje javnom železničkom infrastrukturom, u delu održavanja javne železničke infrastrukture, organizovanja i regulisanja železničkog saobraćaja, obezbeđenja pristupa i korišćenja javne železničke infrastrukture svim zainteresovanim železničkim prevoznicima, kao i pravnim i fizičkim licima koja obavljaju prevoz za sopstvene potrebe, kao i zaštita javne železničke infrastrukture. Društvo obavlja delatnost od opšteg interesa, u skladu sa zakonom.

Akcionarsko društvo “Infrastruktura železnice Srbije” je organizovano po sektorima na osnovu vrste delatnosti i teritorijalno. Sektor za održavanje Elektrotehničkih uređaja podeljen je teritorijalno na Sekcije Novi Sad, Beograd i Niš. Sekcija za održavanje elektrotehničkih uređaja Novi Sad podeljena je na Službe za održavanje prema tipovima uređaja: signalno-sigurnosnu, telekomunikacionu, elektro-energetsku i službu za kontaktnu mrežu. Služba za održavanje telekomunikacionih uređaja Novi Sad podeljena je teritorijalno po deonicama.



Slika 11: Organizaciona šema javnog preduzeća “Železnice Srbije”⁷

U Akcionarskom društvu “Infrastruktura železnice Srbije” izražena je raznolikost uređaja kako po tehnološkoj starosti tako i po nameni. Ova raznolikost i teritorijalna rasprostranjenost tehnološke opreme usložnjava primenu teorijskih modela planiranja nabavke i održavanja tehnološke opreme.

⁷ Zvanična VEB strana “Železnice Srbije” ad.

4.1 Opis delova unutar tehnološkog sistema

U organizacionom delu Novi Sad, Sekcija za održavanje elektrotehničkih uređaja Novi Sad u svojoj nadležnosti za održavanje, uređaji imaju sledeću tehnološku namenu.

Vazdušni vodovi. Služe za komunikaciju između železničkih stanica. U pitanju je govorna komunikacija otpravnika vozova kao i slanje signala objave polazaka vozova. Ova komunikacija je isključivo u svrhu regulisanja saobraćaja vozova i potrebno je da se neprekidno snimaju svi obavljeni razgovori i emitovani regulacioni signali.

Lokalni kablovi. Povezuju uređaje za komunikaciju unutar objekata međusobno i sa prenosnim vodovima.

Telefonska centrala. Omogućuje govornu komunikaciju između svih radnih mesta unutar preduzeća kao i komunikaciju sa javnom telefonskom mrežom.

Telefon. Krajnji uređaj namenjen za govornu komunikaciju između dva korisnika.

Induktorski telefon. Uređaj namenjen za komunikaciju između železničkih stanica, isključivo za regulisanje saobraćaja vozova i ostale službene potrebe.

Budilica. Uređaj namenjen za prijem regulacionih signala objave polazaka vozova.

Održavanje projektovanog i izgrađenog tehnološkog sistema predstavlja delatnost koja ima za cilj da održi optimalnu raspoloživost tehnološkog sistema i obezbede potreban nivo pouzdanosti svih delova sistema uz što manje troškove održavanja. Održavanje nije proces koji je izolovan i sam sebi dovoljan već se mora sprovoditi paralelno sa proizvodnim procesima, odnosno uporedo sa saobraćajem vozova. U velikoj meri utiče na obavljanje saobraćaja vozova i potrebno ga je projektovati tako da ni u najmanjoj meri ne remeti saobraćaj vozova.

4.2 Analiza mogućih otkaza

Analiza mogućih otkaza služi da se omogući procena na nivou celog sistema koji su delovi, odnosno komponente sistema sa kritičnim karakteristikama. To upućuje kojim delovima sistema se mora posvetiti veća pažnja prilikom nabavke opreme i projektovanja održavanja. Postoji više metoda za ovu vrstu analize, jedna od njih je FMEA (Failure Mode Effect Analysis)⁸ koja omogućuje analitički pristup kada se radi sa potencijalnim otkazima događajima i njihovim uzrocima. FMEA metoda određuje koji rizik će imati najveći uticaj i daje način kako prevazići problem pre nego što se pojavi. Implementacija metode se sprovodi u sledećim koracima:

1. Identifikovati komponente ili procese koji će se analizirati,
2. Identifikovati načine, efekte, uzroke i akcije za svaku komponentu koja će se analizirati,
3. Oceniti rizik komponente,

⁸ Vidi Literaturu 7, 8 i 9.

4. Odrediti prioritet korektivnih akcija,
5. Sprovesti i oceniti rezultate korektivnih akcija.

4.2.1 Vazdušni vodovi

Kod ovog dela tehnološkog sistema identifikujemo sledeće komponente:

- noseći stub,
- nosač kabela i
- kabel.

Noseći stub. Komponenta služi da nosi kabel na propisanoj udaljenosti od tla i od pruge. U slučaju otkaza ove komponente kabel je znatno više izložen potencijalnim rizicima. Uzroci otkaza mogu biti elementarne nepogode (olujni vetar, udar groma), ili požari u pružnom pojasu. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Nosač kabla. Komponenta služi da pričvrsti kabel za noseći stub. Ima više vrsti ovih nosača sa različitim dodatnim funkcijama. U slučaju otkaza kabel je više izložen potencijalnim rizicima. Uzroci otkaza mogu biti habanje tokom upotrebe. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Kabel. Komponenta služi za prenos električnih signala. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta prenosa ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti vremenske nepogode (olujni vetar, udar groma i dr.), oštećenja usled ljudskih aktivnosti, oksidacija, starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

4.2.2 Lokalni kablovi

Kod ovog dela tehnološkog sistema identifikovane su sledeće komponente:

- kablovski priključak i
- kabel.

Kablovski priključak. Komponenta služi za priključivanje instalacije na kabel. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta prenosa ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Kabel. Komponenta služi za prenos električnih signala. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta prenosa ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti oštećenja usled ljudskih aktivnosti, oksidacija, starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

4.2.3 Telefonska centrala

Kod ovog dela tehnološkog sistema identifikovane su sledeće komponente:

- razdelnik,
- koordinatni birači i
- napajanje.

Razdelnik. Komponenta služi da poveže centralu sa instalacijama i sa spojnim vodovima (kablovima), pri čemu pomoću osigurača štiti centralu od prenapona na instalacijama i spojnim vodovima. Takođe omogućuje ispitivanje centrale, instalacija i krajnjih uređaja. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta prenosa ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Birači. Komponenta služi da uspostavi zahtevanu vezu između dva korisnika. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta prenosa ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti nečistoće na kontaktima, oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Napajanje. Komponenta služi da transformiše napon iz elektrodistributivne mreže u potrebne nivoe za rad ostalih komponenti sistema. Takođe obezbeđuje autonomno napajanje u trajanju do 48 h u slučaju nestanka napajanja iz javne elektrodistributivne mreže. U slučaju otkaza na ovoj komponenti ceo sistem je van funkcije. Mogući uzroci neispravnosti su prevelike oscilacije napona napajanja, starost materijala, i slučajni otkazi. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

4.2.4 Telefon

Kod ovog dela tehnološkog sistema identifikovane su sledeće komponente:

- mikrotelefonska kombinacija,
- spiralni kabel,
- brojčanik i
- kućište.

Mikrotelefonska kombinacija. Komponenta služi da pretvara električne signale govora u zvuk i obrnuto. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta govora ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti nečistoće na kontaktima, oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Spiralni kabel. Komponenta služi da prenese električne signale govora sa mikrotelefonske kombinacije do kućišta i obrnuto. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta govora ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti oksidacija ili starost materijala.

Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Brojčanik. Komponenta služi da prenese zahtev za željenom vezom telefonskoj centrali. Može biti mehanička ili elektronska. U slučaju otkaza dolazi do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti nečistoće na kontaktima, oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Kućište. Komponenta služi za fizički realizuje potrebne funkcije. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta govora ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

4.2.5 Induktorski telefon

Kod ovog dela tehnološkog sistema identifikovane su sledeće komponente:

- mikrotelefonska kombinacija,
- spiralni kabel,
- induktor i
- kućište.

Mikrotelefonska kombinacija. Komponenta služi da pretvara električne signale govora u zvuk i obrnuto. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta govora ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti nečistoće na kontaktima, oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Spiralni gajtan. Komponenta služi da prenese električne signale govora sa mikrotelefonske kombinacije do kućišta i obrnuto. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta govora ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti oksidacija ili starost materijala.

Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Induktor. Komponenta služi da prenese zahtev za vezom udaljenom korisniku. U slučaju otkaza dolazi do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti nečistoće na kontaktima, oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

Kućište. Komponenta služi za fizički realizuje potrebne funkcije. U slučaju otkaza dolazi do smanjenih karakteristika kvaliteta govora ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

4.2.6 Budilica

Kod ovog dela tehnološkog sistema identifikovana je sledeća komponenta:

- Elektromagnet.

Elektromagnet. Komponenta služi da električne signale koji su poslani iz susedne stanice pretvori u zvučni signal. U slučaju otkaza dolazi do smanjene čujnosti ili do potpunog prekida funkcija. Uzroci otkaza mogu biti oksidacija ili starost materijala. Nakon primećene neispravnosti potrebno ju je u što kraćem roku otkloniti.

4.3 Ocena rizika komponenti

Da bi se odredila ocena (Risk Priority Number)⁹ potrebno je:

- oceniti ozbiljnost svakog efekta komponente,
- oceniti verovatnoću pojave svakog efekta i
- oceniti verovatnoću detektovanja svakog efekta.

Ukupna ocena se dobija na sledeći način:

$$\text{Ocena} = \text{ozbiljnost} \times \text{pojava} \times \text{detektovanje}$$

⁹ Vidi Literaturu 6 i 7.

Za ocenu ozbiljnosti uvodimo skalu prikazanu u Tabeli 4:

Tabela 4: Skala za davanje ocene ozbiljnosti

Ozbiljnost	Ocena
Nikakva. Nema razloga da se očekuje da će otkaz imati efekta na zdravlje, okruženje ili misiju.	1
Vrlo mala. Neznatni poremećaji funkcionisanja. Opravka može biti završena čim se uoči otkaz.	2
Mala. Neznatni poremećaj funkcionisanja. Opravka može trajati duže ali neće ugroziti misiju.	3
Mala do umerena. Umereni poremećaj funkcionisanja. Neki delovi misije se moraju preraditi ili delovi procesa odložiti.	4
Umerena. Umereni poremećaj funkcionisanja. Cela misija se mora preraditi ili proces odložiti.	5
Umerena do velika. Umereni poremećaj funkcionisanja. Neki delovi misije su izgubljeni. Umereno kašnjenje u obnavljanju sistema.	6
Velika. Veliki poremećaj funkcionisanja. Neki delovi misije su izgubljeni. Značajno kašnjenje u obnavljanju sistema.	7
Veoma velika. Veliki poremećaj funkcionisanja. Dolazi do prekida saobraćaja.	8
Dolazi do prekida saobraćaja. Pojava materijalne štete na nekim delovima tehnološke opreme.	9
Dolazi do prekida saobraćaja. Pojava materijalne štete na nekim delovima tehnološke opreme i do pojave opasnosti po život i zdravlje ljudi.	10

Za ocenu verovatnoće pojave uvodimo skalu prikazanu u Tabeli 5:

Tabela 5: Skala za davanje ocene verovatnoće pojave

Pojava	Ocena
Neznatno. Otkaz je skoro neverovatan.	1
Malo. Vrlo retki otkazi. Javljaju se jednom godišnje.	2
Malo. Relativno retki otkazi. Javljaju se jednom mesečno.	3
Umereno malo. Nečesti otkazi. Javljaju se jednom nedeljno.	4
Umereno. Povremeni otkazi. Javljaju se svakodnevno.	5
Umereno veliko. Frekventni otkazi. Javljaju se više puta tokom dana.	6
Veliko. Otkazi se ponavljaju pri pokušaju ostvarenja neke specifične funkcije.	7
Veliko. Otkazi se ponavljaju pri pokušaju ostvarenja nekoliko specifičnih funkcija.	8
Veliko. Otkazi i bezotkazni rad su skoro isti. Uvek pri pokušaju korišćenja dela tehnološke opreme.	9
Veoma veliko. Tehnološka oprema ne obavlja svoju funkciju.	10

Za ocenu mogućnosti detektovanja pojave uvodimo skalu prikazanu u Tabeli 6:

Tabela 6: Skala za davanje ocene mogućnosti detektovanja

Pojava	Ocena
Skoro izvesno. Otkaz se detektuje odmah po pojavi.	1
Visoka. Otkaz se detektuje odmah po pojavi uz korišćenje dodatnih uređaja za skeniranje.	2
Srednja. Otkaz se detektuje odmah nakon pokušaja korišćenja tog dela tehnološke opreme.	3
Niska. Otkaz se detektuje nakon više korišćenja tog dela tehnološke opreme od strane više korisnika opreme.	4
Neznatna. Tehnološka oprema funkcioniše sa povećanom potrošnjom energije i ostalih resursa. Uzrokuje ubrzano habanje ostalih delova tehnološkog sistema.	5
Skoro nemoguća. Tehnološka oprema funkcioniše sa neznatno većom potrošnjom energije. Uzrokuje ubrzano habanje ostalih delova tehnološkog sistema.	6

Rezultati ocene rizika komponenti dati su u Tabeli 7.

Tabela 7: Radni list za davanje ocene rizika komponenti

Deo sistema	Komponenta	Način otkaza	Efekat otkaza		Ozbiljnost	Uzrok otkaza	Verovatnoća pojave	Mogućnost detektovanja	Ocena	Odgovornost	Akcija
			Neposredni efekat	Sistemska efekat							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vazdušni vodovi	Noseći stub	Ne drži kabal	Nema	Dodatni troškovi	3	Elementarne nepogode, požari...	5	3	45	-	Popravka ili zamena
	Nosač kabla	Ne drži kabal	Nema	Dodatni troškovi	3	Habanje, starenje materijala...	1	3	9	-	Zamena
	Kabal	Smetnja ili prekid	Otežano sporazumevanje	Prekid veze	3	Elementarne nepogode, starenje materijala...	5	1	15	-	Popravka
Lokalni kablovi	Kablovski priključak	Smetnja ili prekid	Otežano sporazumevanje	Prekid veze	4	Oksidacija, starenje materijala...	2	1	8	-	Popravka ili zamena
	Kabal	Smetnja ili prekid	Otežano sporazumevanje	Prekid veze	4	Oksidacija, starenje materijala...	2	1	8	-	Popravka
Telefonska	Razdelnik	Osigurač	Prekid veze	Prekid veze	1	Oksidacija, starenje	2	1	2	-	Popravka

centrala						materijala...					
	Koordinatni birači	Otkaz	Otkaz	Otkaz	4	Zaprljani kontakti, oksidacija, starenje materijala...	1	1	4	-	Popravka
	Napajanje	Otkaz	Nema ili otkaz	Nema komunikacije	3	Oscilacije napona napajanja u javnoj mreži, starenje materijala...	1	2	6	-	Popravka ili zamena
Telefon	Mikro-telefonska kombinacija	Smetnja ili otkaz	Nema ili otkaz	Nema	1	Priljavi kontakti, oksidacija, starenje materijala...	2	1	2	-	Popravka ili zamena
	Spiralni kabel	Smetnja ili otkaz	Nema ili otkaz	Nema	1	Habanje, oksidacija, starenje materijala...	2	1	2	-	Popravka ili zamena
	Brojčanik	Smetnja ili otkaz	Nema ili otkaz	Nema	1	Priljavi kontakti, oksidacija, starenje	2	1	2	-	Popravka ili zamena

						materijala...					
	Kućište	Smetnja ili otkaz	Nema ili otkaz	Nema	1	Lomovi, starenje materijala...	1	1	1	-	Popravka ili zamena
Induktorski telefon	Mikro-telefonska kombinacija	Smetnja ili otkaz	Nema ili otkaz	Otežano regulisanje saobraćaja vozova	1	Priljavi kontakti, oksidacija, starenje materijala...	2	1	2	-	Popravka ili zamena
	Spiralni kabel	Smetnja ili otkaz	Nema ili otkaz	Otežano regulisanje saobraćaja vozova	1	Habanje, oksidacija, starenje materijala...	2	1	2	-	Popravka ili zamena
	Induktor	Smetnja ili otkaz	Nema ili otkaz	Otežano regulisanje saobraćaja vozova	1	Priljavi kontakti, oksidacija, starenje materijala...	1	1	1	-	Popravka ili zamena
	Kućište	Smetnja ili otkaz	Nema ili otkaz	Otežano regulisanje saob. vozova	1	Lomovi, starenje materijala...	1	1	1	-	Popravka ili zamena
Budilica	Kućište	Smetnja ili otkaz	Nema ili otkaz	Otežano regulisanje saob. vozova	3	Starenje materijala	1	1	3	-	Popravka ili zamena

Zaključak ovog poglavlja je da je komponenta koja ima najveći rizik noseći stub i za njega će se krenuti u dalji postupak analize. Na osnovu numeričkih podataka o broju smetnji na nosećem stubu, izvršiće se estimacija parametara proširene Vejbulove raspodele.

4.4 Ocenjivanje parametara modela

Za potrebe ocenjivanja parametara modela Proširene Vejbulove raspodele, koristiće se podaci o intervencijama na nosećim stubovima telekomunikacionih vodova na sporednoj pruži Novi Sad – Odžaci. Numeričko izračunavanje je izvršeno na osnovu sistema nelinearnih jednačina koje su date u poglavlju 3.3. Korišćen je programski paket Matlab, i njegova funkcija „fsolver“ za rešavanje sistema nelinearnih jednačina.

Funkcija koja opisuje sistem linernih jednačina je:

```
function F = mysyseq(x)

Data = xlsread('podaci.xls');

k = length(Data);

n = 50;

F = [ k*(x(2)-1)/x(1) + n*x(3) ...

(x(2)/(x(1)))*sum((Data./x(1)).^(x(2))) ...

- x(3)*sum(exp((Data./x(1)).^x(2)).*(1 -

(x(2))*((Data./x(1)).^(x(2))))) ...

- x(3)*(n-k)*exp((Data(end)/x(1)).^x(2))*(1 -

(x(2))*((Data(end)/x(1)).^(x(2))));

k/x(2) + sum(log(Data./x(1))) +

sum(((Data./x(1)).^x(2)).*log(Data./x(1))) ...

- x(1)*x(3)*sum(exp((Data./x(1)).^x(2)).*((Data./x(1)).^x(2))

.*log(Data./x(1))) ...

- x(1)*x(3)*(n-k)*exp((Data(end)/x(1)).^x(2))

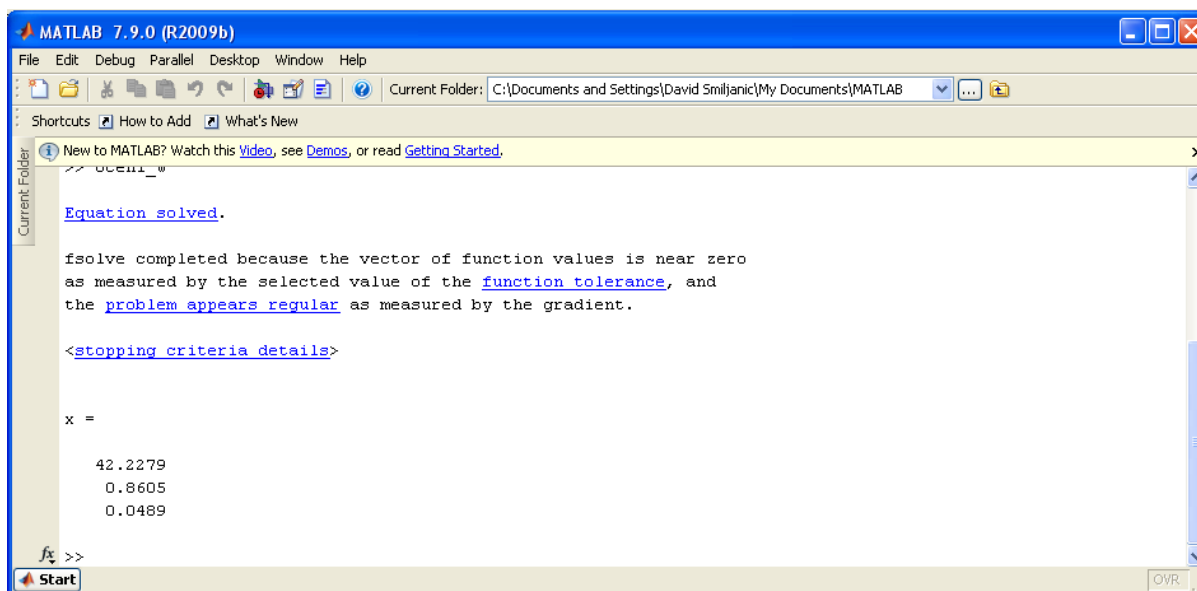
*((Data(end)/x(1)).^x(2)).*log(Data(end)/x(1));

k/x(3) + n*x(1) - x(1)*sum(exp((Data./x(1)).^x(2))) ...

- x(3)*(n-k)*exp((Data(end)/x(1)).^x(2))];
```

Korišćeni podaci su u obliku Excel tabele u dokumentu „podaci.xls“. Funkcija „fsolver“ poziva funkciju „mysyseq“ da izračuna vrednosti parametara u tekućoj iteraciji. Rezultat koji vraća funkcija „fsolver“ su ocenjeni parametri Proširene Weibull-ove raspodele:

$$\hat{\gamma} = 0.0489, \quad \hat{\alpha} = 42.2279, \quad \hat{\beta} = 0.8605$$



Slika 12: Izgled Matlab komandnog prozora sa ocenjenim parametrima

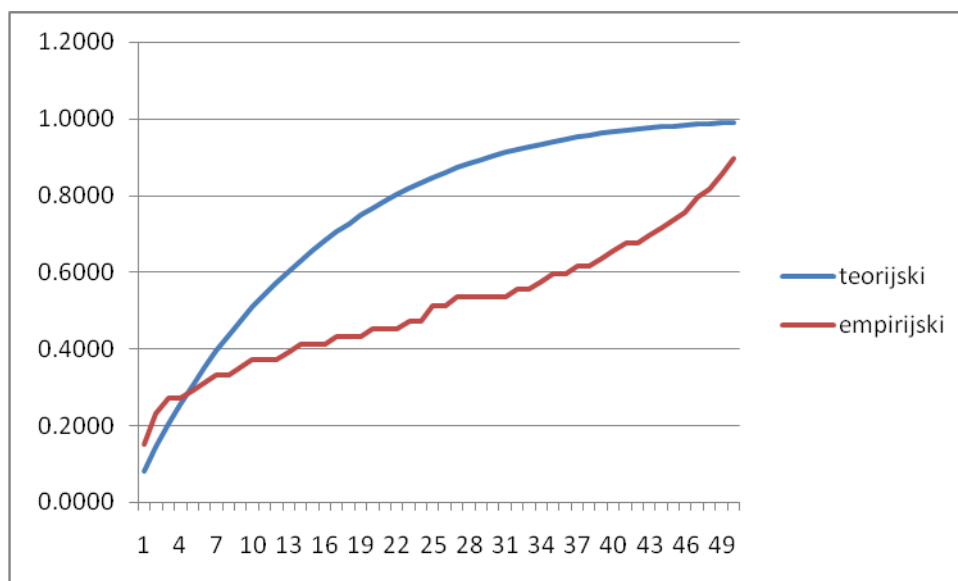
Za analizu je izabran uzorak od 50 uređaja koji su praćeni duži niz godina. U tabeli su data vremena ispravnog rada za 50 uređaja. Takođe su date funkcije nepouzdanosti na osnovu empirijskih i na osnovu teorijski ocenjenog modela.

Tabela 8: Empirijska i teorijska nepouzdanost

Red. broj	Kumulacija	Empirijska nepouzdanost	Teorijska nepouzdanost
1	8	0.1529	0.0825
2	12	0.2334	0.1470
3	14	0.2736	0.2045
4	14	0.2736	0.2572
5	15	0.2938	0.3061
6	16	0.3139	0.3517
7	17	0.3340	0.3945
8	17	0.3340	0.4347
9	18	0.3541	0.4725
10	19	0.3742	0.5081
11	19	0.3742	0.5417
12	19	0.3742	0.5733
13	20	0.3944	0.6031
14	21	0.4145	0.6312

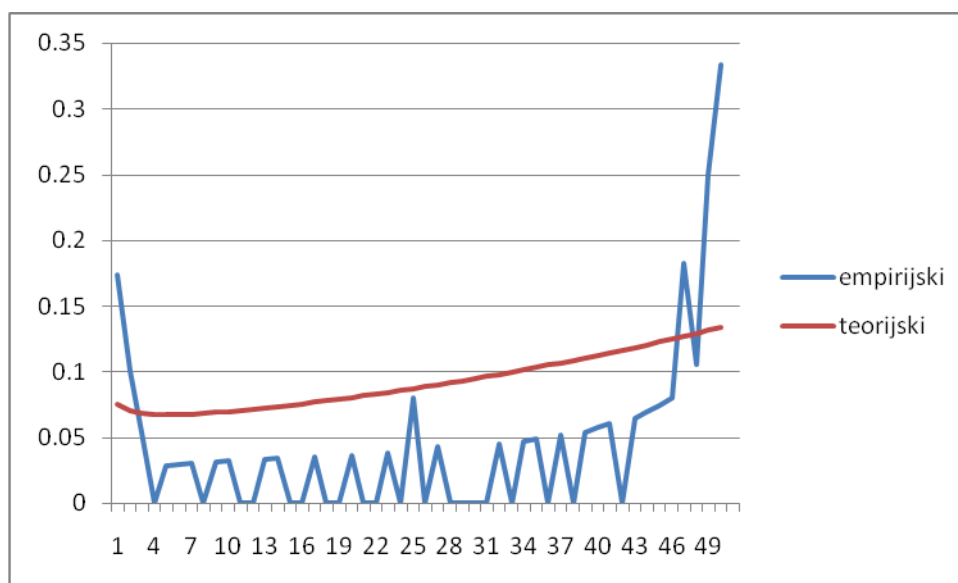
15	21	0.4145	0.6577
16	21	0.4145	0.6826
17	22	0.4346	0.7060
18	22	0.4346	0.7280
19	22	0.4346	0.7486
20	23	0.4547	0.7680
21	23	0.4547	0.7861
22	23	0.4547	0.8031
23	24	0.4748	0.8190
24	24	0.4748	0.8338
25	26	0.5151	0.8476
26	26	0.5151	0.8605
27	27	0.5352	0.8724
28	27	0.5352	0.8836
29	27	0.5352	0.8939
30	27	0.5352	0.9034
31	27	0.5352	0.9122
32	28	0.5553	0.9204
33	28	0.5553	0.9279
34	29	0.5755	0.9348
35	30	0.5956	0.9412
36	30	0.5956	0.9470
37	31	0.6157	0.9523
38	31	0.6157	0.9572
39	32	0.6358	0.9616
40	33	0.6559	0.9657
41	34	0.6761	0.9694
42	34	0.6761	0.9727
43	35	0.6962	0.9757
44	36	0.7163	0.9785
45	37	0.7364	0.9809
46	38	0.7565	0.9831
47	40	0.7968	0.9851
48	41	0.8169	0.9869
49	43	0.8571	0.9885
50	45	0.8974	0.9899

Na slici je dat grafički prikaz empirijskih podataka (kumulativna funkcija raspodele) i funkcija nepouzdanosti dobijena na osnovu teorijskog modela sa ocenjenim parametrima.



Slika 13: Grafički prikaz teorijske i empirijske funkcije nepouzdanosti

Na slici 14 je dat grafički prikaz empirijskih podataka (funkcija inteziteta otkaza) i funkcija inteziteta otkaza dobijena na osnovu teorijskog modela sa ocenjenim parametrima.



Slika 14: Grafički prikaz teorijske i empirijske funkcije inteziteta otkaza

Na osnovu prikazanih podataka, može se reći da je uočljivo naglo povećanje intezitea otkaza pri kraju radnog veka uređaja (konkretno posle 46-te godine), dok kod teorijskog modela taj nagli skok nije uočljiv. Ovakva analiza može da pomogne menadžmentu nekog preduzeća da postavi kvantitativan kriterijum po kome će donositi odluku da li da prestane sa korišćenjem postojećeg tehnološkog sistema ili nekog njegovog dela.

ZAKLJUČAK

Matematička razmatranja u ovom radu nalaze široku primenu u teoriji pouzdanosti i posredno u donošenju odluka o vremenu kada investirati u zamenu tehnološkog sistema ili nekog njegovog dela. Za razmatranje je odabran tehnološki sistem koji nije široko rasprostranjen ali ima dug životni vek, pa se kod njega mogu videti sve faze životnog veka sistema: uhodavanje, eksploatacija i starenje.

U primeni postoji veliki broj različitih modela za životni vek tehnološkog sistema, ovde je obrađena jedna familija funkcija raspodela, ali su obuhvaćene sve faze. Prikazana je matematička formulacija problema, matematičko izvođenje potrebnih formula, programska podrška u Matlab-u i na kraju aspekti pri donošenju odluka od interesa.

Predstoji još mnogo napora u iznalaženju modela za životni vek uređaja, koji će imati bolje karakteristike u pogledu tačnosti fitovanja.

LITERATURA

1. Rifat M. Ramović: „POUZDANOST SISTEMA“, Beograd 2005. god.
2. RAJTER-ĆIRIĆ, Danijela: „Verovatnoća“, Novi Sad: Prirodno-matematički fakultet, Departman za matematiku i informatiku, 2009.
3. Fritz Scholz: „Weibull Reliability Analysis“, BoeingPhantomWorks Mathematics & Computing Technology, Washington, 1999.
(<http://www.stat.washington.edu/fritz/Reports/weibullanalysis.pdf>)
4. Wang, F.K. (2000) A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII distribution. Reliability Engineering & Systems Safety, 70, 305-312.
5. Magne Vollan Aarset: „How to Identify a Bathtub Hazard Rate“, IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY, VOL. R-36, NO. 1, 1987.
6. Basu A.P.: “Reliability and quality control”, Nort-Holland, Amsterdam, 1986,
7. Drucker P. “Management – Tasks, Responsibilities, Practices” Henemann, London 1974,
8. Higgins L.R., Morrow L.C. “Maintenance Engineering Handbook” McGraw Hill, New York, 1977,
9. Jardine A.K.S.: “Maintenance replacement and Reliability” Pitman House, London, 1973,
10. Kecojević S., Stanivuković D, Beker I.: “Projektovanje održavanja na modularnom principu” YUTRIB 93, Kragujevac, 1993,
11. Stanivuković D., Kecojević S.: “Održavanje – prilaz projektovanju i upravljanju”, IIS Novi Sad, Novi Sad, 1995,
12. Stanivuković D, Kecojević S., Beker I.: “Projektovanje postupaka održavanja proizvodnih sistema” IIS Novi Sad, Novi Sad, 1992,
13. Stanivuković D, Kecojević S.: “Savremene koncepcije održavanja” IIS Novi Sad, Novi Sad, 1989,
14. Stanivuković D, Kecojević S., Zelenović D.: “Efektivnost i održavanje sredstava za rad” IIS Novi Sad, Novi Sad, 1986,
15. Stanivuković D, Kecojević S., Beker I.: “Upravljanje održavanjem” IIS Novi Sad, Novi Sad, 1994,
16. Stanivuković D, Kecojević, Beker I.: “Osnovi uspešnog održavanja” IIS Novi Sad, Novi Sad, 1993,
17. http://www.zeleznicesrbije.com/active/sr-latin/home/glavna_navigacija/o_preduzecu/organizacija.html (posećeno 19.12.2017.)

Biografija

Dijana Čović, rođena je 30.03.1991. godine u Subotici. Osnovnu školu "Pionir" završila je 2006. godine. Iste godine upisuje gimnaziju "Svetozar Marković" u Subotici, smer društveno-jezički, koju završava 2010. godine. Školske 2010/2011. upisuje osnovne studije na Prirodno-matematičkom fakultetu u Novom Sadu, smer Primenjena matematika-matematika finansija. Završava 2013. godine i upisuje master studije na istom fakultetu, smer Primenjena matematika. Položila je sve ispite predviđene planom i programom sa prosečnom ocenom 7,9 i time stekla pravo na odbranu ovog master rada.

Mesto za sliku

U Novom Sadu, Februar 2017. Dijana Čović

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada: Master rad

VR

Autor: Dijana Čović

AU

Mentor: dr Zorana Lozanov Crvenković

MN

Naslov rada: Vejbulova raspodela i njena primena u teoriji pouzdanosti

NR

Jezik publikacije: srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda: s/en

JI

Zemlja publikovanja: Republika Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2017

GO

Izdavač: autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: Novi Sad, Trg D. Obradovića 4

MA

Fizički opis rada: (4/64/9/8/12/2/0)

(broj poglavlja/strana/lit.citata/tabela/slika/grafika/priloga)

FO

Naučna oblast: Statistika

NO

Naučna disciplina: Raspodele slučajnih promenljivih

ND

Predmetne odrednica, Ključne reči: Teorija pouzdanosti, Vejbulova raspodela

PO

UDK

Čuva se:

ČU

Važna napomena: nema

VN

Izvod: Vejbulova raspodela i njene varijante imaju široku primenu u teoriji pouzdanosti. Posebno je značajan postupak modelovanja životnog veka tehnološkog sistema. U ovom radu su urađeni svi koraci analize koji su neophodni za postupke održavanja tehnološkog sistema. Takođe se na osnovu

urađenih analiza mogu donositi odluke o vremenu kada investirati u zamenu tehnološkog sistema ili nekog njegovog dela.

IZ

Datum prihvatanja teme od strane NN veća: Novembar 2016.

DP

Datum odbrane: 2017.

DO

Članovi komisije:

(Naučni/stepen/ime i prezime/zvanje/fakultet)

KO

Predsednik: dr Ljiljana Gajić, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Mentor: dr Zorana Lozanov Crvenković, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Član: dr Ivana Štajner Papuga, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF NATURAL SCIENCES & MATHEMATICS
KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: Monograph documentation

DT

Type of record: Textual printed material

TR

Contents code: Master thesis

CC

Author: Dijana Covic

AU

Mentor: Dr Zorana Lozanov Crvenković

MN

Title: Weibull's distribution and its application in reliability theory

TI

Language of text: Serbian (Latin)

LT

Language of abstract: en/s

LT

Country of publication: Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2017

PY

Publisher: Author's reprint

PU

Publ. place: Novi Sad, Trg D. Obradovića 4

PP

Physical description: (4/64/9/8/12/2/0)

PD

Scientific field: Statistics

SF

Scientific discipline: Distribution of random variables

SD

Subject Key words: Reliability theory , Weibull's distribution

SKW

UC

Holding data:

HD

Note:

N

Abstract: Weibull's distribution and its variants are widely used in reliability theory. Especially important is the process of modeling the life cycle of technological systems. This master thesis made an analysis of all the steps that are necessary for the maintenance procedures of the technological system. Also based on the analysis done, can make decisions on the time you invest in a technology exchange system or any part thereof.

AB

Accepted on Scientific board on: November 2016

AS

Defended: 2017

DE

Thesis Defend board:

DB

President: Dr Ljiljana Gajić, full profesor, Faculty of Natural Sciences and Mathematics, Novi Sad

Mentor: Dr Zorana Lozanov Crvenković, full profesor, Faculty of Natural Sciences and Mathematics, Novi Sad

Member: Dr Ivana Štajner Papuga, full profesor, Faculty of Natural Sciences and Mathematics, Novi Sad