

## ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<p><b>1. Датум и орган који је именовано Комисију</b> 16.6.2015., Веће Департамента за математику и информатику, ПМФ Нови Сад</p> <p><b>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• др Петар Марковић, редовни професор, ужа научна област <i>Алгебра и математичка логика</i>, 1.7.2015., Природно-математички факултет, Нови Сад, председник;</li><li>• др Игор Долинка, редовни професор, ужа научна област <i>Алгебра и математичка логика</i>, 1.4.2008., Природно-математички факултет, Нови Сад, ментор;</li><li>• др Петар Ђапић, доцент, ужа научна област <i>Алгебра и математичка логика</i>, 7.4.2014., Природно-математички факултет, Нови Сад, члан.</li></ul>
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
<p><b>1. Име, име једног родитеља, презиме:</b> Јелена (Вељко) Радовић</p> <p><b>2. Датум рођења, општина, република:</b> 21.3.1990. Мостар, Босна и Херцеговина</p> <p><b>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:</b> 2014., математика</p>
III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА
Дијаграм моноиди
IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА
<p>Мастер рад заузима 117 страница, са 45 библиографских јединица и подељен је на 10 глава: 1. Увод, 2. Основи теорије полугрупа, 3. Ранг комплетно 0-простих полугрупа, 4. Дијаграм моноиди, 5. Идемпотентни дијаграм моноида, 6. Сингуларни дио дијаграм моноида, 7. Ранг и генераторни скупови идеала моноида <math>P_n</math>, 8. Брауеров моноид, 9. Џоунсов моноид, 10. Закључак. Већина ових глава подељена је на секције.</p> <p>Прве две главе представљају општи увод у основне концепте теорије полугрупа, дате ради комплетности. Специјално, аутор нас подсећа на појмове хомоморфизма, потполугрупе, конгруенције и идеала полугрупа. Концизно су изложени основни алати за структурну анализу сваке полугрупе, наиме Гринове релације, са посебним освртом на случај регуларних полугрупа, односно регуларних <math>D</math>-класа. Такође, ту су и основни "градивни елементи" полугрупа, тзв. Рисове матричне полугрупе (које репрезентују потпуно 0-просте полугрупе).</p> <p>Будући да је један од главних циљева рада кобинаторна анализа дијаграм моноида - што укључује и питања израчунавања ранга и идемпотентног ранга у разним контекстима - веома је важно да се изложи теорија рангова потпуно 0-простих полугрупа, што је учињено у трећој глави. Наиме, Џон М. Хауи је још од 70-тих година надаље показао да се питање израчунавања (идемпотентног) ранга многих природних примера полугрупа своди на израчунавање (идемпотентног) ранга главног фактора за погодно изабрану <math>D</math>-класу - а који јесте потпуно 0-проста полугрупа. Теорија ових рангова започета је радovima Н.Рушкуца 90-тих година, а касније и Р.Д.Греја у његовој докторској дисертацији и каснијем низу радова. Овде је изнет резиме ове теорије, у мери којој ће касније бити неопходно у применама.</p>

Главни предмет изучавања у мастер раду - дијаграм моноиди - уводе се у четвртој глави. Дијаграми су дефинисани као графови на скупу од  $2n$  чворова, заправо два сета од по  $n$  чворова међу којима постоји фиксирана бијекција и њихова композиција се спроводи "преклапањем" доњег сета чворова првог дијаграма са горњим сетом чворова другог, утврђивањем компоненти повезаности у добијеном графу и затим брисањем средњег, "преклопљеног" скупа чворова. Порекло идеје о дијаграмима и њиховом компоновању долази из теорије репрезентација (коначних група) и она се појављује у виду тзв. (асоцијативних) дијаграм алгебри, где дијаграми формирају њихову базу. Партиционе алгебре је 1994. увео Пол Мартин као уопштење раније познатих класичних објеката - Браурових и Џонсових (односно Темперли-Либових) алгебри. 2007. Вилкокс долази до схватања да све ове алгебре настају конструкторском твистованих асоцијативних алгебри разапетих над одређеним моноидима које формирају дијаграми; на тај начин, рођена је теорија дијаграм моноида која се развија тек у новије време.

Сама - веома нетривијална - дефиниција дијаграм моноида одмах поставља неке базичне проблеме из енумеративне комбинаторике везане за поједине типове елемената ових моноида. Посебно, јавља се питање карактеризације и пребрајања идемпотената и партиционим/Брауровим/Џоунсовим моноидима. У глави 5 излаже се решење овог проблема којег су недавно публиковали Долинка и др.

Наредно питање које се на ово надовезује - инспирисано чувеном Хауијевом теоремом из 1966. која вели да се потполугрупа генерисана (неидентичним) идемпотентима пуног моноида трансформација поклапа са њеним сингуларним идеалом - јесте питање описа идемпотентно генерисаних потполугрупа дијаграм моноида. Одговарајући резултати (које су добили Џ.Ист и сарадници) описани су у глави 6.

Не рачунајући последњу, закључну главу, преостале три главе рада посвећене су посебно партиционим, Брауровим и Џоунсовим моноидима. Нарочит фокус јесте на израчунавању рангова (кардиналности најмањих генераторних скупова) ових моноида и њихових идеала, и - у случајевима када су ти идеали идемпотентно генерисани - и одговарајућих идемпотентних рангова (кардиналности најмањих генераторних скупова који се састоје од идемпотената). Ови резултати који наоко строго припадају комбинаторној теорији полугрупа имају заправо значајну примену у теорији репрезентација, јер се поменути рангови - по примедби Аруна Рама из 2014. - поклапају са димензијама ћелијских модула одговарајућих дијаграм алгебри, а који се у полупростом случају поклапају са димензијама иредуцибилних репрезентација.

## **V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА**

Рад у целини представља веома вредно остварење и широки преглед савременог, *state-of-the-art* стања једне модерне области алгебре која са налази на пресеку теорије полугрупа, репрезентација и асоцијативних алгебри, са прилично значајним примесима комбинаторике (како енумеративне тако и алгебарске). Првобитни план са овим мастер радом - да постане референтна литература на нашем језику за студенте заинтересоване за теорију полугрупа, који би да се упознају са овим њеним аспектом - у потпуности је остварен.

Специјално, прве две главе јесу концизан, добар општи увод у основне резултате теорије полугрупа, док глава 3 представља одличну "одскочну даску" за детаљније упознавање са теоријом рангова Рисових матричних полугрупа и путоказе ка одговарајућој литератури. Најзад, преостали део рада представља један репрезентативан, добро конципиран преглед стања у теорији дијаграм моноида, са акцентом на комбинаторне аспекте.

## **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

Дијаграм моноиди представљају моћно оруђе у савременој класичној алгебри. Осим што представљају изузетно занимљиво, ново, отворено поље рада за истраживања у теорији полугрупа, полугрупно-теоретски резултати дају значајну примену у другим областима алгебре, а нарочито у теорији репрезентација.

## **VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Мастер рад у потпуности одговара предложеној и одобреној теми. У њему су више него детаљно обрађени сви проблеми дати у предлогу теме. Рад је написан прецизно и на начин да постепено читаоца уводи у проблематику. Коришћена литература је репрезентативна.

## **VIII ПРЕДЛОГ**

Имајући у виду све претходно речено, Комисија предлаже да се мастер рад прихвати, а кандидату Јелени Радовић одобри одбрана.

Нови Сад, 26.9.2016.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

\_\_\_\_\_  
др Петар Марковић, редовни професор, председник

\_\_\_\_\_  
др Игор Долинка, редовни професор, ментор

\_\_\_\_\_  
др Петар Ђапић, доцент, члан