УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ

1. **Датум и орган који је именовао Комисију**
   26.6.2018. Веће Департмана за математику и информатику, Природно-математичког факултета, Универзитета у Новом Саду
2. **Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:**
   - Академик др Стеван Пилиповић, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: анализа и вероватноћа, изабран у звање 25.2.1988. – председник
   - др Ивана Војновић, доцент Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: анализа и вероватноћа, изабрана у звање 1.4.2018. – ментор
   - др Марко Недељков, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: анализа и вероватноћа, изабран у звање 1.7.2005. – члан

II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

1. **Име, име једног родитеља, презиме:**
   Милица (Бранко) Лучић
2. **Датум рођења, општина, република:**
   7.5.1995. Сомбор, Република Србија
3. **Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:**
   2016. година, Мастер академске студије - Математика

III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА

Слабе топологије и примене

IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА

Рад је написан на 94 стране и чине га четири поглавља праћена закључцима и листом коришћене литературе од 17 библиографских јединица. У **првом поглављу** је дат преглед појмова и тврђења у вези са тополошким, метричким, векторским и нормираним просторима, који ће бити потребни у наставку рада. У **другом поглављу** су разматрани локално конвексни простори. Прво су представљени тополошко-векторски простори, а затим су локално конвексни простори дефинисани као тополошко-векторски простори у којима свака тачка има базу конвексних околина. Наведени су примери локално конвексних простора и дат је пример тополошко-векторског простора који није локално конвексан. Дефинисан је појам семи-норме и представљени су локално конвексни простори који су дефинисани неком фамилијом семи-норми. Затим су наведени примери таквих простора. Након тога је уведен појам функционеле Минковског, како би се доказало да је локално конвексна топологија сваког локално конвексног простора дефинисана фамилијом свих непрекидних семи-норми за ту локално конвексну топологију. На крају овог поглавља су дати потребни и довољни услови да линеарна функција која пресликава локално конвексан у локално конвексан простор буде непрекидно пресликавање. У **трећем поглављу** је изучаван посебан тип локално конвексних топологија-слабе топологије. Уведен је појам упарених векторских простора у односу на дату билинеарну форму, да би слаба топологија била уведена као локално конвексна топологија дефинисана фамилијом семи-норми које су одређене том билинеарном формом. Затим је на непразном скупу X уведен појам иницијалне топологије за дату фамилију пресликавања, како би слаба топологија на реалном векторском простору E и слаба-* топологија на простору E* (дуалном простору простора E) биле уведене као иницијалне топологије за одређене фамилије линеарних функционели.Представљени су односи између различитих топологија дефинисаних на простору E (E*).Показано је да је конвексан подскуп скупа E затворен у слабој тополгији простора E ако и само ако је затворен у јакој топологији (топологији индукованој нормом) простора E. Дефинисане су слаба и слаба-* конвергенција низа редом у Банаховом простору E и његовом дуалном простору E* и представљене су њихове особине. Доказано је да је затворена јединична лопта у простору E* компактан скуп у слабој-* топологији (Банах-Алаоглу теорема). Потом су уведени рефлексивни Банахови простори. Доказано је да је Банахов простор рефлексиван ако и само ако је затворена јединична лопта у простору E компактан скуп у слабој топологији тог простора. Показано је да сваки ограничен низ у рефлексивном Банаховом простору има слабо конвергентан подниз, као и да ограничен низ у дуалном простору сепарабилног Банаховог простора има слабо-* конвергентан подниз. **Четврто поглавље** је посвећено кратком приказу примене претходно представљених теоријских резултата на L^p просторе. Помоћу Рисове теореме о репрезентацији за L^p, $1\leq p\leq\infty$ просторе је дефинисана слаба (слаба*) конвергенција низа у простору L^p, $1\leq p<\infty$ (L^∞). У складу са резултатима представљеним у трећем поглављу су изведени закључци о неким особинама ових Банахових простора. Затим се посматра Кошијев проблем за скаларни закон одржања и дефинисано је слабо решење Кошијевог проблема. Посматра се проблем постојања L^∞ решења Кошијевог проблема за скаларни закон одржања, са почетним условом који је L^∞ функција. У ту сврху се користи слаба-* конвергенција низа вискозних решења у простору L^∞ и метода компензоване компактности.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Прво поглавље рада је уводног карактера. Садржи преглед познатих дефиниција, ознака и тврђења и олакшава читање рада.
У другом поглављу су представљене основе теорије локално-конвексних простора. Детаљно је показано да у тополошко-векторском простору постоји база околина нуле таква да је свака околина нуле апсорбујући и уравнотежен скуп. Као резултат добија се да за произвољни локално-конвексан простор постоји фамилија семи-норми која дефинише топологију дату на простору. Битно тврђење, које је у другом поглављу показано је и уопштење познатог тврђења да је линеарна функција на нормираним просторима непрекидна ако и само је ограничена. Показана је одговарајућа верзија овог тврђења за линеарну функцију на произвољним локално-конвексним просторима.
У трећем поглављу су разматране слабе топологије, уведене су као специјални тип локално-конвексних топологија. Показано је да у бесконачно димензионалном простору са слабом топологијом јединична сфера није затворен скуп, а затим и да јединична лопта није отворен скуп. Ови примери на добар начин илуструју особеност слабих топологија. Затим се уводи слаба-* топологија на дуалу простора E. Најбитније тврђење у трећем поглављу је позната Банах-Алаоглу теорема која тврди да је затворена јединична лопта компактан скуп у дуалу нормираног простора E са слабом-* топологијом. Доказ ове теореме је комплексан и захтева знање и разумевање разних тополошких тврђења. У раду је овај доказ представљен на поступан начин са објашњењима за све битне кораке. На крају трећег поглавља су показане особине рефлексивних и сепарабилних Банахових

простора, које су битне за примене у теорији парцијалних диференцијалних једначина. Посебно важно за примене је тврђење да ограничен низ у рефлексивном Банаховом простору има слабо конвергентан подниз.
Четврто поглавље приказује примену претходно описане теорије на скаларни закон одржања. Показује се слаба конвергенција детерминанте 2x2 што се у наставку користи да би се конструисањем низа вискозних решења дошло до слабог решења Кошијевог проблема за скаларни закон одржања. Доказано је да постоји слабо ограничено решење и примена теорије из претходних поглавља је дата на јасан и прецизан начин.

VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

Рад "Слабе топологије и примене" садржи све битне елементе мастер рада: предговор, садржај, текст подељен у четири главе, закључак и списак коришћене литературе. Литература је актуелна и релевантна.
Докази тврђења су изложени јасно и са детаљним и опширним објашњењима корака у доказу, која у литератури често нису дата.
Рад представља леп преглед познатих тврђења која се користе у функционалној анализи и теорији парцијалних диференцијалних једначина и може да се посматра и као уводна литература за студенте докторских студија који желе да се баве математичком анализом.

VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА

Садржај и структура мастер рада у потпуности одговарају пријави теме и задацима који су били постављени у пријави.
Рад је прегледно и прецизно написан, дефиниције су јасне, теоријски резултати су прецизно формулисани. Докази су темељно и математички коректно изведени. Теорија је илустрована добро изабраним примерима.
Кандидат је показала радозналост, темељност и прецизност у раду и способност да теоријско знање успешно користи и примени..

VIII ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно речено, комисија предлаже да се мастер рад прихвати, а кандидату Милици Лучић одобри одбрана.

Нови Сад,
27.9.2018.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

____
Др Стеван Пилиповић,
академик, редовни професор ПМФ, председник

____
Др Ивана Војновић,
доцент ПМФ-а, ментор

____
Др Марко Недељков,
редовни професор ПМФ-а, члан