УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ

Датум и орган који је именовао Комисију

12. 1. 2018. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду

1. **Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:**

- др Петар Ђапић, ванредни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 1. 6. 2018. – председник комисије

- др Бојан Башић, ванредни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: дискретна математика, изабран у звање 1. 4. 2018. – члан комисије

- др Борис Шобот, ванредни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 4. 5. 2017. – ментор

II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

1. **Име, име једног родитеља, презиме:** Татјана, Драгомир, Мршић

2. **Датум рођења, општина, република:** 10.06.1993., Приједор, Босна и Херцеговина

3. **Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:** 2011 (М0: дипломирани професор математике), 2015 (МП: мастер професор математике)

III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА

Euler-ова теорема и друге теореме теорије партиција

IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА

Рад садржи 72 стране, уз 18 слика и 8 табела. Подељен је на 5 глава.

У првој, уводној, глави дефинишу се партиције природног броја и многи појмови везани за њих, битни приликом њиховог проучавања. Уводи се ознака p(n) за број партиција броја n. Описују се Young-ови дијаграми који омогућавају визуелно представљање партиција, што знатно олакшава праћење доказа. Такође се износе основне дефиниције и тврђења везана за генеративне функције, које чине важно оруђе у раду са партицијама.

Централно место у другој глави заузима Euler-ова теорема, историјски прва теорема из које се и развила теорија партиција: број партиција броја на непарне делове једнак је броју његових партиција на различите делове. Ово тврђење инспирисало је математичаре на неколико различитих доказа, од којих су четири наведена у раду. Наведено је и неколико њених уопштења. Затим се уводе пентагонални бројеви и доказује Euler-ова пентагонална теорема, важан идентитет у овој области. Она се потом примењује да би се добио још један Euler-ов резултат, рекурентна формула за рачунање броја партиција. На крају главе доказује се још неколико идентитета, од којих је најбитнији тзв. Jacobi-јев троструки производ.

Трећа глава бави се Ramanujan-овим резултатима о остацима броја партиција по модулима 5, 7 и 11. Доказани су још неки неопходни идентитети, једна од конгруенција детаљно изведена а за остале две дата скица доказа. Потом се уводе rank и crank партиције, појмови који се користе у добијању даљих резултата о конгруенцијама партиција.

Четврта глава обрађује Rogers-Ramanujan-ове идентитете. Они имају интерпретацију у теорији партиција, а њихов доказ ослања се на резултате претходне главе.

Коначно, пета глава представља историјски преглед развитка теорије партиција. У њој су наведени и резултати који нису нашли место у самом раду а значајни су за теорију. Посебно је значајна Ramanujan-ова асимптотска формула за број партиција и њено побољшање од стране Rademacher-a, којим је добијена тачна формула за p(n). Такође су укључене и анегдоте везане за научнике који су највише допринели развоју теорије, а то су Euler, Carl Gustav Jacob Jacobi и Ramanujan.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Прва глава садржи комплетан преглед дефиниција неопходних за праћење даљег текста, што рад чини заукруженом целином. Основни појмови уведени су уз много примера и илустрација, како би читалац боље „осетио“ проблематику и припремио се за сложене доказе који следе у наредним главама.

Друга глава садржи неке од основних резултата теорије партиција. У њој је, с разлогом, доста простора дато Euler-овој теореми. Кроз њене доказе представљене су неке од главних идеја теорије партиција: примена генеративних функција и принципа бијекције. Друга велика Euler-ова теорема, о пентагоналним бројевима, заснива се на чињеници да се бројеви партиција броја n на парне и непарне различите делове разликују само ако је n пантагоналан број, и тада само за 1. Рекурентна формула за p(n) је још један од фундаменталних резултата ове теорије, а Jacobi-јев троструки производ и његова уопштења, иако на први поглед компликовани и неразумљиви, имају значајне примене. И овде су докази пропраћени бројним примерима и илустрацијама.

Ramanujan-ове конгруенције најбоље илуструју како се у теорији партиција сложеним рачуном и необичним идентитетима стиже до изузетно лепих резултата. Оне такође пружају и увид у његову невероватну интуицију. Наведена је и теорема Ono-Ahlgren-а да конгруенције облика Ramanujan-ових постоје по сваком простом модулу, доказана 2002. године.

Доказ Rogers-Ramanujan-ових идентитета представља најзахтевнији део рада и њему је посвећена цела четврта глава. Доказ је добро организован и пажљиво изложен.

Пета глава је посебно значајна јер ставља изложене резултате у историјски контекст и, кроз неколико детаља из живота и интересантних анегдота приближава нам велике умове који су учинили највише у развоју теорије партиција. Посебно место одређено је за Ramanujan-а, његов однос са Hardy-јем и трагичну судбину.

Списак литературе, заједно са самом садржином рада, сведочи о темељно спроведеном истраживању које је кандидат спровео радећи на овом тексту.

VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

Теорија партиција је област комбинаторике којом су се бавили неки од највећих математичара. Једноставна формулација проблема (одредити број партиција датог броја n) може навести на погрешан закључак, јер је у питању веома сложена област. Проблему је у прошлости прилажено с разних страна: доказивани су резултати о броју специјалних врста партиција (попут Euler-ове и Euler-ове пентагоналне теореме), истраживане су особине бројева p(n) (као што су Ramanujan-ове конгруенције)... Изведена је рекурентна формула али она, као што је обично случај, често није практична за примене. Чак ни појава Rademacher-ове тачне формуле за p(n), због њене сложености не значи да је област исцрпљена.

Овај рад покрива све наведене аспекте теорије партиција, редом од једноставнијих ка најсложенијим. Они су организовани у логичке целине, природним редоследом и на начин који омогућује да се читалац лако сналази у тексту.

VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА

Мастер рад је у потпуности урађен у складу са одобреном темом. Тема је темељно обрађена; уводни делови поткрепљени су великим бројем илустрација и примера, а већина сложенијих тврђења у наставку рада детаљно је доказана. Рад је стога, иако не садржи уводни део који би се бавио основним комбинаторним и тврђењима из теорије бројева, веома обиман. Материја је изложена методички и разумљиво. Начин излагања сведочи о томе да је кандидат у великој мери овладао овом облашћу математике.

VIII ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно речено, Комисија предлаже да се мастер рад прихвати, а кандидаткињи Татјана Мршић одобри одбрана.

Нови Сад, 11. 7. 2018.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

____

др Петар Ђапић,
ванредни професор ПМФ-а, председник

____

др Бојан Башић
ванредни професор ПМФ-а, члан

____

др Борис Шобот,
ванредни професор ПМФ-а, ментор