

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
Датум и орган који је именовео Комисију 03.09.2018. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду
1. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:
<ul style="list-style-type: none">• др Ивица Бошњак, ванредни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање, 1.2.2010 – председник комисије• др Синиша Црвенковић, редовни професор у пензији на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање, 27.3.1992– члан комисије• др Петар Ђапић, ванредни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 1. 6. 2018. – ментор
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
1. Име, име једног родитеља, презиме: Ђорђе (Ненад) Драгић
2. Датум рођења, општина, република: 23. 1. 1993. Власеница, Босна и Херцеговина
3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење: 2016, Мастер професор математике (МП)
III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА
Испитивања егзистенције решења система линеарних Диофантових једначина
IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА
Мастер рад „Испитивања егзистенција решења система линеарних Диофантових једначина“ има 85 страна. Подељен је у четири главе:
<ol style="list-style-type: none">1. Увод2. О системима линеарних Диофантових једначина3. Показивање непостојања решења система линеарних Диофантових једначина помоћу тестера4. Показивање егзистенције решења система линеарних Диофантових једначина помоћу тестера

Поред тога, рад почиње Предговором, а на крају се налази Закључак и Литература. Попис коришћене литературе садржи 20 библиографских јединица.

У првом, од укупно четири поглавља дати су основни појмови који су обрађивани, као и основне дефиниције и теореме из опште и линеарне алгебре, неопходне за праћење главних делова рада.

У другој глави дати су основни појмови о системима линеарних једначина, као и најефикаснији алгоритам за њихово решавање, Гаусов. Дата је и Кронекер-Капелијева теорема. У наставку, доказана је теорема да је свака матрица са целобројним елементима еквивалентна дијагоналној матрици специјалног облика. Централно место у другој глави заузима теорема која садржи потребне и довољне услове да постоји целобројно решење посматраног система чиме је доказана и теорема van der Waerden-а о истом проблему.

Трећа глава бави се тестерима, линеарним функцијама, над скуповима \mathbb{Q} и \mathbb{Z}_p , где је p прост број. Циљ је показати да одређени системи немају решење. Уводе се дефиниције корисних и бескорисних тестера и даје се алгоритам за налажење корисних тестера, а кључну улогу има теорема која говори да постоје тестери дефинисани у \mathbb{Z}_p који су изведени из тестера дефинисаним у прстену \mathbb{Z} . Помоћу ове теореме се долази до корисних тестера. На крају главе дају се примери у којима се показује значај тестера за показивање непостојања решења посматраних система.

У последњој глави се показује како тестери могу бити корисни за показивање и егзистенције решења. На следећа два питања даје се позитиван одговор: Ако систем нема решења да ли увек постоји тестер помоћу којег се то може показати? И да ли постоји коначан скуп тестера за сваки систем помоћу којег се може закључити да систем линеарних Диофантових једначина има решење? Показује се да је егзистенција решења фамилије система линеарних Диофантових једначина увек одређена одређеним скупом који називамо комплетан скуп тестера. Помоћу Смитове нормалне форме матрице система даје се једноставан доказ његовог постојања. Проучава се веза између минора матрице система и егзистенције комплетног скупа тестера. У кључној теорем ове главе доказује се егзистенција комплетног скупа тестера матрице система над \mathbb{Z} и \mathbb{Z}_d , где је d највећи заједнички делилац свих $r \times r$ минора матрице система, r је ранг те матрице. У наставку рада доказује се теорема о егзистенцији комплетног скупа тестера у \mathbb{Z} и \mathbb{Z}_m , где је m произвољан природан број такав да $d \mid m$, чији значај лежи у избегавању рада са матрицама огромних коефицијената. Дати су алгоритми за рачунање тестера у \mathbb{Z}_m , где је m произвољан природан број. Дати су примери који илуструју претходно изложено градиво. На самом крају рада су приказана поређења две методе за показивање егзистенције решења система линеарних Диофантових једначина описане у овом раду.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Мастер рад је прецизно и прегледно написан. У првом поглављу кандидат прегледно излаже дефиниције и тврђења која су неопходна читаоцу за потпуно разумевање садржаја мастер рада. У другом поглављу, поред стандардних метода за решавање система линеарних једначина обрађиваних на курсевима основних и мастер студија, обрађују се тврђења која се баве потребним и довољним условима постојања целобројних решења посматраних система. Треће и четврто поглавље чине централни део мастер рада. Ту кандидат говори о тестерима, посебној класи линеарних функција, као и о њеним подкласама корисних и бескорисних тестера и на јасан начин објашњава њихов значај у представљеној новијој методи за показивање да одређени системи немају решења. Поред тога, кандидат говори и о комплетном скупу тестера за сваки систем и доводи га у везу са егзистенцијом решења фамилије система линеарних Диофантових једначина. У наставку се говори о егзистенцији и значају комплетног скупа тестера у \mathbb{Z} и \mathbb{Z}_m . За наведене алгоритме за рачунање тестера у \mathbb{Z}_m , кандидат даје оригиналне примере којима илуструје значај претходно изложеног градива. На самом крају се наводе поређења две методе за испитивања егзистенције решења система линеарних Диофантових једначина различитих димензија и закључује се да метода заснована на тестерима даје боље резултате од методе засноване на рачунању Смитове нормалне форме за матрицу система.

Списак литературе, заједно са самом садржином рада, сведочи о темељно спроведеном истраживању које је кандидат спровео радећи на овом тексту.

VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

Мастер рад "Испитивања егзистенције решења система линеарних Диофантових једначина" садржи све битне елементе једног мастер рада. У раду су представљени поступци за утврђивање егзистенције решења система линеарних Диофантових једначина и неколико метода за решавање истих који су веома битни у области целобројног линеарног програмирања и рачунарских система за решавање проблема. Као једна метода утврђивања егзистенције решења ових система, у раду централно место заузима метода која се заснива на тестерима који због једноставности начина показивања нерешивости ових система доприноси уштеди времена и количине меморије неопходне за израчунавање. Материјал је изложен на разумљив начин, докази твђења су потпуно прецизни, примери прате текст и доприносе лакшем прихватању обрађене материје.

VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА

Мастер рад је урађен у складу са одобреном темом. Кандидат је користио разноврсну литературу, научне радове и успео је да на јасан начин прикаже релевантне резултате у вези са испитивањем егзистенције решења линеарних Диофантових једначина. Целокупни садржај наведен у пријави теме је детаљно анализиран, наведени су оригинални примери и докази су математички исправни.

VIII ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно речено, Комисија предлаже да се мастер рад „Испитивања егзистенције решења система линеарних Диофантових једначина“ прихвати, а кандидату Ђорђу Драгићу одобри одбрана.

Нови Сад, 01. 10. 2018.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

др Ивица Бошњак,
ванредни професор ПМФ-а, председник

др Сениша Црвенковић
редовни професор у пензији ПМФ-а, члан

др Петар Ђапић,
ванредни професор ПМФ-а, ментор