УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ

Датум и орган који је именовао Комисију

24. 3. 2015. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду

1. **Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:**

- др Војислав Петровић, редовни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: дискретна математика, изабран у звање 29. 12. 1997. – председник комисије
- др Игор Долинка, редовни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 1. 4. 2008. – члан комисије
- др Борис Шобот, доцент на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 20. 1. 2010. – ментор

II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

1. **Име, име једног родитеља, презиме:** Ангела, Бела, Чисар
2. **Датум рођења, општина, република:** 6. 8. 1989, Сента, Србија
3. **Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:** 2008, Дипломирани професор математике

III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА

Алгоритми бојења чворова у графовима

IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА

Рад садржи 39 страна, уз 25 слика и 4 табеле. Подељен је на 4 главе.

Прва глава представља кратак увод у теорију графова. Како је ова област изузетно широка, издвојени су само појмови и резултати који се директно тичу теме рада. Пре свега, то су дефиниције правилног бојења чворова у графу и хроматског броја, као и нека тврђења о њему. Посебан одељак посвећен је проблему 4-обојивости планарних графова.

У другој глави дат је кратак увод у теорију Тјурингових машина, као једне од најзначајнијих формализација појма алгоритма. Описано је како се дефинишу временска и просторна сложеност алгоритма и набројене неке значајне класе сложености. Представљене су и недетерминистичке Тјурингове машине и уведене недетерминистичке класе сложености. У вези са најзначајнијом од њих, класом NP проблема недетерминистичке полиномне сложености, уведена је и класа NP-комплетних проблема и поменут проблем P=NP, један од најзначајнијих отворених проблема савремене математике (и теоријског рачунарства). Описано је како се практично показује да дати проблем припада класи NP и, специјално, како се полиномном редукцијом показује да је дати проблем NP-комплетан. Дефинисан је проблем k-SAT за који је познато да је NP-комплетан.

У трећој глави представљен је главни проблем којим се бави рад, проблем k-обојивости датог графа G за дато k, у ознаци k-COL. Затим је показано, редукцијом проблема 3-SAT на 3-COL да је проблем k-COL NP-комплетан, најпре за k=3, а потом и за свако $k \geq 3$. То значи да би се налажењем алгоритма полиномне сложености који решава проблем k-COL за $k \geq 3$ афирмативно решио и проблем P=NP.

Четврта глава је главни део рада и по обиму представља више од половине самог рада. Њен први одељак бави се проблемом 2-обојивости датог графа или, што је еквивалентно, испитивањем да ли је он бипартитан. Алгоритам који решава овај проблем добијен је модификацијом стандардног алгоритма претраживањем у ширину за проверу достижности између чворова у датом графу. У циљу процене сложености алгоритма описана су два уобичајена начина представљања графа у меморији рачунара: матрицом суседства и листом суседства. За оба начина процењена је сложеност описаног алгоритма за 2-обојивост. Изведена је рекурентна релација која оправдава налажење хроматског броја датог графа узастопним тражењем максималних независних подскупова. Потом је описан конкретан помоћни алгоритам за одређивање свих максималних независних подскупова. Како је овај алгоритам пример примене претраживања с враћањем (backtrack), укратко је описана и ова идеја и на примеру приказано једно стабло које се претражује том методом. Затим је приказан алгоритам за налажење хроматског броја који користи описани помоћни алгоритам. На крају је кроз други помоћни алгоритам приказана и друга идеја: у матрици приказати све независне подскупове датог графа, а затим користећи алгоритам за проблем покривајућих скупова (set covering problem) наћи минималан број независних скупова чија унија је цео граф.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Прва глава на јасан и концизан начин даје потребан увод у теорију графова. Општи увод је сврсисходно кратак, да би се избегло расплињавање. Значајан простор посвећен је, међутим, деловима теорије графова који су у директној вези са темом рада. Посебно је интересантан одељак о 4-обојивости планарних графа, у којем је, у кратким цртама, приказан један од најинтересантнијих и дуго отворених проблема теорије графова. Дата је и скица доказа о 5-обојивости произвољне мапе.

У глави о Тјуринговим машинама знатно више пажње посвећено је уводним детаљима, пошто је то тема која није опште позната у истој мери као основи теорије графова. Идејом доказа о еквивалентности детерминистичких и недетерминистичких Тјуринговых машина читалац се уводи у суштину проблема P=NP. За нека од најбитнијих тврђења, која објашњавају значај NP-комплетности, дати су и докази.

Трећа глава посвећена је доказу NP-комплетности проблема k-COL. Овај доказ занимљив је и као пример успостављања везе између наизглед потпуно неповезаних проблема (у овом случају обојивости графа и задовољивости одговарајуће формуле), једног од разлога који чине теорију алгоритама тако атрактивном.

Последња глава приказује најпре једноставан алгоритам за проверу 2-обојивости, којим кандидат показује способност за самостално модификовање познатих алгоритама. Затим су описана два главна алгоритма, сваки од њих заснован на по једном помоћном алгоритму. Сваки од њих описан је идејно, затим кроз прецизан опис самог алгоритма, а потом спроведен на конкретном примеру. Велика пажња посвећена је управо овим примерима, на којима су алгоритми спроведени корак по корак, уз пажљиво праћење тренутних „стања“ фамилије чија изградња представља решавање проблема. Кораци су приказани не само табеларно већ, где је то било могуће, и стаблом претраживања. Овакав, методички, приступ чини последњу главу употребљивим извором за упознавање с овом проблематиком.

VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

Значај чувеног P=NP проблема у данашњој математици није неопходно посебно истицати. Из тог разлога велики број математичара посветио се решавању овог проблема, као и сродних проблема који би могли водити његовом решавању. Како би важну улогу у том решавању могли имати NP-комплетни проблеми, јасно је да је неопходна детаљна анализа алгоритама који их решавају. Један од тих проблема је и k-COL (за $k \geq 3$), посебно због тога што је његова формулација разумљива сваком студенту математике. Насупрот томе, проблем 2-обојивости је лако решив проблем полиномне сложености.

Као што се истиче у предговору рада, значај алгоритама за бојење графова није само теоријске природе: многобројни проблеми из разних области (рачунарство, хемија, социологија) могу се превести на бојење графова.

VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА

Мастер рад је у потпуности урађен у складу са одобреном темом. Он, с једне стране, садржи известан број чисто математичких тврђења, нека од њих с доказима. С друге стране, кроз описивање разних алгоритама за проверу обојивости кандидаткиња је показала значајну умешност и познавање теорије алгоритама. Посебно треба истаћи детаљност с којом су обрађени примери: покушано је да разним начинима презентације (сликом, табелом, стаблом) и детаљним пролазом кроз алгоритам читалац „осети“ како алгоритам функционише. Треба истаћи и да је рад технички дотеран, и у великој мери могуће га је читати уз минимално предзнање, а за доказе који нису уврштени у сам рад наведене су одговарајуће референце.

VIII ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно речено, Комисија предлаже да се мастер рад прихвати, а кандидаткињи Ангели Чисар одобри одбрана.

Нови Сад, 13. 1. 2016.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

____

др Војислав Петровић,
редовни професор ПМФ-а, председник

____

др Игор Долинка
редовни професор ПМФ-а, члан

____

др Борис Шобот,
доцент ПМФ-а, ментор