

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
- Датум и орган који је именовао Комисију 21.11.2025. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду - Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен: - др Петар Ђапић, ванредни професор, уже научна област: Алгебра и математичка логика, изабран у звање 01.06.2023. године, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду - председник - др Милица Жигић, ванредни професор, уже научна област: Анализа и вероватноћа, изабрана у звање 15.05.2025. године, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду - ментор - др Никола Сарајлија, доцент, уже научна област: Анализа и вероватноћа, изабран у звање 12.03.2024. године, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду - члан
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
- Име, име једног родитеља, презиме: Бранка (Ранко) Зекановић - Датум рођења, општина, република: 09.05.1990. године, Зеница, Босна и Херцеговина - Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење: 2019, мастер академске студије – смер Математика (МА)
III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА
„Број π са аналитичког аспекта“
IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА
Мастер рад „Број π са аналитичког аспекта“ написан је на 95 страна и подељен у четири главе: 1. Историјски развој броја π, 2. Аналитички приступ израчунавању броја π, 3. Ирационалност и трансцендентност броја π и 4. Занимљиви резултати и преглед формула. Наведене главе су даље подељене на укупно 13 поглавља и 47 потпоглавља. У садржај мастер рада уврштено је 8 слика и 4 табеле. Поред наведеног, мастер рад садржи предговор, закључак и литературу. Попис коришћене литературе садржи 14 библиографских јединица. Мастер рад „Број π са аналитичког аспекта“ представља преглед развоја различитих математичких метода за одређивање вредности броја π, од геометријских до алгоритамских метода, са посебним нагласком на аналитичке технике. Циљ рада био је да обједини историјски развој, математичке методе и алгоритме за израчунавање

вредности броја π , уз указивање на начин на који су се различити приступи надовезивали и развијали кроз векове. Посебна пажња посвећена је аналитичким методама за доказивање ирационалности и трансцендентности броја π .

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Рад „Број π са аналитичког аспекта“ садржи све битне елементе мастер рада: предговор, текст подељен у четири главе, закључак и списак коришћене литературе. Рад је написан читко, прегледно и математички прецизно.

Историјски развој броја π (3 поглавља и 12 потпоглавља)

У првој глави разматрани су историјски аспекти развоја сазнања о броју π . Историја одређивања вредности броја π почиње у античко доба, кроз геометријске апроксимације и мерење круга. Архимедове методе, засноване на коришћењу многоуглова уписаних у круг и описаних око круга, омогућиле су добијање првих прецизних апроксимација броја π . Разматране су и методе аналитичког израчунавања, док су алгоритамски аспекти у 20. веку показали прелазак од ручних прорачуна ка употреби рачунара, попут ENIAC-а, NORC-а и рачунара из серије IBM. Квадратни и кубни итеративни алгоритми уводе концепт итеративног израчунавања, који постаје кључан у модерној нумеричкој анализи.

Аналитички приступ израчунавању броја π (6 поглавља и 22 потпоглавља)

У другој глави детаљније су разматрани аналитички аспекти различитих метода за израчунавање броја π . Аналитичке методе омогућавају израчунавање вредности броја π употребом бесконачних збира, односно редова, као и бесконачних производа. Редови Лајбница, Грегорија и Нилаканте представљају редове са релативно спором, линеарном конвергенцијом, док Ојлерове и Машинове формуле представљају увод у методе са бржом конвергенцијом. Ојлерови резултати повезали су број π са различитим функцијама и експоненцијалним идентитетима, укључујући и једну од најпознатијих математичких формула, Ојлеров идентитет $e^{i\pi} + 1 = 0$. Гаусови резултати и метода аритметичко-геометријске средине (AGM) омогућавају квадратну конвергенцију, док Рамануданове формуле дају још бржу конвергенцију и нашле су примену у модерним рачунарским прорачунима великог броја цифара броја π .

Ирационалност и трансцендентност броја π (2 поглавља и 8 потпоглавља)

У трећој глави разматрају се ирационалност и трансцендентност броја π . Ирационалност је доказана на два начина: класичном Ламбертовом методом, али и савременом аналитичком методом, чиме је потврђено да се π не може изразити у облику p/q , где су p и q цели бројеви и $q \neq 0$. Трансцендентност броја π доказана је савременом модификацијом класичног приступа, заснованом на Линдемановој теореми. Тиме је потврђена и немогућност квадратуре круга, односно конструкције квадрата исте површине као датог круга употребом само лењира и шестара. Ова својства пружају теоријско образложење значаја бесконачних редова и итеративних метода, истовремено указујући на математичку сложеност и богатство својстава броја π .

Занимљиви резултати и преглед формула (2 поглавља и 5 потпоглавља)

У последњој, четвртој глави дати су занимљиви резултати и преглед формула. Приказани су необични идентитети и неједнакости, укључујући и Ојлерову формулу. Систематски су обједињене кључне формуле и итеративне методе, од геометријских и аналитичких до савремених алгоритамских метода. Овај преглед јасно показује како су се геометријске, аналитичке и алгоритамске методе надовезивале и развијале, омогућавајући све прецизније и брже израчунавање

вредности броја π .
VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА
У мастер раду „Број π са аналитичког аспекта“ систематично су приказани историјски развој, аналитичке методе израчунавања и основна математичка својства броја π. Анализом различитих метода показан је развој од класичних геометријских поступака и спороконвергентних редова до савремених итеративних и алгоритамских метода са високом ефикасношћу. Посебно су размотрени ирационалност и трансцендентност броја π, као и њихове математичке последице. На основу изложених резултата може се закључити да је циљ рада остварен и да рад пружа целовит и систематичан приказ аналитичких приступа израчунавању броја π и њиховог развоја.
VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА
Садржај и структура мастер рада израђени су на одговарајућем нивоу, у складу са одобреном темом и постављеним задацима. Рад садржи све неопходне елементе, укључујући релевантне дефиниције, теоријске резултате и њихове математички коректне доказе, као и одабране примере којима се илуструју изложени појмови и резултати. Текст је јасно и систематично организован, а математички садржај изложен је прегледно и прецизно. Коришћена литература је релевантна, актуелна и свеобухватна и одговара теми и садржају рада.
VIII ПРЕДЛОГ
На основу укупне оцене, Комисија предлаже да се мастер рад „Број π са аналитичког аспекта“ прихвати, а кандидаткињи Бранки Зекановић одобри одбрана.

Нови Сад, 15.09.2026.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

др Петар Ђапић, председник

др Милица Жигић, ментор

др Никола Сарајлија, члан