УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ

1. Датум и орган који је именовао Комисију

15.09.2026. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду

2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:

1. др Милица Жигић, ванредни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: Анализа и вероватноћа, 15. 05. 2025., председник
2. др Ивана Војновић, ванредни професор Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду, ужа научна област: Анализа и вероватноћа, 1. 4. 2023., ментор
3. др Маја Јолић, доцент Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду, ужа научна област: Анализа и вероватноћа, 22.5.2024., члан

II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

1. Име, име једног родитеља, презиме:

Сара, Небојша, Бачевић

2. Датум рођења, општина, република:

28.07.2002, Врање, Србија

3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:

2024/2025, мастер академске студије Математика

III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА

Математичке методе у квантној механици и анализа слободног Шредингеровог оператора

IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА

Мастер рад је написан на 39 страна и садржи 7 библиографских јединица. Састоји се од увода, четири поглавља, закључка, списка коришћене литературе и биографије кандидаткиње.

Поглавља мастер рада су: 1. Основни појмови и ознаке, 2. Математичке методе: неограничени оператори и Фуријеова трансформација, 3. Спектрална теорија неограничених оператора и 4. Слободни Шредингеров оператор.

У уводу су изложени предмет проучавања и структура рада. У првом поглављу уведени су основни појмови и ознаке: мулти-индекси, Лебегова мера и интеграл, Хилбертови простори, простор Шварцових брзоопадајућих функција и простори Собољева. Друго поглавље посвећено је математичком оквиру квантне механике, неограниченим, симетричним и самоадјунгованим операторима, квадратним формама и Фуријеовој трансформацији. У трећем поглављу изложени су основи спектралне теорије неограничених оператора: резолвента, спектар и његова класификација, спектрална теорема и Стоунова теорема. Четврто поглавље обухвата анализу слободног Шредингеровог оператора, његове самоадјунгованости, спектра и временске еволуције.

У закључку су сумирани изложени резултати. На крају рада налазе се списак коришћене литературе и биографија кандидаткиње.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Предмет проучавања и структура мастер рада изложени су у уводу.

Прво поглавље обједињује основне појмове и резултате теорије мере, функционалне анализе и простора функција потребне за даље излагање. Лебегова мера и интеграл, Тонелијева и Фубинијева теорема, Хилбертови простори и теорема о пројекцији, као и Шварцов простор и простори Собољева чине основу за прецизно увођење оператора квантне механике.

У другом поглављу посебно се издваја повезивање основних појмова квантне механике, стања, опсервабли и временске еволуције, са одговарајућим математичким објектима у Хилбертовом простору. Детаљно су изложени неограничени, затворени и адјунговани оператори, као и разлика између симетричних и самоадјунгованих оператора, уз критеријуме самоадјунгованости. Фуријеова трансформација уведена је на Шварцовом простору и проширена на $L^2(\mathbb{R}^n)$ помоћу Планшерелове теореме, чиме је припремљен главни алат за анализу у четвртом поглављу.

Треће поглавље даје основе спектралне теорије неограничених оператора. Уведени су резолвентни скуп, резолвента и спектар, и изложена је класификација спектра. Посебно се издвајају резултати о спектру самоадјунгованих оператора и оператора множења, као и спектрална теорема и Стоунова теорема о једнопараметарским унитарним групама, које повезују самоадјунговане операторе са временском еволуцијом квантног система.

У четвртом поглављу изложена теорија примењена је на слободни Шредингеров оператор $H_0 = -\Delta$. Показано је да је H_0 преко Фуријеове трансформације унитарно еквивалентан оператору множења са $|p|^2$, одакле следи да је самоадјунгован на $H^2(\mathbb{R}^n)$, да је $C_c^\infty(\mathbb{R}^n)$ његово језгро и да је његов спектар $[0, \infty)$ чисто апсолутно непрекидан.

Изведени су интегрална репрезентација временске еволуције и дисперзивна оцена, а Долардова теорема описује асимптотско понашање решења. У завршном делу поглавља, применом RAGE теореме, доказано је да слободна честица бежи у бесконачност, чиме је физичкој интуицији дато прецизно математичко значење.

У закључку су сумирани главни резултати рада.

VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

У раду је истакнут значај теорије неограничених самоадјунгованих оператора и спектралне теорије као математичког оквира квантне механике. На примеру слободног Шредингеровог оператора показано је како се, помоћу Фуријеове трансформације, општи резултати своде на експлицитан опис спектра и временске еволуције. Изложени резултати потврђују да слободна честица нема везаних стања и да се током времена удаљава у бесконачност, уз прецизну оцену брзине дисперзије таласне функције.

VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА

Мастер рад је у потпуности урађен у складу са одобреном темом. Рад је прегледно и добро написан и садржи све неопходне елементе.

VIII ПРЕДЛОГ

На основу укупне оцене Комисија предлаже да се мастер рад **Математичке методе у квантној механици и анализа слободног Шредингеровог оператора** прихвати и да се кандидаткињи **Сари Бачевић** одобри одбрана мастер рада.

Нови Сад, 19.10.2026.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

_____

др Милица Жигић
ванредни професор ПМФ, председник

_____

др Ивана Војновић
ванредни професор ПМФ, ментор

_____

др Маја Јолић
доцент ПМФ, члан