



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I
INFORMATIKU



Aleksandar Simić

Pregled i analiza aktuelnih matematičkih takmičenja za učenike osnovnih škola u Srbiji

-Master rad-

Mentor:

dr Kristina Ago

Novi Sad, 2026

Sadržaj

1	O matematičkim takmičenjima	4
1.1	Istorija matematičkih takmičenja	4
1.2	Zašto i kako su nastala matematička takmičenja	7
1.3	Vrste takmičenja	8
2	Matematička takmičenja u Srbiji za učenike osnovnih škola	11
2.1	Takmičenja u organizaciji Društva matematičara Srbije	11
2.1.1	Nivoi takmičenja	11
2.1.2	Zadaci sa takmičenja	13
2.1.3	Nagrade na takmičenju	13
2.2	Kengur i Misliša	14
2.2.1	Istorija međunarodnog takmičenja Kengur bez granica . .	14
2.2.2	Međunarodno takmičenje Kengur bez granica u Srbiji . .	14
2.2.3	Misliša	15
2.3	Ostala matematička takmičenja za osnovce	16
2.3.1	Arhimedesova matematička dopisna olimpijada	16
2.3.2	Arhimedesova matematička internet olimpijada	16
2.3.3	Arhimedesov matematički turnir	17
2.3.4	Međunarodni turnir gradova	18
2.3.5	Revijalno matematičko takmičenje	18
2.3.6	Onlajn matematičko takmičenje škole Rajak	18
2.3.7	Matematički maraton	19
2.3.8	Integral kup	19
2.3.9	Matematički kvizovi, konkursni i nagradni zadaci	20
2.4	Pripreme za matematička takmičenja	20
2.4.1	Priprema za takmičenja u organizaciji DMS-a	21
2.4.2	Priprema i literatura za takmičenja Misliša i Kengur bez granica	22
3	Zadaci sa takmičenja	24
3.1	Zadaci sa državnog takmičenja	24
3.2	Zadaci sa takmičenja Kengur bez granica	28
3.3	Zadaci sa takmičenja škole Rajak	31
4	Uticaj matematičkih takmičenja na dalje školovanje i učenike uopšte	38
4.1	Prednosti i mane matematičkih takmičenja	38
4.2	Uticaj matematičkih takmičenja na buduće karijere takmičara . .	39
4.3	Lično iskustvo autora sa matematičkim takmičenjima	40

5	Struktura učesnika državnog takmičenja	42
5.1	Polne razlike na matematičkim takmičenjima	42
5.2	Zastupljenost učenika iz Beograda na državnim takmičenjima . .	44
5.3	Zastupljenost učenika iz specijalizovanih odeljenja na državnom takmičenju	46
6	Zaključak	49

Predgovor

Ovaj master rad bavi se pregledom i analizom aktuelnih matematičkih takmičenja za učenike osnovnih škola u Srbiji. Na početku rada je prikazan istorijski razvoj matematičkih takmičenja u svetu, od njihovih početaka krajem XIX veka do savremenog perioda. Takođe su razmotreni razlozi nastanka matematičkih takmičenja, njihov značaj u obrazovnom procesu, kao i različiti oblici i vrste takmičenja koji postoje danas.

Zatim je dat pregled matematičkih takmičenja namenjenih učenicima osnovnih škola u Srbiji. Posebno su obrađena takmičenja u organizaciji Društva matematičara Srbije, kao i druga značajna takmičenja, među kojima su Kengur bez granica, Misliša, Arhimedesova dopisna matematička olimpijada, Arhimedesova matematička internet olimpijada. Opisani su: načini njihove organizacije, pravila, sistem nagrađivanja i osnovne karakteristike.

U nastavku rada su analizirani zadaci sa odabranih matematičkih takmičenja. Kroz reprezentativne primere su prikazane vrste zadataka koje se pojavljuju na različitim takmičenjima, njihove matematičke oblasti, nivo težine i način vrednovanja učeničkih rešenja. Među analiziranim primerima su i zadaci sa onlajn matematičkog takmičenja škole Rajak, u čijem je osmišljavanju i realizaciji učestvovao autor ovog master rada.

Konačno, analiziran je značaj matematičkih takmičenja za razvoj matematičkih sposobnosti, motivacije i interesovanja učenika za matematiku. Takođe se bavimo značajem pripremnih aktivnosti za učenike, kao i načinima i literaturom koja je učenicima na raspolaganju za iste.

Posebna pažnja je posvećena analizi rezultata učenika na odabranim takmičenjima u poslednjoj deceniji. Na osnovu raspoloživih podataka je analizirana zastupljenost dečaka i devojčica, takmičara iz Beograda i ostatka Srbije, kao i zastupljenost učenika iz specijalizovanih matematičkih odeljenja na državnim takmičenjima u poslednjoj deceniji.

1 O matematičkim takmičenjima

U ovom poglavlju prikazujemo istoriju matematičkih takmičenja, opisujemo razloge njihovog nastanka i prikazujemo zastupljenost različitih tipova matematičkih takmičenja u svetu. Izvor većine podataka (osim ako nije drugačije naglašeno) je rad [15].

1.1 Istorija matematičkih takmičenja

U proteklih vek i po, od svog nastanka do danas matematička takmičenja su doživela veliki razvoj i promenu. Na početku su matematička takmičenja bila pojedinačni događaji koji su bili geografski rasuti, a danas imamo globalni sistem koji je veoma razvijen i privlači pažnju učenika, nastavnika, mentora, roditelja, univerziteta i raznih drugih institucija.

Matematička takmičenja za učenike osnovnih škola se organizuju još od 1885. godine, kada je održano takmičenje u Bukureštu u Rumuniji (videti [1], [15]). Ovo takmičenje je bilo namenjeno učenicima osnovnih škola, a od 70 učesnika, nagrađeno je 9 dečaka i dve devojke. Podaci o samoj organizaciji i tipu zadataka su oskudni. Ne može se isključiti mogućnost da slična takmičenja nisu organizovana i ranije na drugim mestima.

Mnogo je bolje dokumentovano takmičenje Etveš u Mađarskoj održano 1894. godine. Mnogi ga nazivaju prvom olimpijadom modernog sveta. Učesnici su imali zadatak da reše tri zadatka u roku od četiri sata. Iz godine u godinu, zadaci su osmišljavani sa ciljem da testiraju kreativnost i matematičko razmišljanje, a ne samo šablone. Od učesnika se očekivalo da svoja rešenja obrazlože matematički precizno. Ovo takmičenje se smatra pretečom savremenih takmičenja iz matematike i fizike. Tokom mnogih decenija služilo je kao model za pripremu i organizaciju brojnih sličnih takmičenja širom sveta. Takmičenje je organizovano svake godine, osim nekoliko izuzetaka za vreme ratnih godina.

Na samom početku 1894. godine u Mađarskoj se pojavio još jedan značajan događaj. Nastavnik Danijel Aranj iz grada Đer je počeo da izdaje matematički list sa ciljem da pruži učenicima i nastavnicima dodatnu literaturu.

Urednici časopisa organizovali su takmičenje za srednjoškolce tako što su u svakom broju objavljivali zadatke. Učenici čitaoci bili su pozivani da reše neke od tih zadataka i pošalju svoja rešenja časopisu. Najbolja rešenja, zajedno sa imenima autora, objavljivana su u narednim brojevima časopisa. Svako tačno rešenje donosilo je učesniku određeni broj poena, a na kraju godine objavljivana je lista učenika koji su sakupili najviše poena.

Odziv na ovu inicijativu je bio veoma dobar. Godišnje bi bilo objavljivano oko 120 do 150 zadataka, a broj pristiglih rešenja bi bio oko 2500 do 3000. Ovakva vrsta takmičenja je zahtevala kontinuirani rad tokom čitave godine, budući da je časopis izdavan deset puta godišnje. Zadaci su išli od lakših ka težim što je mnogima omogućilo da se penjući kroz „lestvicu zadataka“ razviju svoje sposobnosti i naprave prve korake u naučnoistraživačkom radu, a veliki broj takmičara su nastavili da se bave naukom. (videti [8])

Danas ovaj časopis, pod nazivom KöMaL izlazi devet puta godišnje. Izdaju ga Mađarska fondacija za srednjoškolsku matematiku i fiziku, Matematičko društvo Janoš Boljai i Fizičko društvo Roland Etveš, uz finansijsku podršku mađarskog Ministarstva obrazovanja.

Zadaci se objavljuju, kako na mađarskom tako i na engleskom jeziku, već više od 40 godina i dalje su dostupni u arhivama prethodnih godina. Ovo predstavlja izuzetno značajan doprinos razvoju matematike u svetu.

U otprilike isto vreme slične aktivnosti su se odvijale i u Rumuniji. 1895. počeo je da izlazi časopis *Gazeta matematică*.

Sličan model takmičenja imamo i u Srbiji kroz časopise *Matematički list* i *Tangenta* koje izdaje Društvo matematičara Srbije. *Matematički list* izlazi od 1967, a *Tangenta* od 1995. godine (videti [3]).

Ubrzo su i druge zemlje počele da organizuju matematička takmičenja. U Gruziji, tada delu Sovjetskog Saveza (SSSR), matematičko takmičenje održano je 1933. godine. Iste godine u Sjedinjenim Američkim Državama održano je matematičko takmičenje između 10 studenata sa Harvard univerziteta i 10 studenata iz Vojne akademije u West Pointu. Ovo takmičenje smatra se prethodnikom poznatog Putnam takmičenja, koje je počelo 1938. godine.

Takmičenje pod nazivom „Matematička olimpijada“ organizovano je 1934. godine u Lenjingradu (danas Sankt Peterburg, Ruska Federacija). Nešto kasnije slično takmičenje održano je u Moskvi, a ubrzo zatim i na drugim mestima u Sovjetskom Savezu.

Matematičko takmičenje sa 6000 učesnika iz 238 škola iz oblasti Njujorka održano je 11. maja 1950. godine. Organizovala ga je Metropolitanska sekcija Njujorka Matematičkog udruženja Amerike. Do 1955. godine broj škola koje su učestvovala u ovom takmičenju porastao je na 881.

Bugarska je svoju prvu nacionalnu matematičku olimpijadu imala 1949. godine, Srbija 1959., Nemačka Demokratska Republika 1960., Španija 1965., Austrija 1969., a SAD 1972. godine.

Prva Međunarodna matematička olimpijada (IMO) dala je snažan podsticaj razvoju sistema matematičkih takmičenja širom sveta. Pokrenuta je i organizovana u Rumuniji 1959. godine. Danas je to najprestižnije matematičko takmičenje u svetu. Prva IMO je imala 52 učesnika iz sedam zemalja: Bugarske, Čekoslovačke, Nemačke Demokratske Republike, Mađarske, Poljske, Rumunije i Sovjetskog Saveza.

IMO predstavlja takmičenje za pojedince. Takmičari se rangiraju prema broju osvojenih poena, a na osnovu toga dodeljuje se više pojedinačnih medalja. Oko polovine svih učesnika dobija medalju, a odnos zlatnih, srebrnih i bronzanih medalja je približno u odnosu 1:2:3. Sabiranjem poena koje su osvojili takmičari iz određene zemlje i njihovim poređenjem sa ukupnim brojem poena drugih zemalja može se steći predstava o tome koliko su takmičari iz te zemlje dobro pripremljeni.

Štaviše, ova nezvanična rang-lista zemalja često se koristi (bez odgovarajućeg opravdanja) kao neformalni pokazatelj nivoa obrazovnog sistema određene zemlje. To gotovo automatski stvara takmičenje između država za bolje rezultate na IMO. Da bi se postigli bolji rezultati, neophodna je prethodna dobra pri-

prema takmičara. To je podstaklo pojavu niza novih takmičenja, takmičarskih aktivnosti i drugih događaja namenjenih popularizaciji matematike u mnogim zemljama. Danas je svet matematičkih takmičenja, zajedno sa svim aktivnostima koje obogaćuju matematičko obrazovanje, zaista veoma velik.

Da bismo pokazali približnu kvantitativnu procenu pretražili smo pojam mathematical competitions na Google Chrome pretraživaču u incognito modu na nekoliko jezika. Kao ideja za istraživanje je poslužio rad Petra Kenderova (videti [16]) u kojem su pretraženi isti pojmovi, na istim jezicima, samo bez srpskog i mađarskog jezika. Pretraga je urađena u aprilu 2026. godine, a rezultati su prikazani u tabeli 1:

Jezik	Tekst pretrage	Rezultati pretrage
Srpski	matematička takmičenja	299 000
Engleski	mathematics competitions	363 000 000
Španski	olimpiadas de matemáticas	26 800 000
Francuski	compétitions de mathématiques	288 000 000
Nemački	wettbewerbe mathematik	7 110 000
Kineski	数学竞赛 (Shùxué jìngsài)	6 040 000
Mađarski	matematika versenyek	458 000

Tabela 1: Pregled rezultata pretrage termina „matematička takmičenja“ po jezicima

Pored te pretrage, pretražili smo i termin matematički izazovi na istim jezicima. Rezultati su dati u tabeli 2:

Jezik	Tekst pretrage	Rezultati pretrage
Srpski	matematički izazovi	239 000
Engleski	mathematical challenges	332 000 000
Španski	desafíos matemáticos	79 000 000
Francuski	défis mathématiques	40 300 000
Nemački	mathematische herausforderungen	45 700 000
Kineski	数学挑战 (Shùxué tiǎozhàn)	15 000 000
Mađarski	matematikai kihívások	5 490 000

Tabela 2: Pregled rezultata pretrage „matematički izazovi“ po jezicima

Ovi brojevi nisu potpuno pouzdani i treba ih tumačiti sa određenom dozom opreza. Jedno isto takmičenje može biti komentarisano i objavljeno na internetu od strane mnogih učesnika, nastavnika, roditelja, organizacija i drugih. Takođe, u nekim rezultatima reči „mathematics“ i „competition“ pojavljivale su se u različitim rečenicama. Nekoliko dana kasnije ista pretraga dala je drugačije brojeve, ali i dalje sličnog reda veličine.

Uprkos ovim nedostacima, pretraga ipak daje neku vrstu gornje granice za veličinu sveta matematičkih takmičenja. Da bi se dobila donja granica, izvršena

je restriktivnija pretraga sa izrazom „mathematics competitions“ (sa navodnicima, koji čine da pretraživač posmatra taj izraz kao jednu celinu). Ova pretraga dala je rezultate prikazane u tabeli 3.

Jezik	Tekst pretrage	Rezultati pretrage
Srpski	matematička takmičenja	8870
Engleski	mathematics competitions	747 000
Španski	olimpiadas de matemáticas	637 000
Francuski	compétitions de mathématiques	32 800
Nemački	wettbewerb mathematik	6 100
Kineski	数学竞赛 (Shùxué jìngsài)	2 800 000
Mađarski	matematika versenyek	6130

Tabela 3: Pregled rezultata pretrage termina „matematička takmičenja“ po jezicima

Ovi brojevi ne ostavljaju nikakvu sumnju u veličinu sveta matematičkih takmičenja. On je ogroman, globalno rasprostranjen i ne sastoji se samo od takmičenja. Za takmičare se sprovode različite aktivnosti poput radionica, letnjih škola, kvizova, materijala, onlajn takmičenja koja su sve češća. U promociju matematičkih takmičenja su uključeni razni naučnici, institucije, škole, nastavnici, pa i privatne kompanije. Svet matematičkih takmičenja predstavlja jedan dinamičan ekosistem u koji mnogi ulaze i izlaze i koji teži ka povećanju raznolikosti.

1.2 Zašto i kako su nastala matematička takmičenja

Takmičenje, shvaćeno u širem smislu, predstavlja jednu od osnovnih karakteristika života. Biljke se takmiče za više svetlosti i vlage. Životinje se takmiče za više hrane, povoljnije uslove i razmnožavanje. Savremena ekonomija zasniva se na konkurenciji između ekonomskih aktera. Države se takmiče za veće investicije i jači uticaj u svetu. Ljudi se međusobno takmiče za viši položaj u formalnoj i/ili neformalnoj društvenoj hijerarhiji.

Takmičenje ima važnu ulogu i u evoluciji. Težnja da se ima više, da se bude jači i bolji, čini se duboko ukorenjenom u svesti svakog živog bića. Zbog toga su takmičenja odavno korišćena kao sredstvo za upravljanje društvenim procesima i unapređenje njihovih rezultata.

Obrazovanje, posmatrano kao društveni proces, nije izuzetak. Još u antičko doba uočeno je da se kroz takmičenje među učenicima mogu postići bolji obrazovni rezultati. Tom Verhoeff, koji je razmatrao ulogu takmičenja u obrazovanju u istoimenom radu (videti [17]), napisao je sledeće:

„Marcus Verrius Flaccus, rimski učitelj poznat krajem 1. veka pre nove ere, smatra se začetnikom uvođenja principa takmičenja među učenicima kao pedagoškog sredstva. Kao nagrade dodeljivao je vredne knjige. Italijanski učenjak Battista Guarino (1434–1513) u svom delu o pravilnim obrazovnim metodama ‘De ordine docendi et studendi’ navodi da nastavnici treba da se uzdrže od fizičkog kažnjavanja učenika, te da se učenici najbolje podstiču kroz takmičenje,

koje se može dodatno pojačati njihovim međusobnim uparivanjem.“

Ocenjivanje tokom školske godine i na završnim ispitima verovatno je najstariji i najrasprostranjeniji način stvaranja takmičenja među učenicima. Međutim, prošlo je dosta vremena pre nego što se školsko ocenjivanje pretvorilo u matematičko takmičenje u savremenom smislu te reči.

Odgovarajući uslovi pojavili su se i sazreli tek u drugoj polovini XIX veka. Oni su bili rezultat brzog razvoja matematike u XVIII i XIX veku, kao i sve jasnijeg razumevanja važne uloge koju će matematika imati u nauci i javnom životu.

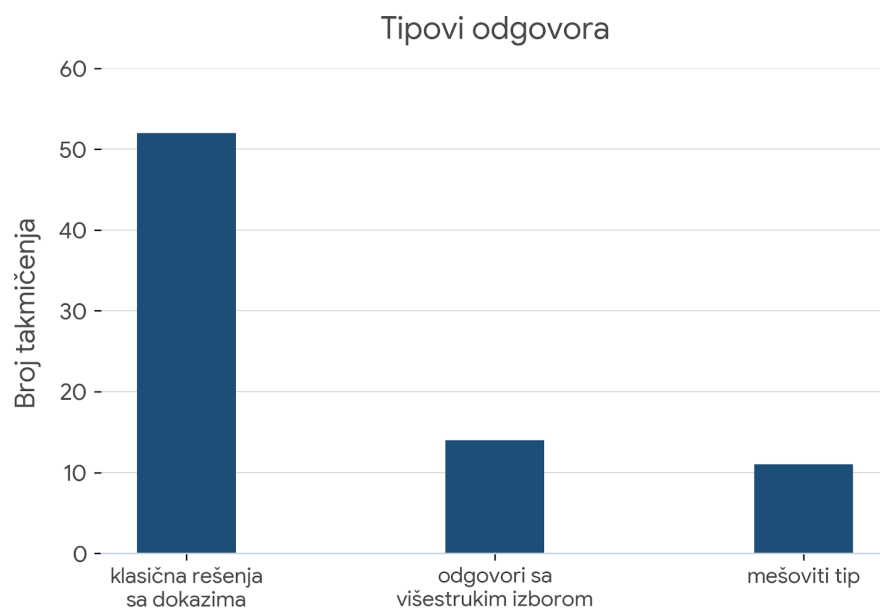
Shodno tome, obrazovni standardi i zahtevi, kao i sam obrazovni proces, morali su biti prilagođeni potrebama većine učenika, odnosno učenika sa prosečnim sposobnostima. Nadareni učenici su lako ispunjavali standardne zahteve i nisu imali dovoljno podsticaja da naporno rade i postižu više rezultate. To je negativno uticalo na razvoj njihovih sposobnosti i talenata. Za razliku od prirodnih resursa (kao što su rude, nafta i slično), koji se, čak i ako nisu otkriveni i razvijeni na vreme, mogu koristiti u budućnosti, talenat i sposobnosti mladog čoveka nestaju zauvek kao društveni resurs ako se ne otkriju i razviju na vreme. Takmičenja su predstavljala dobro rešenje za ovaj nedostatak obrazovnog sistema. Ona su dobila važnu ulogu u obrazovnom procesu i učvrstila se kao sastavni deo obrazovnog sistema.

1.3 Vrste takmičenja

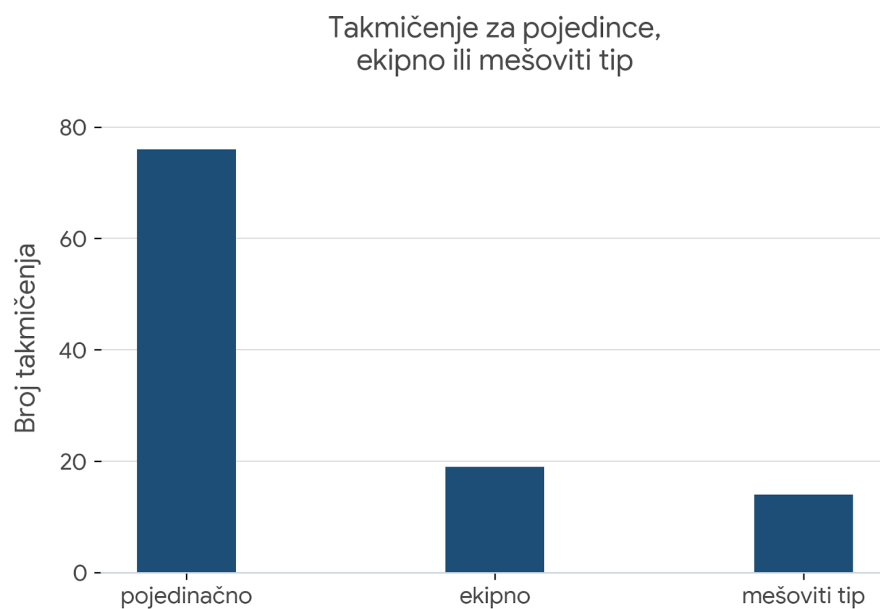
Kako smo već spomenuli postoji dosta različitih tipova takmičenja, jer nije svaki tip pogodan za ostvarivanje određenog cilja. Petar Kenderov je vršio istraživanje na uzorku od 110 pseudo-slučajno odabranih takmičenja po različitim parametrima. U uzorak su ušla samo takmičenja o kojima su se mogle pronaći informacije na engleskom jeziku i koja su zatvorena po rešenju. Takmičenja poput Brainfinity koja su po rešenju otvorena, nisu deo ovog uzorka. Lista zemalja iz kojih su posmatrana takmičenja nije navedena. Ovde ćemo samo ukratko opisati rezultate a za detalje čitaoca upućujemo na [16].

Po stilu zadataka mogu se podeliti na takmičenja sa klasičnim rešavanjem zadataka (prikazivanje postupka, obrazloženja i dokaza), kakva bi kod nas bila takmičenja u organizaciji Društva matematičara Srbije, ona sa zadacima sa ponuđenim odgovorima (na primer takmičenje Kengur bez granica) i mešoviti tip (na primer Misliša koji na osnovnom nivou ima zadatke sa ponuđenim odgovorima, a u finalu zadatke gde se očekuje prikazivanje postupka) Prema njegovim istraživanjima takmičenja sa klasičnim rešavanjem ima značajno više od ostalih tipova. Rezultati istraživanja Petra Kenderova su prikazani na slici 1.

Postoje takmičenja za pojedince, timove i mešovita. Dominiraju takmičenja za pojedince, kako kod nas tako i u svetu. Na slici 2 se mogu videti rezultati po istraživanju Petra Kenderova.



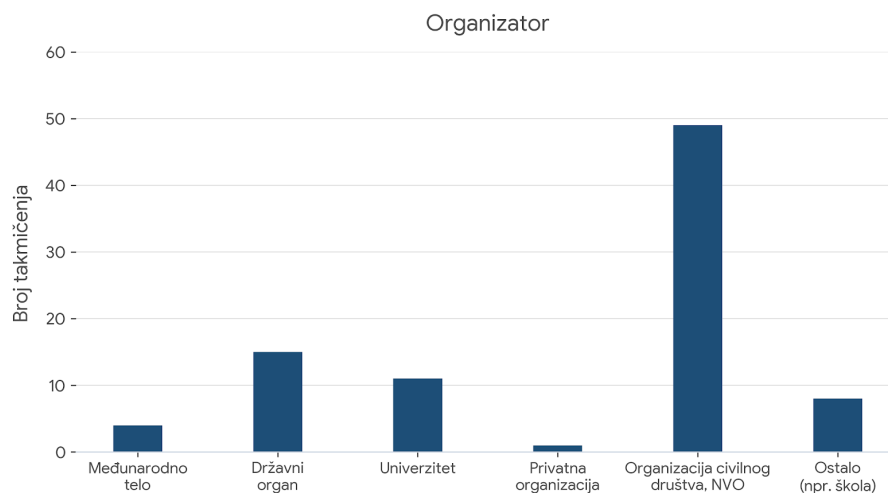
Slika 1: Broj takmičenja po tipu odgovora



Slika 2: Broj takmičenja za pojedince, timove i mešoviti tip takmičenja

Najčešće se organizuju za do 500 učenika i to uglavnom za srednju školu u svetu, dok kod je kod nas u osnovnoj školi najveće interesovanje. Takmičenja za studente nisu ušla u posmatrani uzorak.

Takmičenja mogu organizovati internacionalna tela, univerziteti, privatne organizacije, nevladine i organizacije civilnog društva koje u tome dominiraju. Ista mogu biti nacionalna, regionalna i internacionalna. najveći broj je nacionalnih takmičenja. Broj takmičenja organizovan od strane različitih organizatora prema istraživanju Kenderova se mogu videti na slici 3.



Slika 3: Broj takmičenja organizovan od strane različitih organizatora

Sva takmičenja koja u Srbiji postoje za učenike osnovnih škola obrađujemo detaljno u sledećem poglavlju.

2 Matematička takmičenja u Srbiji za učenike osnovnih škola

U Srbiji postoji dosta matematičkih takmičenja na kojima mogu učestvovati učenici osnovnih škola. Od takmičenja u organizaciji Društva matematičara Srbije, preko Misliše, Kengura do Dopisne i Internet matematičke olimpijade. U ovom poglavlju dajemo više detalja o svakom od njih, kroz indikatore koji obuhvataju način organizacije (nivoa), sistem nagrađivanja najuspešnijih učesnika (ukoliko je javno objavljen), kao i ostale karakteristike i specifičnosti svakog pojedinačnog takmičenja. Kako DMS-ova takmičenja i Kengur imaju značajnu istoriju, posebna pažnja je istoj posvećena.

Analiza je dodatno potkrepljena tehničkim detaljima koji uključuju broj i tip zadataka (od klasičnih rešenja sa pisanjem obrazloženja do zadataka sa višestrukim izborom), specifičnosti sistema bodovanja (uključujući eventualno postojanje negativnih poena ili uputstva za pregledače), kategorizaciju učesnika prema uzrastu ili tipu škole, kao i uslove učešća koji se odnose na kotizacije i načine prijavljivanja. Ovakav pristup pruža uvid u strukturu i nivoe takmičenja, od onih sa najdužom tradicijom u organizaciji DMS-a do novijih takmičenja u onlajn formatu. U posebnom delu ovog poglavlja dat je prikaz literature koja je učenicima na raspolaganju za pripremu, kao i sam značaj pripremnih aktivnosti.

2.1 Takmičenja u organizaciji Društva matematičara Srbije

2.1.1 Nivoi takmičenja

Takmičenja u organizaciji Društva matematičara Srbije (u daljem tekstu DMS) su najpoznatija i najznačajnija za učenike. Organizuju se u nekoliko stupnjeva (nivoa).

To su:

- školsko
- opštinsko
- okružno
- državno
- juniorska srpska matematička olimpijada

Takmičenja za učenike osnovnih škola se organizuju od 1960-ih godina (videti [14]). Najpre su se organizovala takmičenja na nižim nivoima (tačna godina nije poznata), da bi prvo republičko takmičenje bilo organizovano 4. juna 1967. Na istom je učestvovalo oko 100 učenika osmog razreda. Kasnije je takmičenje prošireno i na učenike 6. i 7. razreda i organizovalo se u raznim mestima širom Srbije. Nakon republičkog (sada državnog) se ranije organizovalo savežno takmičenje, koje je prvi put održano 1970. godine. Danas se organizuje Juniorska

srpska matematička olimpijada, čiji je cilj izbor ekipe za Juniorsku balkansku matematičku olimpijadu. Ona je održana prvi put 1997. u Beogradu, a njen inicijator je bio DMS. Bili smo domaćini još dva puta: 2004. godine u Novom Sadu i 2015. u Beogradu.

Da bi učenik učestvovao na višem nivou takmičenja, potrebno je da učestvuje na svim nižim nivoima i ostvari odgovarajući plasman. Ukoliko je učenik sedmog ili osmog razreda u prethodnoj školskoj godini učestvovao na višem nivou takmičenja i na njemu osvojio nagradu, stiče pravo učešća na stupnju takmičenja koji je za jedan nivo niže od onog na kom je osvojio nagradu, pod uslovom da je učestvovao u tekućoj godini na svim nižim nivoima takmičenja. Na primer ako je učenik prethodne godine osvojio nagradu na državnom takmičenju, sledeće godine stiče pravo učešća na okružnom takmičenju, bez obzira na rezultat koji je postigao na školskom i opštinskom takmičenju, ali na njima mora učestvovati. Učenik se u toku školske godine može takmičiti u svom razredu ili višem. Da bi stekao pravo učešća u višem razredu, potrebno je da osvoji nagradu na državnom takmičenju (za učenike sedmog i osmog razreda) ili na okružnom (za učenike ostalih razreda). Na takmičenjima uz saglasnost DMS-a mogu učestvovati i gosti iz inostranstva, ali van konkurencije.

Prema propozicijama (videti [3]) potreban broj bodova za učešće na višem nivou takmičenja varira iz godine u godinu i zavisi od postignutih rezultata učenika (težine zadataka) i broja učesnika na višem nivou takmičenja. Na opštinskom i okružnom nivou odluku o broju donosi nadležna podružnica DMS-a nakon konsultacija sa aktivom učitelja i nastavnika matematike, a u skladu sa njihovim prostornim i organizacionim mogućnostima. Iz tog razloga za te nivoe takmičenja potreban broj bodova u istoj godini može varirati u zavisnosti od okruga, odnosno opštine. Kako propozicije predviđaju i da učenici koji na školskom i opštinskom takmičenju osvoje barem 80 bodova, su direktni učesnici višeg nivoa takmičenja, sledi da potreban broj bodova za prolazak na opštinsko i okružno ne sme biti veći od 80. Na državnom takmičenju učestvuje oko 300 najboljih učenika (oko 100 po razredu) i potreban broj bodova je jedinstven za celu Srbiju. Na Juniorskoj Srpskoj Matematičkoj Olimpijadi (u daljem tekstu JSMO) učestvuje dvadeset najboljih učenika i to 6 najboljih na državnom iz sedmog razreda i 14 najboljih iz osmog razreda. Pored njih na JSMO učestvuju i učenici koji su se plasirali među 20 najboljih na državnom takmičenju učenika srednjih škola (A kategorija), koji ispunjavaju starosni uslov da na dan Juniorske balkanske matematičke olimpijade (u daljem tekstu JBMO) imaju manje od 15,5 godina. Takođe na JSMO učestvuju i učenici koji su prethodne godine učestvovali na JBMO, ispunjavaju starosni uslov, učestvovali su na državnom takmičenju, a nisu uključeni u prethodno. Svake školske godine se na osnovu plana i programa učenja za sve razrede nadležno ministarstvo utvrđuje kalendar takmičenja. Školsko takmičenje se organizuje početkom decembra, opštinsko početkom februara, okružno sredinom marta i državno početkom maja. Takođe se donosi i odgovarajući plan takmičenja koji predviđa koje oblasti iz kog razreda idu u koji nivo takmičenja. Državna komisija koja sastavlja zadatke je u obavezi da se pridržava istog, ali zadaci ne moraju pokrivati sve oblasti koje predviđa plan. Školsko i opštinsko takmičenje se organizuju za učenike od trećeg do osmog

razreda osnovne škole. Okružno takmičenje se organizuje za učenike od četvrtog do osmog razreda. Državno takmičenje se organizuje za učenike šestog, sedmog i osmog razreda, a JSMO za učenike sedmog i osmog razreda. Sva takmičenja istog nivoa počinju u isto vreme. Na takmičenju je dozvoljena upotreba pribora za pisanje i crtanje. Ukoliko su učeniku potrebna dodatna pomagala (na primer brajeva mašina), za njih saglasnost daje državna komisija. Na svim nivoima takmičenja (osim školskog) učenici rade zadatke pod šifrom. Na Državnom i JSMO, a po potrebi i na nižim nivoima dešifrovanje se vrši tek nakon rešavanja prigovora i donošenja konačne odluke o dodeli nagrada i plasmanu učenika za naredni rang takmičenja.

Na Državnom takmičenju i JSMO učenici rade zadatke na duplim kopir papirima. Originali ostaju komisiji i trajno su vlasništvo DMS-a, a kopije zadržavaju učenici. Po potrebi učenici i na nižim nivoima mogu raditi zadatke na kopir papirima.

2.1.2 Zadaci sa takmičenja

U ovom delu rada dajemo tehničke informacije u vezi sa brojem zadataka na takmičenju, načinu dostave istih organizatorima takmičenja, kao i trajanju svih nivoa takmičenja. Vrste zadataka na raznim takmičenjima obrađujemo u posebnom poglavlju. Na svakom nivou takmičenja zaključno sa Državnim učenici rešavaju po pet zadataka, gde svaki nosi po 20 bodova. Na JSMO učenici rešavaju po četiri zadatka od kojih se svaki boduje sa po 10 poena. Izrada zadataka na školskom i opštinskom takmičenju traje 120 minuta, okružnom 150 minuta, državnom 180 minuta, a na JSMO izrada zadataka traje 240 minuta. Zadatke za svaki nivo takmičenja sastavlja državna komisija. Izuzetno zadatke za školsko takmičenje može sastaviti i stručna veća za matematiku, odnosno stručna veća za razrednu nastavu za učenike 3. i 4. razreda. Zadaci za prva tri nivoa takmičenja se dostavljaju organizatoru neposredno na dan takmičenja elektronski ili poštom. Kako svi učenici idu na jedinstvenu rang listu uz zadatke državna komisija dostavlja i rešenja zadataka, kao i uputstvo za bodovanje, koga je svaki pregledač u obavezi da se pridržava. Posle svakog nivoa takmičenja na sajtu DMS-a se ističu zadaci. Zadaci i rešenja jednog ciklusa takmičenja zaključno sa državnim se objavljuju u posebnoj publikaciji. Spiskovi takmičara za državno takmičenje i JSMO se objavljuju na sajtu DMS-a.

2.1.3 Nagrade na takmičenju

Na takmičenjima u organizaciji DMS-a se dodeljuju prva, druga i treća nagrada, kao i pohvale. Za obezbeđivanje nagrada na Državnom takmičenju je zaduženo Društvo matematičara Srbije i Ministarstvo prosvete Republike Srbije. Nagrade na opštinskom i okružnom takmičenju dodeljuju nadležne podružnice DMS-a. Zaključno sa okružnim takmičenjem ukupan broj nagrađenih i pohvaljenih učesnika iznosi oko polovinu učenika koji su učestvovali po razredu. Prvu nagradu dobija 5% najbolje plasiranih učenika u svakom razredu, drugu nagradu oko 10% učenika, treću oko 15%, a pohvalu dobija oko 20% učenika. Ukoliko

takvom raspodelom ima učenika sa 90 ili više poena koji nisu dobili prvu nagradu, 80 ili više poena koji nisu dobili najmanje drugu, 70 ili više poena koji nisu dobili najmanje treću nagradu, 60 poena ili više koji nisu dobili najmanje pohvalu, svi takvi učenici dobijaju odgovarajuću nagradu ili pohvalu. Učenici sedmog i osmog razreda koji rade po specijalizovanim programima za matematiku, se za nagrade na opštinskom i okružnom takmičenju rangiraju posebno i primenjuju se isti procenti, kao i za ostale učenike. Na državnom takmičenju oko polovine učenika po razredu dobija nagrade u razmeri 1:2:3, koja predstavlja odnos učenika koji su dobili redom prvu, drugu i treću nagradu. Učenici koji nisu osvojili nagradu, a imaju tačno urađena dva zadatka (bodovana sa po 20 bodova) dobijaju pohvalu.

2.2 Kengur i Misliša

2.2.1 Istorija međunarodnog takmičenja Kengur bez granica

Međunarodno matematičko takmičenje Kengur bez granica se održava u preko 90 država (videti [3]). Prvi put je održano 1978. u Australiji pod nazivom Matematički kengur kako bi se matematika što više promovisala. U Evropu su ovo takmičenje donela dva francuska matematičara André Deledicq i Jean Pierre Boudine, nakon što su 1990. posetili australijske kolege Peter-a O'Halloran-a i Peter-a Taylor-a. Prvo takmičenje je u Francuskoj (i Evropi) održano 15. maja 1991. godine. Svi učesnici su dobili mali poklončić, a taj običaj se održao i dan danas. Već 1993. takmičenje je privuklo pažnju nastavnika iz Rumunije, Poljske i Bugarske. Nakon toga, organizatori takmičenja u Francuskoj su pozvali kolege iz ostalih zemalja da se priključe takmičenju. 1991. je u Francuskoj učestvovalo 120 000 đaka, 1992. 300 000, da bi naredne godine broj dostigao pola miliona učenika. 1994. nastavnici iz sedam zemalja su odlučili da organizuju ovo takmičenje (Belorusija, Rusija, Španija, Holandija, Mađarska, Poljska i Rumunija)

Takmičenje se je širilo iz godine u godinu. U Bugarskoj je 2017. godine održan sedmodnevni kamp, a Danska je prvi put učestvovala 2015. godine.

Srbija je na Kenguru zvanično učestvovala prvi put 2005. godine, zahvaljujući podružnici DMS-a u Subotici i njihovom angažovanju. U prve dve godine su učestvovali učenici uglavnom iz Vojvodine, ali već 2007. godine je učestvovalo 20 000 đaka širom Srbije.

Francuska organizacija Kangourou Sans Frontières svake godine organizuje višednevni sastanak povodom takmičenja. U Srbiji je zapravo održavanje takmičenja de facto počelo godinu ranije, zahvaljujući profesorki iz Subotice koja je samostalno otišla na sastanak i dovela takmičenje u našu zemlju. Danas takmičenje organizuje DMS.

2.2.2 Međunarodno takmičenje Kengur bez granica u Srbiji

Na takmičenju u Srbiji mogu da učestvuju učenici od prvog razreda osnovne do četvrtog razreda srednje škole, raspoređeni po sledećim kategorijama:

- A kategorija za učenike osnovnih škola

- K1 kategorija za učenike društvenog smera gimnazije, specijalizovanih jezičkih odeljenja i učenike trećeg stepena srednjih stručnih škola
- K2 kategorija za srednje stručne škole četvrtog stepena
- K3 kategorija za učenike specijalizovanih matematičkih odeljenja, prirodno matematičkog i opšteg smera gimnazije

Zadaci su raspoređeni u tri kategorije:

- Zadaci koji nose 3 boda
- Zadaci koji nose 4 boda
- Zadaci koji nose 5 bodova

Učenici prvog i drugog razreda rade ukupno 18 zadataka, u svakoj grupi po 6. Učenici trećeg i četvrtog razreda rade test od 24 zadatka, u svakoj grupi po 8. Ostali učenici rešavaju 30 zadataka, po 10 u svakoj grupi.

Učenici upisuju rešenja u kodne liste, koje se pregledaju uz pomoć računara. Ukoliko učenik da netačno rešenje zadatka, oduzima mu se četvrtina bodova predviđena za taj zadatak, a ukoliko ne da odgovor na neki zadatak to rešenje vredi 0 bodova. Na kraju se na konačan zbir učenicima prvog i drugog razreda osnovne škole doda 18, trećeg i četvrtog razreda 24, a ostalim učenicima 30 bodova kako ne bi bilo učenika sa negativnim brojem poena. Učenici trećeg i četvrtog, petog i šestog, sedmog i osmog, prvog i drugog razreda srednje škole i trećeg i četvrtog razreda srednje škola rade iste testove, a testovi za učenike prvog i drugog razreda osnovne škole rade različite testove.

Kotizacija za učešće na takmičenju se plaća 250 dinara. Učenike prijavljuje škola, a ukoliko ista to ne želi da uradi, postoji mogućnost grupne uplate članarine za podmladak DMS-a, koja je ujedno i kotizacija za takmičenje. Osnovni nivo takmičenja se održava trećeg četvrtka u martu svake godine. Pored zadataka na srpskom jeziku (ćirilično i latinično pismo), moguće je raditi i zadatke na jeziku pojedinih nacionalnih manjina.

Za oko 10 do 15% učenika predviđene su medalje sa diplomom i pohvale. Od 2017. godine se organizuje i republičko finale Kengura. Na isto se plasiraju najbolji učenici sa osnovnog nivoa. Uglavnom to budu nagrađeni u svakoj kategoriji. Finalno takmičenje se održava uživo, na jednoj lokaciji u Srbiji i funkcioniše na identičan način kao i osnovni nivo u smislu tehničkih detalja.

2.2.3 Misliša

Matematičko takmičenje Misliša organizuje Matematičko društvo Arhimedes. Nastalo je po uzoru na matematičko takmičenje Kengur bez granica. Koncept takmičenja je osmišljen tako da takmičenje bude pedagoški korektnije u odnosu na Kengura. Na takmičenju je smanjen broj zadataka, tako da učenici prvog i drugog razreda srednje škole rade po 15 zadataka, po pet za 3,4 i 5 poena, a svi ostali razredi osnovne i srednje škole rade po 25 zadataka i to 8

zadataka po 3 i 5 poena i 9 zadataka po 4 poena. Svaki zadatak ima 5 ponuđenih odgovora, od kojih je samo jedan tačan. Nema negativnih poena i nema dodatnih poena, svaki učenik dobija onoliko poena koliko je zaslužio. Testovi su posebni za svaki razred, napravljeni po meri učenika, tako da je moguće osvojiti maksimalnih 100 bodova. Najuspešniji učenici se pozivaju na republičko finale koje se održava u Beogradu i rade 5 zadataka, koji su otvoreni po formatu. Učešće na takmičenju se plaća 200 ili 250 dinara, u zavisnosti od vremena prijave. Kotizacija predstavlja članarinu za klub Misliša, a svaki učenik dobija poklon svesku i sertifikat o učešću. Najuspešniji učenici dobijaju diplome sa nagradama i pohvale, a nagrade su predviđene i za najuspešnije škole (zidni kalendari, publikacije za biblioteku).

Takmičenje se održava svake godine, počev od 2006. i to drugog četvrtka u martu. U početku se održavalo trećeg, ali je termin promenjen, čime je učenicima omogućeno da učestvuju i na Misliši i na Kenguru, što u početku nije bilo moguće zbog preklapanja termina.

Ovo je jedno od retkih takmičenja (pored Kengura) gde se takmiče i učenici prvog razreda osnovne škole. Arhimedes je to odbijao i pored molbi, jer je smatrao da je u tom uzrastu takav tip takmičenja pedagoški nekorektan i po vaspitanje dece štetan, ali je na kraju pronađen način (kroz smanjenje broja zadataka i skraćivanje trajanja takmičenja) da se i u tom razredu takmičenje održi na pedagoški prihvatljiv način. (videti [2])

2.3 Ostala matematička takmičenja za osnovce

2.3.1 Arhimedesova matematička dopisna olimpijada

Dopisnu matematičku olimpijadu matematičko društvo Arhimedes organizuje od 2005. godine. Takmičenje je namenjeno učenicima od petog do osmog razreda. Sastoji se od dve faze. U prvoj fazi učenici rešavaju 5 zadataka koji su poslati školama i objavljeni na sajtu Arhimedesa. Učenici treba da ih samostalno reše i pošalju Arhimedesu prema dobijenom uputstvu. Nakon što komisija izvrši pregled zadataka, svim učenicima koji uspešno urade iste biće poslani na kućnu adresu zadaci za drugu fazu. Druga faza funkcioniše identično kao prva, samo što zadataka ima 10. Nakon što komisija izvrši pregled i tih zadataka, najbolji učenici će dobiti odgovarajuće nagrade i pohvale. Najuspešniji među njima pozivaju se na republičko finale. Ono funkcioniše kao klasično takmičenje. Na istom se najuspešnijim učenicima dodeljuju nagrade i pohvale, uključujući i specijalnu nagradu. Elektronska dostava nije predviđena, a kriterijumi za nagrade se ne objavljuju javno (videti [2]).

2.3.2 Arhimedesova matematička internet olimpijada

Arhimedesova matematička internet olimpijada je takmičenje koje se u 2025. godini organizuje šesnaesti put. Pravo učešća imaju učenici od četvrtog do osmog razreda. Sastoji se od dva kola koja se organizuju online i finala koji se organizuje uživo u Beogradu. U prvom kolu učenici rešavaju sedam zadataka, koji

se objavljuju svakog ponedjeljka po jedan na sajtu Arhimedesa. Učešće je besplatno, a učenik se može uključiti u takmičenje bilo kada tokom trajanja prvog kola. Nakon završetka prvog kola, objavljuju se zadaci drugog kola, po istom principu kao i za prvo kolo. Drugo kolo ima 5 zadataka. Zadaci prvog kola se boduju sa po jednim bodom, a drugog kola sa po 2 boda. Najuspešniji rešavatelji se pozivaju na republičko finale, koje funkcioniše po principu klasične pismene olimpijade (takmičenja). Na samom finalu komisija objavljuje rezultate i dodeljuje nagrade. Nagrade su lepe matematičke knjige. Svaki učesnik finala dobija prigodan poklon, sertifikat o učešću i osveženje. Ovo takmičenje se nalazi u kalendaru takmičenja koje pravi ministarstvo prosvete i za uspehe na finalu istog grad Novi Sad je dodeljivao novčane nagrade.

2.3.3 Arhimedesov matematički turnir

Pored pojedinačnih takmičenja Arhimedes organizuje i ekipno prvenstvo učenika osnovnih škola.

Arhimedesov matematički turnir predstavlja spoj ekipnog i pojedinačnog takmičenja sa ekipnim rangiranjem (škole) i pojedinačnim rangiranjem (članovi ekipa). Ekipu čini pet članova: po jedan učenik četvrtog, petog, šestog, sedmog i osmog razreda. Ekipe trebaju biti u pratnji nastavnika, koji mora biti prisutan na mestu održavanja takmičenja sve vreme njegovog trajanja. Svaka škola ima pravo na jednu ekipu, a nepotpune ekipe ne mogu učestvovati.

Učesnici rade zadatke koji su podeljeni u dve grupe. Prvu grupu čine zadaci iz redovnog gradiva (A grupa), a drugu grupu složeniji zadaci za izostravanje uma (B grupa). Zadaci su maksimalno usaglašeni sa programom matematike. Zadaci iz grupe B zahtevaju viši nivo znanja, dok su za rešavanje zadataka iz grupe A dovoljna osnovna znanja iz matematike.

Nakon pregleda zadataka vrši se rangiranje ekipa (zbir rezultata svih članova ekipe) i pojedinačno rangiranje (po razredima). Učenici se rangiraju po ukupnom broju osvojenih poena iz obe grupe zadataka. Takmičenje je republičkog karaktera, pa je rangiranje na republičkom nivou, ali se može po potrebi vršiti rangiranje i na opštinskom ili okružnom nivou.

Na ovom takmičenju se dodeljuju prva, druga i treća nagrada sa odgovarajućim diplomama, kao i pohvale. Nagrade se dodeljuju učenicima za pojedinačne rezultate i školama za ekipne rezultate. Nagrade su monografije, enciklopedije i druge vredne knjige. Za najuspešniju ekipu, ukoliko ispuni utvrđeni kriterijum, se u zavisnosti od broja takmičara može dodeliti i laptop.

Ovo takmičenje se organizuje 2026. godine 51. put i prema dosadašnjem iskustvu je veoma svrsishodan ovakav vid takmičenja. Kako se održava samo jednog dana, veoma je ekonomično. Usled pažljivog sastavljanja i izbora zadataka dolazi do izražaja znanje i rad takmičara što ga čini objektivnim i kvalitetnim. Rangiranje se može vršiti na više različitih nivoa (opštinski, okružni i republički), a sam turnir je širokog obuhvata među učenicima, jer se mogu organizovati i dodatna predtakmičenja u cilju izbora ekipe, pri čemu treba da posluže i rezultati sa dosadašnjih takmičenja.

2.3.4 Međunarodni turnir gradova

Centralni organizacioni komitet Turnira iz Moskve je 1998. godine poverio Matematičkom društvu Arhimedes organizaciju ovog turnira u Beogradu, čime se naša zemlja uključila u ovo prestižno matematičko takmičenje. Međunarodni turnir gradova je drugo najznačajnije matematičko takmičenje, odmah posle Internacionalne matematičke olimpijade. (videti [6]) Učenici se takmiče u dve kategorije- mlađem i starijem uzrastu. U mlađem uzrastu se takmiče učenici osmog razreda osnovne škole i prvi razred srednje škole. U starijoj kategoriji se takmiče učenici drugog i trećeg razreda srednje škole, a kod nas i učenici četvrtog razreda srednje škole. Takmičenje se održava u dva ciklusa, a to su jesenji i zimski. Svaki ciklus se sastoji od dve varijante: bazne i složene. Zadaci se sastavljaju u Rusiji i prevode sa ruskog jezika. Učenik se može takmičiti u više faza i varijanti, a računa mu se bolji rezultat. Dodeljuju se nagrade sa diplomama i pohvala za najuspešnije takmičare. Odluku o nagrađenim učenicima donose Centralni žiri turnira gradova u Moskvi i žiri Turnira gradova za grad Beograd. Svake godine u avgustu se organizuje letnja konferencija turnira gradova (finale). Traje 10 dana, a održava se u Rusiji. Na ovom takmičenju učestvuje preko 100 gradova širom sveta. Poslednje informacije o učešću Srbije na ovoj konferenciji koje je objavio Arhimedes se odnose na 2013. godinu, pa ih nećemo navoditi. Poziv za učešće na turniru za 2025/2026 godinu je objavljen.

2.3.5 Revijalno matematičko takmičenje

Svake godine širom sveta se 14. mart obeležava kao dan matematike. Povodom istog matematički klub „Diofant“ iz Valjeva svake godine organizuje revijalno matematičko takmičenje. Takmičenje je namenjeno pre svega učenicima osnovne škole (koji se takmiče po razredima), ali postoji i kategorija za srednjoškolce i ostale (nastavnici, studenti i ostali zainteresovani).

U svakoj kategoriji se rešava 5 zadataka, čiji se rezultati dostavljaju putem elektronskog formulara u predviđenom roku. Cilj takmičenja je obeležavanje dana matematike i popularizacija same matematike među mladim ljudima. Svi učesnici koji pošalju makar jedno tačno rešenje zadatka, dobijaju sertifikat o učešću elektronskim putem i bilten takmičenja. Učešće je besplatno, a nagrade se ne dodeljuju.

Pomenuti klub organizuje i probno školsko takmičenje i druge aktivnosti koje mogu biti zanimljive takmičarima (letnje i zimske škole, radionice).

2.3.6 Onlajn matematičko takmičenje škole Rajak

Školske 2022/2023 je održano online takmičenje škole Rajak. Takmičenje je organizovano u tri kruga. Prvi krug je održan u februaru, drugi u martu, a treći u aprilu. U svakom krugu učenici su rešavali 20 zadataka, od kojih je svaki nosio po 50 poena. U naredni krug takmičenja se plasirala polovina najuspešnijih takmičara na prethodnom krugu. Sva tri kruga su bila organizovana online putem zoom platforme. Pravo učešća su imali učenici od 5. do 8. razreda iz Srbije i regiona. Po tri najuspešnija učenika trećeg kruga iz svakog razreda su

nagrađena laptopom, telefonom i tabletom. Pored takmičenja organizovane su i online pripreme tokom novembra, decembra i januara. U novembru i decembru su učesnici dobijali svake nedelje po 3 zadatka mejlom. Svoja rešenja su po želji mogli poslati tokom nedelje, kako bi bili pregledani. Nakon pregleda bi učenici dobijali smernice za ispravak nedostataka, ukoliko ih ima. Zadaci su bili standardni školski i iz redovnog gradiva, kako bi učenici sve vreme bili u toku sa aktuelnim gradivom koje se obrađuje na nastavi. U januaru su održane četiri zoom radionice u trajanju od 60 minuta za učenike petog i šestog razreda i 90 minuta za učenike sedmog i osmog razreda. Autor ovog rada je učestvovao u realizaciji ovog takmičenja kroz sastavljanje zadataka za učenike petog i sedmog razreda, organizovanje radionica, pregledanje zadataka na email pripremama i takmičenju. Takođe je sve vreme bio u komunikaciji sa učenicima. Kotizacija za učešće na takmičenju i pripreme se ukupno plaćala 2000 dinara po učeniku. Takmičenje je održano samo u pomenutoj školskoj godini.

2.3.7 Matematički maraton

Matematički maraton je takmičenje koje svake godine organizuje Matematička akademija. Matematička akademija je privatna škola koja u svojoj ponudi ima razne kurseve iz matematike i fizike. Namenjeno je učenicima od petog do osmog razreda osnovne škole. Sastoji se iz dva kruga.

Prvi krug je online i od 60 zadataka, učenici petog razreda rade prvih 30, šestog prvih 40, sedmog 50, a osmog svih 60 zadataka. Kako se navodi na sajtu organizatora (videti [4]) zadaci su poređani po složenosti i godini učenja, a ono što je zanimljivo da je cilj najduži niz uzastopnih tačnih odgovora, a ne ukupan broj poena kao na većini ostalih takmičenja. U drugi krug prolazi 10 najuspešnijih učenika po razredu, a održava se uživo u Beogradu.

Učešće na takmičenju je besplatno, a za najbolje učesnike su predviđene nagrade. Detalji o nagrađivanju nisu navedeni, kao ni način određivanja složenosti zadataka.

2.3.8 Integral kup

Integral kup je ekipno matematičko takmičenje koje organizuje Podružnica matematičara Valjevo i Valjevska gimnazija. Namenjeno je učenicima od 13 do 17 godina, odnosno od sedmog razreda osnovne do drugog razreda srednje škole. Učenici iz Valjeva mogu učestvovati i u šestom razredu, u posebnoj kategoriji. Turnir je pozivnog karaktera. Ekipe iz Srbije mogu imati najviše 8 učesnika (po 2 iz svakog razreda) Ekipe iz inostranstva mogu imati do 4 učesnika (po 2 iz prvog i drugog razreda srednje škole) Svaka ekipa mora imati vođu ekipe.

Turnir se organizuje u 3 kategorije:

- Prva (šesti razred, samo za učenike iz Valjeva)
- Druga (sedmi i osmi razred)
- Treća (prvi i drugi razred srednje škole)

U svakoj od kategorija učenici rešavaju po 12 zadataka. Izrada zadataka traje 150 minuta. Test se sastoji od tri grupe zadataka:

- Algebra i brojevi,
- Geometrija,
- Kombinatorika.

U svakoj grupi zadataka je po 3 zadatka sa ponuđenim odgovorima čiji tačan odgovor donosi po 5 poena i još po 1 zadatak otvorenog formata čije rešenje se prilaže detaljno i boduje se sa najviše 15 poena. Na testu se može osvojiti najviše 90 poena.

Nagrade učenicima se dodeljuju u pojedinačnoj i ekipnoj konkurenciji. Oko 50% najuspešnijih u svakoj kategoriji dobija medalje.

Rejting ekipa formira se na osnovu aritmetičke sredine osvojenih poena svakog od četiri člana ekipe. Dodeljuju se prve tri ekipne nagrade.

Ovo takmičenje je održano pet puta. Prema raspoloživim informacijama poslednji put je održano 2021. godine.

2.3.9 Matematički kvizovi, konkursni i nagradni zadaci

U ovoj podsekciji kratko ćemo pomenuti neke aktivnosti koje ne spadaju formalno u takmičenja, ali učenicima zainteresovanim za ista mogu biti zanimljivi.

U okviru svojih zimskih i letnjih škola matematičko društvo Arhimedes organizuje matematički kviz. Za njega se prijavljuju ekipe od po 4 člana, od kojih bar jedan mora biti učenik nižih razreda osnovne škole. (od prvog do četvrtog razreda). Ekipe odgovaraju na pitanja iz oblasti matematike, a za pobjedničku ekipu predviđene su nagrade koje uključuju diplomu, matematičku knjigu i sladoled/palačinke.

Matematički list je publikacija koju izdaje DMS i namenjena je prvenstveno učenicima osnovnih škola zainteresovanim za takmičenja, kao i njihovim nastavnicima. Izlazi u pet brojeva tokom godine. U svakom broju se za svaki razred objavljuju između ostalog po 2 konkursna zadatka i jedan nagradni. Najuspešniji rešavaoci pomenutih zadataka nagrađuju se knjigama. Takvi zadaci postoje i iz programiranja i u svakom broju postoji nagradni zadatak za nastavnike.

2.4 Pripreme za matematička takmičenja

Uspeh učenika na takmičenjima zavisi od raznih faktora. Jedan od najznačajnijih su pripreme. Učenik se za sama takmičenja može pripremati samostalno, na dodatnoj nastavi u školi, u specijalizovanim školama ili kombinacijom nekih od ovih načina. Na koji god način da se učenik sprema za to mu je potrebna odgovarajuća literatura. Postavlja se pitanje gde ju je moguće naći i kakva literatura je zapravo potrebna. Time se bavimo u ovom poglavlju.

2.4.1 Priprema za takmičenja u organizaciji DMS-a

Već smo spomenuli da su takmičenja u organizaciji DMS-a najvažnija za učenike u Srbiji. Ona se nalaze u zvaničnom kalendaru ministarstva. Za njih svake godine DMS donosi program kojim se definiše iz kojih se oblasti mogu očekivati zadaci u kojem razredu i na kom nivou takmičenja. Ono što je zajedničko za sve razrede i nivoe takmičenja je da dolaze u obzir sve teme sa prethodnih nivoa i razreda takmičenja. Učenici i nastavnici treba da obrate pažnju na ovaj program, kako bi osigurali da su prošli sve predviđene oblasti, posebno u slučajevima kada do takmičenja određena oblast neće biti obrađena na redovnoj nastavi iz bilo kog razloga ili ako navedena oblast uopšte ne spada u redovno gradivo poput nelinearnih diofantovih jednačina ili kongruencija po modulu. U nastavku dajemo plan za osmi razred, kao završni razred osnovne škole u kojem se takmičenje organizuje na svim nivoima.

Problemski, logički i logičko-kombinatorni tipovi zadataka mogu biti zastupljeni na svim nivoima takmičenja.

Nivo takmičenja	Oblasti
Školsko takmičenje	• Sve oblasti predviđene programom takmičenja za prethodne razrede; • Krug; • Sličnost; • Tačka, prava i ravan; • Linearne jednačine i nejednačine sa jednom nepoznom; • Tangentni i tetivni četvorougao; • Jednačine sa apsolutnim vrednostima.
Opštinsko takmičenje	• Oblasti predviđene za prethodni nivo takmičenja; • Prizma; • Linearne Diofantove jednačine.
Okružno takmičenje	• Oblasti predviđene za prethodne nivoe takmičenja; • Piramida; • Linearna funkcija; • Nelinearne Diofantove jednačine.
Državno takmičenje	• Oblasti predviđene za prethodne nivoe takmičenja; • Sistemi linearnih jednačina i primene; • Kongruencije po modulu; • Nejednakosti i primene; • Elementarni problemi ekstremnih vrednosti.

Literatura za takmičenja u organizaciji DMS-a

Za pripremu ovih takmičenja literatura je najbrojnija i najdostupnija. Pre svega je potrebno spomenuti matematički list. Njega izdaje sam DMS i u njemu

se nalaze između ostalog i konkursni i nagradni zadaci, za čije rešavanje učenici mogu biti nagrađeni, kako smo spomenuli u poglavlju 2. Pored toga zadaci iz matematičkog lista redovno dolaze na takmičenjima i to najčešće dva zadatka na opštinskom nivou i jedan zadatak na okružnom nivou. U rešenjima se takvi zadaci jasno obeležavaju odgovarajućom oznakom. U obzir dolaze i zadaci iz ranijih godina, tako da je korisno pribaviti i preći zadatke i iz ranijih brojeva. Na sajtu društva je moguće besplatno pronaći brojeve do školske 2017/2018 godine. Ostali brojevi se mogu poručiti preko DMS-a. Pored matematičkog lista veoma korisna literatura su zadaci sa takmičenja iz ranijih godina. Isti se mogu pronaći na zvaničnom sajtu DMS-a. Radeći zadatke ranijih godina učenik se upoznaje sa tipovima i težinom zadataka koji na ista dolaze, kao i kombinacijama koje se pojavljuju, ali i načinom raspodele poena (ključem za bodovanje) koji se može videti u zvaničnim rešenjima zadataka. Takođe DMS izdaje i specijalizovane publikacije namenjene takmičarima, poput pripremnihi zadataka za određeni razred, rešenih zadataka sa svih takmičenja u određenom periodu ili pak rešenih zadataka iz određenih oblasti poput tetivnog i tangentnih četvorouglova. Slične publikacije izdaje i izdavačka kuća Matematiskop.

2.4.2 Priprema i literatura za takmičenja Misliša i Kengur bez granica

Ova takmičenja imaju značajno drugačiji koncept od DMS-ovih, pa se pripremi za ista treba posvetiti posebna pažnja. Pre svega zadataka ima mnogo više, a rade se u manje vremena (90 minuta). Pored toga zadaci su raspoređeni u tri grupe, od najjednostavnijih koji se mogu raditi i na redovnom času, do prilično složenih, čija rešenja nisu uopšte naivna. Ovo omogućava značajno širem krugu učenika da se takmiči, jer svako može da pronađe nivo koji mu odgovara, te bi stoga nastavnik trebao motivisati i učenike kojima su zadaci sa DMS-ovih takmičenja teški, pa čak i učenike koji nemaju peticu iz matematike, već na primer „jaču“ četvorku. Takođe svi zadaci su na zaokruživanje u prvom krugu, a na Kenguru postoje i negativni bodovi. Na sve ovo učenike treba posebno spremati, jer se sa time ne susreću toliko na nastavi, posebno kada je reč o negativnim poenima. Pored toga Kengur je napravljen tako da je veoma teško uraditi sve, pa i na to treba skrenuti pažnju.

Da bi se učenici na ovo pripremili potrebno je da se upoznaju sa strukturom testa i tipovima zadataka. Matematičko društvo Arhimedes svake godine izdaje publikacije sa zadacima sa takmičenja Misliša za tu godinu. Isto radi i DMS za takmičenje Kengur bez granica. Ove publikacije mogu biti dobra polazna osnova. Pored toga Arhimedes izdaje i druge publikacije sa zadacima sa Misliše (na primer za pojedinačne razrede) i drugih njihovih takmičenja. Zadaci i tabele tačnih odgovora sa Kengura se mogu naći besplatno na sajtu DMS-a. Arhimedes ne objavljuje javno zadatke sa Misliše i većine ostalih njihovih takmičenja.

Za ova takmičenja ne postoji plan, te učenici ne mogu znati šta sve dolazi u obzir od oblasti. Kako na Kenguru dva razreda rade iste zadatke (osim prvog i drugog razreda osnovne škole), moguće je da neće svi zadaci biti iz obrađenog dela i na to treba učenicima skrenuti pažnju. Takođe učenike bi bilo korisno upo-

znati i sa pravilnim popunjavanjem kodnih lista, pošto se na Kenguru testovi pregledaju mašinski. Čini se da je jedno od boljih rešenja za navedeno organizovanje simulacije takmičenja bilo u školi ili kod kuće (takmičar organizuje sam za sebe).

Što se tiče ostalih pomenutih takmičenja, način priprema se treba prilagoditi samom tipu takmičenja. Isto važi i za literaturu. Takođe na internetu (sajt DMS-a, specijalizovani portali, jutjub) se može naći razna literatura za dodatnu nastavu, a takođe mogu biti od koristi i zadaci sa prethodnih takmičenja iz regiona, pa i šire.

3 Zadaci sa takmičenja

U ovom poglavlju pokazujemo kakvi zadaci dolaze na takmičenjima u Srbiji. Pokazaćemo jedan primer zadataka sa državnog takmičenja za osmi razred, primer po tri zadataka koja vrede 3, 4 i 5 poena za sedmi i osmi razred sa osnovnog nivoa takmičenja Kengur bez granica i zadatke sa trećeg kruga takmičenja škole Rajak za učenike sedmog razreda. Kako su u poslednjem poglavlju analizirani rezultati državnog takmičenja, odlučili smo da pokažemo i primer zadataka sa tog takmičenja i to za osmi razred, kao završni razred osnovne škole. Kako je autor ovog rada sastavljao zadatke za tri kruga takmičenja škole Rajak za učenike petog i sedmog razreda, odlučili smo da prikažemo zadatke sa trećeg kruga za sedmi razred, kao najvišeg nivoa tog takmičenja u najvišem razredu za koji je autor sastavljao zadatke. Zadaci finalnog nivoa Kengura bez granica, Misliša i ostalih Arhimedesovih takmičenja se uglavnom ili ne objavljuju uopšte ili objavljuju u publikacijama, pa njih nećemo prikazati u ovom radu. Takođe na osnovnom nivou Kengura ima 30 zadataka, koji sa rešenjima prevazilaze obim rada, pa prikazujemo samo po 3 primera zadataka, po izboru autora, iz svake od pomenutih kategorija, za učenike sedmog i osmog razreda.

3.1 Zadaci sa državnog takmičenja

Sa takmičenja u organizaciji DMS-a smo izabrali da prikažemo državno takmičenje, pošto ćemo u radu analizirati rezultate istog. Odabrali smo osmi razred, zato što se učenici osmog razreda mogu takmičiti na svim nivoima, uključujući i međunarodni nivo. Takođe osmi razred predstavlja završetak osnovnog obrazovanja.

U nastavku dajemo zadatke i rešenja sa državnog takmičenja održanog 2023. godine za učenike osmog razreda. Prikazujemo zvanična rešenja i uz njih ključ za bodovanje, kako bismo prikazali način na koji isto funkcioniše. Identičan princip se koristi na nižim nivoima i u nižim razredima, uz naravno prilagođavanje ključa svakom pojedinačnom zadatku.

1. Za koje realne brojeve x je vrednost izraza

$$(x-1)(x-3)(x-4)(x-6) + 2023$$

minimalna? Odredi taj minimum.

Rešenje:

Dati izraz sredićemo tako što ćemo pomnožiti prvu i četvrtu, kao i drugu i treću zgradu:

$$(x-1)(x-3)(x-4)(x-6) + 2023 = (x^2 - 7x + 6)(x^2 - 7x + 12) + 2023 \quad \text{[5 bodova]}$$

$$\begin{aligned}
&= (x^2 - 7x + 6)(x^2 - 7x + 6 + 6) + 2023 \\
&= (x^2 - 7x + 6)^2 + 6 \cdot (x^2 - 7x + 6) + 2023 \\
&= (x^2 - 7x + 6)^2 + 6 \cdot (x^2 - 7x + 6) + 9 + 2014 \\
&= ((x^2 - 7x + 6) + 3)^2 + 2014 \\
&= (x^2 - 7x + 9)^2 + 2014 \quad \text{[5 bodova]} \\
&\geq 2014 \quad \text{[2 boda]}
\end{aligned}$$

jer je $(x^2 - 7x + 9)^2 \geq 0$. Dalje, primetimo da jednačina $x^2 - 7x + 9 = 0$ ima dva realna rešenja:

$$\begin{aligned}
x^2 - 7x + 9 &= x^2 - 2 \cdot \frac{7}{2}x + \frac{49}{4} - \frac{49}{4} + 9 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{13}{4} \\
&= \left(x - \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}\right) \left(x - \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}\right) = 0 \quad \text{[5 bodova]}
\end{aligned}$$

za $x_1 = \frac{7+\sqrt{13}}{2}$ [1 bod] i $x_2 = \frac{7-\sqrt{13}}{2}$ [1 bod], odakle sledi da je minimum izraza jednak 2014 [1 bod] i dostiže se u tačkama x_1 i x_2 .

2. Odredi ostatak pri deljenju broja $2^{223} + 2022^{2023}$ sa 7.

Rešenje:

Primetimo da je $2^3 \equiv 1 \pmod{7}$ [4 boda]. Tada je:

$$2^{222} = (2^3)^{74} \equiv 1^{74} \equiv 1 \pmod{7} \quad \text{[3 boda]}$$

pa je:

$$2^{223} = 2^{222} \cdot 2 \equiv 1 \cdot 2 \equiv 2 \pmod{7} \quad \text{[3 boda]}$$

Dalje je $2022 \equiv -1 \pmod{7}$ [4 boda], pa kako je 2023 neparan broj, to je:

$$2022^{2023} \equiv (-1)^{2023} \equiv -1 \pmod{7} \quad \text{[3 boda]}$$

Konačno je:

$$2^{223} + 2022^{2023} \equiv 2 + (-1) \equiv 1 \pmod{7}$$

tj. traženi ostatak je 1 [3 boda].

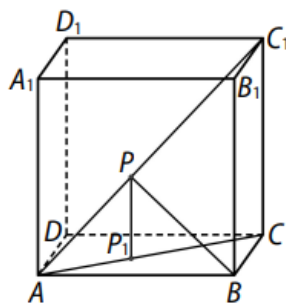
3. Neka je data kocka $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ čija je stranica dužine 1 cm. Neka je P tačka na prostornoj dijagonali AC_1 takva da je $BP \perp AC_1$. Izračunaj površinu i zapreminu piramide $ABCDP$.

Rešenje:

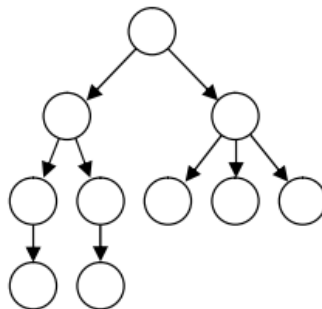
Primetimo da je trougao ABC_1 pravougli sa stranicama $AB = 1$ cm, $BC_1 = \sqrt{2}$ cm i $AC_1 = \sqrt{3}$ cm. BP je visina u tom trouglu, pa je $BP = \frac{\sqrt{6}}{3}$ cm [1 bod]. Iz Pitagorine teoreme je $AP = \frac{\sqrt{3}}{3}$ cm [1 bod].

Neka je P_1 projekcija tačke P na osnovu $ABCD$. Tada $P_1 \in AC$, jer se AC_1 projektuje na AC . Dalje je $\triangle AP_1P \sim \triangle ACC_1$, pa je $\frac{AP}{AC_1} = \frac{PP_1}{CC_1} = \frac{AP_1}{AC}$ [1 bod].

Odatle je $PP_1 = \frac{1}{3}$ cm **[2 boda]** i $AP_1 = \frac{\sqrt{2}}{3}$ cm **[1 bod]**. Samim tim, dobili smo visinu piramide (PP_1), pa je $V_{ABCDP} = \frac{1}{9}$ cm³ **[2 boda]**.
 Primetimo da je $\triangle AP_1B \cong \triangle AP_1D$ po stavu SUS ($AB = AD$, $AP_1 = AP_1$, $\angle BAP_1 = \angle DAP_1 = 45^\circ$). Odatle je $BP_1 = DP_1$ **[2 boda]**. Po stavu SUS je $\triangle BP_1P \cong \triangle DP_1P$ ($BP_1 = DP_1$, $PP_1 = PP_1$, $\angle BP_1P = \angle DP_1P = 90^\circ$). Samim tim je $BP = DP$ **[2 boda]**. Odatle su podudarni i pravougli trouglovi ABP i ADP po stavu SSS, pa je $P_{ABP} = P_{ADP} = \frac{\sqrt{2}}{6}$ cm² **[2 boda]**. Dalje je $\triangle BCP \cong \triangle DCP$ po stavu SSS. Kako je $CP_1 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ cm, to je $CP = \sqrt{CP_1^2 + PP_1^2} = 1$ cm **[2 boda]**. Dakle, trouglovi BCP i DCP su jednakokraki sa stranicama $\frac{\sqrt{6}}{3}$ cm, 1 cm, 1 cm, pa je njihova površina $\frac{\sqrt{5}}{6}$ cm² **[2 boda]**. Površina piramide $ABCDP$ je $P = \frac{1}{3} \cdot (3 + \sqrt{2} + \sqrt{5})$ cm² **[2 boda]**.



4. Na koliko načina možeš rasporediti brojeve iz skupa $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ u krugove (svaki broj raspoređuješ u jedan krug), tako da strelice pokazuju od većeg ka manjem broju?



Rešenje:

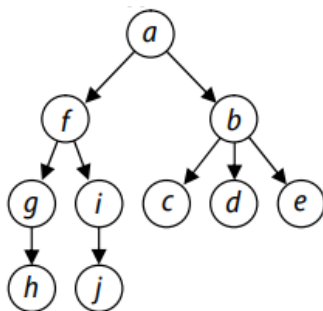
Označimo krugove u kojima raspoređujemo brojeve kao na slici. U krug a mora biti raspoređen najveći broj (10) **[2 boda]**. Četiri broja koja ćemo rasporediti u krugove b, c, d i e možemo odabrati na

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126 \text{ načina} \quad \mathbf{[6 bodova]}.$$

Time dobijamo i brojeve koje raspoređujemo u krugove f, g, h, i, j . U krug b mora biti raspoređen najveći od 4 izabrana broja. Preostala 3 broja u krugovima c, d i e možemo rasporediti na 6 načina **[4 boda]**. Od 5 brojeva koje raspoređujemo u krugove f, g, h, i, j , u krug f upisujemo najveći od njih.

Od preostala 4 kruga g, h, i, j , brojeve koje ćemo rasporediti u krugove g i h možemo odabrati na 6 načina **[4 boda]**, čime smo izabrali i brojeve koje raspoređujemo u krugovima i i j . Raspored ta četiri broja je jednoznačno određen. Veći od brojeva koje raspoređujemo u krugove g i h se upisuje u krug g , a manji u krug h . Slično, veći od brojeva koje raspoređujemo u krugove i i j se raspoređuje u krug i , a manji u krug j .

Konačno, ukupan broj traženih načina je $126 \cdot 6 \cdot 6 = 4536$ **[4 boda]**.

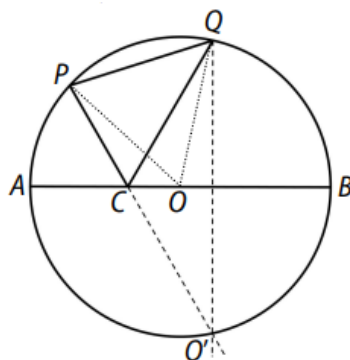


5. Na prečniku AB kruga odabrana je proizvoljna tačka C . Tačke P i Q na datoj kružnici, sa iste strane prečnika AB , odabrane su tako da je $\sphericalangle ACP = \sphericalangle PCQ = \sphericalangle QCB = 60^\circ$. Dokaži da dužina tetive PQ ne zavisi od odabira tačke C na prečniku.

Rešenje:

Označimo sa Q' tačku na kružnici simetričnu tački Q u odnosu na prečnik AB . Iz osobina simetrije važi da je $\sphericalangle BCQ' = \sphericalangle BCQ = 60^\circ$. Iz jednakosti $\sphericalangle BCQ' = \sphericalangle ACP = 60^\circ$, zaključujemo da su tačke P, C i Q' kolinearne **[8 bodova]**.

Trougao CQQ' je jednakokraki, sa uglom pri vrhu $\sphericalangle CQQ' = 120^\circ$, pa je periferijski ugao nad tetivom PQ jednak $\sphericalangle PQ'Q = \sphericalangle CQ'Q = 30^\circ$ **[4 boda]**. Tada je centralni ugao nad tetivom PQ jednak $\sphericalangle POQ = 60^\circ$ (sa O smo označili centar datog kruga), pa je trougao OPQ jednakostraničan, a samim tim i dužina tetive PQ je jednaka poluprečniku kruga **[8 bodova]**, čime smo pokazali da od odabira tačke C ne zavisi dužina tetive PQ .



Zadaci sa državnog takmičenja su uglavnom složeniji od zadataka sa takmičenja nižeg nivoa. Iz tog razloga izrada zadataka na istom traje duže.

3.2 Zadaci sa takmičenja Kengur bez granica

Na takmičenju Kengur bez granica, stariji osnovci i srenjoškolci rade po 30 zadataka, različite težine i iz raznih matematičkih oblasti. U nastavku dajemo po tri primera zadataka koji vrede 3, 4 i 5 poena iz 2025. godine sa detaljnim rešenjima za učenike sedmog i osmog razreda. (rade iste zadatke) Kako je takmičenje međunarodnog karaktera, slične testove rade učenici širom sveta. Zbog razlike u programima, svaka država ima pravo da promeni određeni broj zadataka.

U nastavku dajemo primer tri zadatka koji vrede 3 poena za učenike sedmog i osmog razreda.

1. U voćnjaku površine 30 ari, zasađene su jabuke, breskve i kajsije. Površine voćnjaka pod jabukama, breskvama i kajsijama su u odnosu $7 : 3 : 2$. Za koliko je površina pod breskvama veća od površine voćnjaka pod kajsijama?

A) 10 ari B) 12,5 ari V) 7,5 ari G) 5 ari D) 2,5 ara

Rešenje: Iz proporcije $7 : 3 : 2$, vidimo da je površina pod jabukama $7k$, pod breskvama $3k$, a pod kajsijama $2k$. To je ukupno $7k + 3k + 2k = 12k$, pa je $12k = 30$, odnosno $k = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} = 2,5$. Odavde je deo pod breskvama 7,5 ari, a pod kajsijama 5 ari. odavde sledi da je površina pod breskvama veća za 2,5 ara. Dakle tačan odgovor je **D**.

2. Danijel ima 5 godina. Danko je 6 godina stariji od Danijela. Koliki će biti zbir Danijelovih i Dankovih godina za 7 godina od sada?

A) 26 B) 27 V) 28 G) 29 D) 30

Rešenje: Ako Danijel ima 5 godina, a Danko je 6 godina stariji, sledi da Danko ima 11 godina. Za 7 godina će Danko imati 18, a Danijel 12 godina, što je ukupno 30 godina. Tačan odgovor je pod **D**.

3. Oliver želi da upiše cifre 2, 0, 2 i 5 u četiri prazna kvadrata na slici desno. Koji je najmanji rezultat koji Oliver može da dobije?

$$\square - \square + \square - \square$$

A) -7 B) -6 V) -5 G) -4 D) -3

Rešenje: Da bi broj bio što manji, potrebno je da u polja sa predznakom - upišemo što je moguće veće brojeve, odnosno 5 i 2, a u ostala 2 i 0. Tada se dobija $2 - 5 + 0 - 2 = -5$, tako da je tačan odgovor **V**.

Zadaci koje vrede 4 poena su nešto složeniji. U nastavku dajemo tri zadatka iz ove grupe za učenike sedmog i osmog razreda.

1. Dat je zbir razlomaka $\frac{2}{5} + \frac{22}{55} + \frac{222}{555} + \dots + \frac{222\dots2}{555\dots5}$ gde je broj cifara u brojiocu i imeniocu svakog sabirka jednak i gde u svakom sledećem sabirku broj cifara u brojiocu i imeniocu se povećava za 1 u odnosu na prethodni razlomak. Neka je n najmanji broj sabiraka datog zbira za koji je vrednost zbira veća ili jednaka 100. Tada je n jednako:

A) 200 B) 250 V) 500 G) 1000 D) 2025

Rešenje: Primetimo da se svaki razlomak može skratiti sa brojem oblika $1\dots111$, gde je broj cifara tog broja jednak broju cifara u brojiocu i imeniocu tog razlomka. Nakon skraćivanja dobijamo vrednost $\frac{2}{5}$. Oдавde je:

$$\frac{2}{5} + \frac{22}{55} + \frac{222}{555} + \dots + \frac{222\dots2}{555\dots5} = n \cdot \frac{2}{5}$$

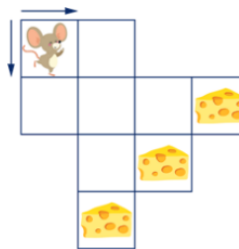
$$\frac{2}{5} \cdot n \geq 100$$

$$n \geq 250$$

Sledi da je tačan odgovor **B**.

2. Miš Miša želi da uzme jedno parče sira. Može da se kreće samo horizontalno ili vertikalno po poljima, u smerovima označenim na slici desno. Na koliko različitih načina Miša može da dođe do parčeta sira?

A) 3 B) 5 V) 8 G) 10 D) 11



Rešenje: Do parčeta sira koje se nalazi u drugom redu (red ispod onog u kojem je miš) Miša može doći na dva načina: jedan korak vertikalno i tri horizontalno ili korak horizontalno, korak vertikalno i dva koraka horizontalno. Do parčeta sira koje je u četvrtom redu Miša može doći takođe na

dva načina: korak horizontalno i tri vertikalno ili korak vertikalno, korak horizontalno, pa dva vertikalno. Do sira u trećem redu miš može doći na četiri načina: ako napravi korak horizontalno, onda mora korak vertikalno, pa ima opciju korak horizontalno, pa korak vertikalno ili obratno. Ako skoči korak vertikalno, mora horizontalno i onda opet bira horizontalno, pa vertikalno ili obratno. To je ukupno 8 koraka, pa je tačan odgovor **V**.

3. Ako je x pozitivan broj koji predstavlja rešenje jednačine $125^x = 5^{x^3}$, tada je:

A) $x = 5$ B) $x = 3$ V) $x = 5\sqrt{2}$ G) $x = 3\sqrt{5}$ D) $x = \sqrt{3}$

Rešenje: $125 = 5^3$, kada to ubacimo u jednačinu dobijamo: $(5^3)^x = 5^{x^3}$
 Odavde je: $5^{3x} = 5^{x^3}$ Pošto su osnove iste moraju biti i eksponenti: $3x = x^3$
 Pošto nam se traži pozitivno rešenje, celu jednačinu možemo da podelimo sa x : $x^2 = 3$. I onda je traženo pozitivno rešenje: $x = \sqrt{3}$ što znači da je tačan odgovor **D**.

Najteži zadaci na ovom takmičenju vrede 5 poena. U nastavku dajemo primere tri zadatka i iz ove grupe za učenike sedmog i osmog razreda.

1. Jovana je pomnožila neka tri različita prosta broja i dobila broj a . Danijela je takođe pomnožila neka tri različita prosta broja i dobila broj b . Koji od ponuđenih brojeva može biti proizvod brojeva a i b ?

A) 180 B) 450 V) 1800 G) 2100 D) 3500

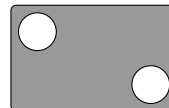
Rešenje: Rastavimo svaki od ponuđenih brojeva na proste činioce: $180 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$, $450 = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$, $1800 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$, $2100 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$, $3500 = 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$.

Iz faktORIZACIJE vidimo da se samo 2100 i 3500 mogu rastaviti na 6 prostih činilaca. Međutim kako se u 3500 pojavljuje tri puta broj 5, sledi da je nemoguće njegove proste faktore rasporediti u dve grupe tako da u obe budu međusobno različiti brojevi.

Kod 2100 je to moguće. U jednu grupu idu 2, 5 i 7, a u drugu 2, 3 i 5. Dakle, tačan odgovor je **G**.

2. Pavle je pucao ukupno 17 puta u dve mete. Bio je uspešan u 60% slučajeva kada je gađao metu u gornjem levom uglu i u 75% slučajeva kada je gađao metu u donjem desnom uglu. Koliko puta je pogodio metu u donjem desnom uglu kada je nju gađao?

A) 6 B) 7 V) 8 G) 9 D) 10



Rešenje: Neka je broj gađanja u gornju metu x , a y neka je broj gađanja u donju metu. Sada je $x + y = 17$. (1)

Ako je bio uspešan u 60% slučajeva gađanja u gornju metu, sledi da je $60\%x$ ceo broj, odnosno $\frac{3}{5}x$, je ceo broj, pa x , mora biti deljivo sa 5. Iz (1) zaključujemo da x može biti 5, 10 ili 15, Tada za y ostaju 12, 7 i 2.

Kako je u 75% slučajeva pri gađanju donje mete bio uspešan, sledi da je $75\%y$ ceo broj, odnosno $\frac{3}{4}y$ je ceo broj. Dakle y je deljivo sa 4. Kako je od mogućih vrednosti za y jedino 12 deljivo sa 4, sledi da je $x = 5$, a $y = 12$. tada je $\frac{3}{4} \cdot 12 = 9$, pa je tačan odgovor **G**.

3. Ana kreće u školu u 8:00. Škola je udaljena 1 km od njene kuće. Kada ide pešice, kreće se brzinom od 4 km/h i stiže u školu 5 minuta ranije. Kada ide biciklom, kreće se brzinom od 15 km/h. Koliko minuta ranije stiže u školu kada ide biciklom?

A) 12 B) 13 V) 14 G) 15 D) 16

Rešenje: Kada ide pešice Ana se kreće brzinom od 4 km/h, a kako joj je škola udaljena 1 km, sledi da do škole stigne za 15 minuta. kako pešice stiže 5 min ranije, sledi da joj škola kreće u 8:20. Kada ide biciklom kreće se brzinom od 15 km/h, što znači da stigne za 4 minuta, pa joj do škole ostane 16 minuta. Dakle tačan odgovor je **D**.

Zadaci iz prve grupe su najjednostavniji i oni se mogu raditi i na redovnoj nastavi. Zadaci koji vrede 5 poena su najteži, ali uglavnom lakši od zadataka sa državnog takmičenja. Zadaci koji vrede 4 poena su između te dve kategorije. Ovakva podela omogućava svakom učeniku da pronađe kako zadatke koje će umeti da reši, tako i one koji će mu predstavljati izazov.

3.3 Zadaci sa takmičenja škole Rajak

Testove za učenike petog i sedmog razreda je sastavio autor ovog master rada. Iz tog razloga prikazujemo zadatke za učenike sedmog razreda, umesto osmog. U trećem nivo su zadaci najsloženiji, pošto su za najuspešnije u tom krugu bile predviđene nagrade: laptop, tablet i telefon. U rešenjima zadataka je dat i ključ za bodovanje, koji je takođe osmislio autor ovog rada.

1. U pećini žive 3 lukave lisice. Svaka od njih laže dva uzastopna dana u nedelji, a ostalih dana govori istinu. Niko je dve lisice ne lažu istog dana. U ponedeljak je jedna lisica kazala: „Juče sam lagala“. Narednog dana, nadovezala se je druga lisica: „A ja sam juče lagala“. Kog dana u nedelji nijedna lisica ne laže?

Rešenje: Pretpostavimo da prva lisica laže u ponedeljak. Tada je u nedelju govorila istinu, pa mora da laže i u utorak. (10 bodova) Druga lisica onda mora govoriti istinu u utorak, što bi značilo da je lagala u ponedeljak. Dakle prva lisica ne laže u ponedeljak, pa mora govoriti istinu. Tada je ona lagala u nedelju, ali i subotu jer laže dva dana uzastopno. (20 bodova) Pretpostavimo da je druga lisica govorila istinu u utorak. Tada bi lagala u ponedeljak. A morala bi i u nedelju ili utorak, što nije moguće. Dakle druga lisica laže u utorak, što znači

da u ponedjeljak govori istinu. A utorak laže. Tada obe govore ponedjeljkom istinu. (20 bodova) Pa mora i treća, jer nedeljom prva laže, a utorak druga. (10 bodova)

2. Kada se tri poslednje cifre šestocifrenog broja a premeste na početak u istom poretku dobije se 6 puta veći broj. Naći broj a .

Rešenje: Neka je taj broj $\overline{abcdef}$. Tada je:

$$6 \cdot \overline{abcdef} = \overline{defabc}$$

$$6(\overline{abc000} + \overline{def}) = \overline{def000} + \overline{abc}$$

$$6000 \cdot \overline{abc} + 6 \cdot \overline{def} = 1000 \cdot \overline{def} + \overline{abc}$$

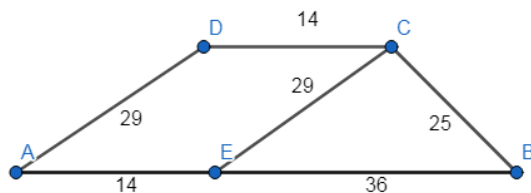
$$5999 \cdot \overline{abc} = 994 \cdot \overline{def} \quad / : 7$$

$$857 \cdot \overline{abc} = 142 \cdot \overline{def} \quad (20 \text{ bodova})$$

Kako 857 nije deljivo ni sa 2 ni sa 71, a proizvod ta dva broja je 142, sledi da $\overline{abc}$ mora biti deljivo sa 142, pa je jedino rešenje baš 142, jer $\overline{def}$ onda mora biti 857. U svim drugim slučajevima $\overline{def}$ bi imalo više od 3 cifre, što nije moguće. Dakle traženi broj je 142857. (30 bodova)

3. Dat je trapez čije su osnovice 50 i 14, a kraci 25 i 29. Naći površinu tog trapeza.

Rešenje:



Povucimo pravu paralelnu sa AD kroz C i označimo sa E presek te prave sa AB . Tada možemo odrediti dužine duži sa slike. (10 bodova) Kako imamo sve tri stranice trougla ECB možemo preko Heronovog obrasca izračunati njegovu površinu. Ona iznosi 360. (20 bodova) Sada možemo iz formule za površinu da izračunamo visinu na EB , što je ujedno i visina trapeza. Ona iznosi 20. (10 bodova) Srednja linija trapeza je 32. Pa je površina 640. (10 bodova)

4. Odredi najmanji trocifren broj za koji je zbir cifara njegovog zbira cifara jednak 9.

Rešenje: Najmanji takav broj je 108. On ima zbir cifara 9, pa će i zbir zbira cifara biti 9. Trocifreni brojevi manji od njega ne ispunjavaju uslove zadatka. (50 bodova)

5. Koliko ima trocifrenih brojeva u čijem se zapisu pojavljuju tačno 3 jednake cifre.

Rešenje: Ima ih 9. To su 111, 222, 333, ..., 999. (50 bodova)

6. Neka je A skup prirodnih brojeva koji su manji od 2016. Iz njega je izabrano 1011 brojeva. Dokazati da među izabranim brojevima postoje 2 koja

se razlikuju za 5.

Rešenje: Rasporedimo brojeve u parove. 1 i 6, 2 i 7, 3 i 8, 4 i 9, 5 i 10,..., 2005 i 2010. Veće od 2010 ne raspoređujemo. (20 bodova) Tada da bi smo postigli uslove zadatka ne smemo odabrati dva broja iz istog para. (10 bodova) Kako parova ima 1005 smemo odabrati toliko brojeva i 5 neraspoređenih, što je 1010 brojeva. Dakle 1011 broj mora biti drugi iz para, čime postoje dva broja čija je razlika 5. (20 bodova)

7. Od kvadrata su odrezana 4 pravougla trougla tako da je dobijen pravilan osmougao. Izračunaj površinu tog osmougla ako je stranica kvadrata 10.

Rešenje: Kako je unutrašnji ugao pravilnog osmougla 135° , spoljašnji je 45° , pa su ti pravougli trouglovi jednakokraki. (10 bodova) Tada ako im je kateta x , hipotenuza je $x\sqrt{2}$. Što je ujedno i stranica osmougla. (10 bodova) Tada je stranica kvadrata $2x + x\sqrt{2}$. Pa važi:

$$2x + x\sqrt{2} = 10$$

$$x(2 + \sqrt{2}) = 10$$

$$x = \frac{10}{2+\sqrt{2}} = \frac{10(2-\sqrt{2})}{2} = 5(2 - \sqrt{2}) \quad (20 \text{ bodova})$$

$$\text{Površina kvadrata je } 100, \text{ a isečenog dela } 4 \cdot \frac{25(2-\sqrt{2})^2}{2} = 50(2 - \sqrt{2})^2$$

$$\text{Pa je površina osmougla } 100 - 50(2 - \sqrt{2})^2. \quad (10 \text{ bodova})$$

8. Odrediti koliko ima četvorocifrenih brojeva koji se zapisuju pomoću cifara 1, 2 i 3, ali tako da se ni jedna cifra ne pojavljuje više od 2 puta u zapisu broja.

Rešenje: Taj broj mora imati dve iste cifre i dve različite cifre. (10 bodova) Broj načina da odaberemo koje će dve cifre biti iste je 6 (na kojim pozicijama će biti). To možemo uraditi za svaku od 3 cifre. (10+10 bodova) Preostale dve na preostala dva mesta možemo postaviti na 2 načina. Kada to sve iskombinujemo dobijamo da je rešenje $6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$. (20 bodova)

9. Dokazati da je $\sqrt{2}$ iracionalan broj.

Rešenje: Pretpostavimo suprotno, da je $\sqrt{2}$ racionalan broj. Tada važi $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, gde su p i q prirodni brojevi, takvi da nemaju zajednički delilac veći od 1 (10 bodova). Ako imaju, možemo skratiti razlomak. Tada je:

$$2 = \frac{p^2}{q^2} \implies 2q^2 = p^2$$

Tada je $2q^2$ deljivo sa 2, pa mora biti i p^2 . (10 bodova) Tada je i p deljivo sa 2, pa je p^2 deljivo sa 4, pa q^2 mora biti deljivo sa 2, pa je i q deljivo sa 2, što je u kontradikciji sa pretpostavkom zadatka. Odavde sledi da je $\sqrt{2}$ iracionalan (30 bodova).

10. Proizvod dva uzastopna parna prirodna broja je 80. Odredi te brojeve.

Rešenje: To su brojevi 8 i 10. Njihov proizvod je 80. (50 bodova)

11. Odrediti ostatak pri deljenju broja $25 \cdot 3^{2021}$ brojem $4 \cdot 3^{2020}$.

Rešenje: $25 \cdot 3^{2021} = 75 \cdot 3^{2020} = 72 \cdot 3^{2020} + 3 \cdot 3^{2020} = 18 \cdot 4 \cdot 3^{2020} + 3 \cdot 3^{2020}$

Dakle ostatak je $3 \cdot 3^{2020}$ (50 bodova)

12. Da li se prirodni brojevi od 1 do 15 mogu podeliti u dve skupa A i B tako da se u skupu A nalaze 2, a u skupu B nalazi trinaest brojeva i tako da je zbir brojeva skupa B jednak proizvodu brojeva skupa A.

Rešenje: Zbir svih brojeva od 1 do 15 je 120. Neka su x i y brojevi iz skupa A. Tada je:

$$xy = 120 - x - y$$

$$xy + x + y = 120$$

$$x(y + 1) + y = 120$$

$$x(y + 1) + y + 1 - 1 = 120$$

$$(x + 1)(y + 1) - 1 = 120$$

$$(x + 1)(y + 1) = 121 \text{ (30 bodova)}$$

Kako su brojevi skupa A različiti a $11^2 = 121$, sledi da nije moguće naći dva različita broja da zadovoljavaju poslednju jednakost, pa deljenje prirodnih brojeva na dva skupa po traženim uslovima nije moguće. (20 bodova)

13. Odredi sve cele brojeve n tako da je broj $n^3 - 2n^2 + 2n - 4$ prost.

Rešenje: $n^3 - 2n^2 + 2n - 4 = n^2(n - 2) + 2(n - 2) = (n^2 + 2)(n - 2)$ (20 bodova)

Da bi vrednost polinoma bila prost broj, jedan od činilaca mora biti jednak 1. Kako je $n^2 + 2$ veće od 1, mora biti $n - 2 = 1$, odnosno $n = 3$, pa je $n^2 + 2 = 11$, što jeste prost broj. (30 bodova)

14. Da li među prirodnim brojevima manjim od 1000 ima više onih čiji je zbir cifara 13 ili onih čiji je zbir cifara 14.

Rešenje: Jednocifrenih brojeva sa zbirom cifara 13 i 14 nema. (10 bodova) Dvocifreni brojevi sa zbirom cifara 13 su: 94, 49, 85, 58, 76, 67. A sa zbirom 14 su: 95, 59, 86, 68, 77. (10 bodova) Dakle, dvocifrenih brojeva sa zbirom 13 ima više.

Pokažimo da trocifrenih brojeva sa zbiovima cifara 13 i 14 ima jednako. Neka je $\overline{abc}$ broj čiji je zbir cifara 13. Posmatrajmo sada broj čije su cifre redom $9 - a$, $9 - b$, $9 - c$. Zbir njegovih cifara je $9 + 9 + 9 - a - b - c = 27 - (a + b + c) = 27 - 13 = 14$. Dakle, svakom broju oblika $\overline{abc}$ koji ima zbir cifara 13 možemo dodeliti jedinstven broj kome je zbir cifara 14. Dakle, trocifrenih brojeva sa zbirom cifara 13 i 14 ima isto. (30 bodova)

15. Štediša koji ulaže 100 dinara, želi da posle dve godine štednje na računu ima bar duplo više novca nego što je uložio. Koliki je najmanji ceo broj procenata godišnje kamate koji mu to omogućuje?

Rešenje: Neka je taj broj procenata p . Tada će štediša nakon prve godine imati $100(1 + \frac{p}{100})$, a nakon dve godine $100(1 + \frac{p}{100})^2$. (20 bodova) Sada imamo:

$$100 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \geq 200$$

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \geq 2$$

$$1 + \frac{p}{100} \geq \sqrt{2} \approx 1,4142135$$

$$\frac{p}{100} \geq \sqrt{2} - 1 \approx 0,4142135$$

Oдавde sledi da je najmanje celobrojno p koje ispunjava poslednju nejednakost 42. (30 bodova)

16. Koliko je x^4 , ako je $\frac{x^2-4}{2} = \frac{24}{\frac{1}{2}}$.

Rešenje: $\frac{24}{\frac{1}{2}} = 48$, pa je:

$$\frac{x^2 - 4}{2} = 48$$

$$x^2 - 4 = 96$$

$$x^2 = 100$$

Pa je:

$$x^4 = 10\,000$$

Za svaki tačno urađen korak po 10 bodova.

17. Odrediti sve cele brojeve n za koje je $\frac{3n^2+15}{n+2}$ takođe ceo broj.

Rešenje:

$$\frac{3n^2 + 15}{n + 2} = \frac{3n^2 + 6n - 6n + 15}{n + 2} = \frac{3n(n + 2) - 6n + 15}{n + 2} = \frac{3n(n + 2)}{n + 2} + \frac{15 - 6n}{n + 2} = 3n + \frac{15 - 6n}{n + 2}$$

Sada mora biti i $\frac{15-6n}{n+2}$ ceo broj.

$$\frac{15 - 6n}{n + 2} = \frac{-6n - 12 + 27}{n + 2} = \frac{-6(n + 2) + 27}{n + 2} = -6 + \frac{27}{n + 2} \quad (10 \text{ bodova})$$

Sada $n + 2$ mora da deli 27, pa $n + 2$ može biti $\pm 1, \pm 3, \pm 9, \pm 27$. Odnosno n je $-29, -11, -5, -3, -1, 1, 7, 25$. (za svaki tačan broj po 5 bodova)

18. Reši jednačinu $\sqrt{x^2} = x + 5$.

Rešenje: $\sqrt{x^2} = |x|$ (10 bodova)

Odavde je:

$$|x| = x + 5$$

Imamo 2 slučaja:

1) $x \geq 0$
 $x = x + 5$ što je nemoguće

2) $x < 0$
 $-x = x + 5$
 $-2x = 5$
 $x = -2,5$

Za svaki od 2 slučaja 20 bodova.

19. Napiši sledeće brojeve u obliku razlomka:

1) $0,555555\dots$

2) $0,323232\dots$

$$3) 0,5232323\dots$$

$$4) 0,45611111\dots$$

$$5) 0,2525$$

Rešenje:

1)

$$x = 0,5555\dots$$

$$10x = 5,555\dots$$

$$9x = 5$$

$$x = \frac{5}{9}$$

2)

$$x = 0,323232\dots$$

$$100x = 32,323232\dots$$

$$99x = 32$$

$$x = \frac{32}{99}$$

3)

$$x = 0,52323232\dots$$

$$100x = 52,323232\dots$$

$$10\,000x = 5232,3232\dots$$

$$9900x = 5180$$

$$x = \frac{5180}{9900}$$

4)

$$x = 0,456111\dots$$

$$1000x = 456,111\dots$$

$$10\,000x = 4561,111\dots$$

$$9000x = 4105$$

$$x = \frac{4105}{9000}$$

$$5) x = 0,2525 = \frac{2525}{10000}$$

Svaki razlomak po 10 bodova.

20. Da li je moguće sve prirodne brojeve podeliti u dve grupe tako da u jednoj budu prosti, a u drugoj složeni brojevi?

Rešenje: Nije moguće jer je 1 prirodan broj, a nije ni prost ni složen. (50 bodova)

Na ovom takmičenju su zastupljeni zadaci različite složenosti iz raznih oblasti. Najsloženiji među njima su slične težine kao zadaci sa državnog takmičenja.

4 Uticaj matematičkih takmičenja na dalje školovanje i učenike uopšte

4.1 Prednosti i mane matematičkih takmičenja

Prema [16] postoji mnogo diskusije na temu da li su matematička takmičenja štetna ili korisna. Međutim, većina se u određenim stvarima ipak slaže. Takmičenja mogu motivisati čak i za bavljenje matematikom i njeno dubinsko istraživanje od strane učenika, ali i nastavnika. Rešavanje težih zadataka ima značajnu ulogu u obrazovanju jer se time učenici spremaju za rešavanje izazovnijih zadataka u daljim nivoima školovanja, ali i poslu. Ovo se većim delom stiče kroz pripreme za takmičenja. Od svog nastanka do danas, takmičenja imaju funkciju „društvenog lifta“. Kroz njih, deca koja dolaze iz nižih socio-ekonomskih sredina mogu dobiti pažnju, finansijsku podršku i bolje šanse za upis na prestižne univerzitete.

Univerziteti su takođe zainteresovani da privuku studente visokih sposobnosti. Takvi studenti služe kao uzori i doprinose kredibilitetu institucije. Oni pomažu drugim studentima tokom studiranja. Pored toga, prisustvo takvih studenata u grupi podstiče i više truda i posvećenosti kod nastavnika. To podiže nivo obrazovnog procesa na odgovarajućem univerzitetu i doprinosi poboljšanju njegove reputacije. Štaviše, nakon završetka studija, diplomci takvog univerziteta ostavljaju dobre utiske u društvu, čime se podiže ugled institucije. Među takvim studentima se neretko nalaze bivši takmičari koji svoj talenat mogu otkriti baš na takmičenju (videti [15]).

Takmičenja mogu pomoći učesnicima da nauče kako da se nose sa slabijim rezultatima, pa čak i sa neuspehom. Ne može se uvek očekivati da se bude veoma uspešan u rešavanju takmičarskih zadataka. Znati kako prihvatiti slabiji rezultat i učiti iz njega korisno je za budući život.

Na kraju, ali ne i najmanje važno, takmičenja pružaju priliku da se testiraju reakcije učenika kada se suoče sa nepoznatim gradivom, novim obrazovnim pristupima, tehnologijama i drugim stvarima koje treba uvesti u obrazovni proces.

Pored pozitivnih postoje i negativne strane takmičenja:

Takmičenja mogu biti veoma stresna za decu, posebno ako se uključe pritisci roditelja. Međutim ona mogu pripremiti takmičere za polaganje ispita na studijama koji su takođe stresni.

Nemaju svi učenici jednak pristup pripremama i samim takmičenjima. Nekada razlog odustanka od učešća na takmičenju može biti finansijske prirode, na primer ako je neizvodljiv odlazak i povratak takmičara u toku istog dana, neophodno je minimum jedno noćenje u mestu održavanja takmičenja, koje možda nije svako u prilici da priušti, ukoliko mu škola isto ne obezbedi. Takođe se neki nastavnici u školama veoma trude oko priprema, a neki uopšte ne organizuju nikakvu dodatnu nastavu. Neki takmičari imaju dodatne plaćene pripreme, neki iste ne mogu da priušte.

Mnoga takmičenja zabranjuju korišćenje pomoćnih sredstava i tehnologije. U stvarnom životu, međutim, sva dostupna sredstva mogu se koristiti za rešavanje

problema. Štaviše, velika većina savremenih primena matematike zasniva se na numeričkim aproksimacijama i korišćenju računara. Ovo još uvek nije dovoljno zastupljeno u sistemu takmičenja.

Takmičenja razvijaju sposobnost odgovaranja na pitanja i zadatke koje postavljaju drugi (na primer članovi komisije). U istraživačkom radu, međutim, veoma je važno postavljati pitanja koja su relevantna za predmet proučavanja i na koja se može odgovoriti postojećim znanjem i dostupnim tehnologijama.

Preterana težnja ka osvajanju nagrade po svaku cenu je kontraproduktivna. Ona podstiče individualizam, a danas je poznato da je timski rad važna veština koja u velikoj meri određuje društvenu realizaciju mladog čoveka u budućnosti.

Takođe, direktan uticaj takmičenja se svodi na pripreme i nekoliko sati takmičenja, što može delovati vrlo ograničeno.

Na ove kritike ekosistem takmičenja odgovara poboljšanjem samog sistema, uvođenjem više rundi, kao i nizom drugih aktivnosti koje nisu stresne, a povezane su sa takmičenjima, poput radionica i letnjih škola. Time se motiviše kontinuirano bavljenje učenika matematikom čime je uticaj samih takmičenja veći.

4.2 Uticaj matematičkih takmičenja na buduće karijere takmičara

Posle svih prednosti i mana samih takmičenja, postavlja se pitanje uticaja samih takmičenja na buduće karijere takmičara. O tome postoji studija koju su radili kineski naučnici. Rad [13] predstavlja detaljnu analizu dugoročnih efekata takmičarskog obrazovanja na karijere i lični razvoj vrhunskih talenata. Autori Peijie Jiang i Wenqian Lin ispituju 116 bivših pobednika srednjoškolskih takmičenja iz matematike u Kini, koji su maturirali između 2008. i 2015. godine.

Studija polazi od premise da su naučne i tehnološke inovacije svake zemlje direktno povezane sa otkrivanjem i negovanjem vrhunskih talenata u osnovnim disciplinama poput matematike. Iako su ranije studije pratile nadarene učenike tokom 35 godina, ovo istraživanje se fokusira specifično na kineski kontekst, gde su matematička takmičenja ključni metod selekcije. Istraživanje se oslanja na Walbergov model „obrazovne produktivnosti“, koji analizira sinergiju između individualnih sposobnosti, nastave i okruženja. Od 153 prikupljena upitnika, 116 je bilo validnih.

Uzorak je bio dominantno muški (106 dečaka naspram 9 devojčica), što ukazuje na rodnu nesrazmeru u ovoj oblasti. Istraživači su pratili profesionalna postignuća, lične osobine (poput perfekcionizma i kreativnosti), karakteristike okruženja i percepciju samih takmičenja.

Rezultati pokazuju da pobednici matematičkih takmičenja teže ka visokom stepenu obrazovanja i karijerama u STEM oblastima (nauka, tehnologija, inženjerstvo i matematika). Čak 69,8% učesnika poseduje postdiplomske studije (master ili doktorat), što potvrđuje njihovu posvećenost akademskom napredovanju. Skoro polovina (49,4%) izabrala je matematiku kao glavni predmet tokom studija, dok je 39,7% odabralo inženjerstvo ili prirodne nauke. Najveći broj učesnika radi u tehnološkom istraživanju i razvoju, na univerzitetima kao profesori

ili u finansijskom sektoru. Značajan broj se takođe bavi obrazovanjem, radeći kao nastavnici specijalizovani za matematička takmičenja. Studija je zabeležila visok stepen međunarodne mobilnosti; 21,6% ispitanika u vreme popunjavanja upitnika živelo je u inostranstvu, prvenstveno u SAD-u i Kanadi. Pobjednici takmičenja pokazuju izuzetnu produktivnost i uspeh u svojim profesionalnim poljima. Skoro polovina je objavila visokokvalitetne naučne radove, a 43 osobe su bile prvi autori na tim publikacijama. Pored toga, 11,2% učesnika drži patente, što je znatno više u poređenju sa opštom populacijom.

Zabeležena je polarizacija prihoda. Dok 22,4% zarađuje preko 40.000 RMB (oko 590 000 dinara) mesečno (što je daleko iznad proseka), postoji i 12,1% onih koji zarađuju manje od 5.000 RMB (oko 74 000 dinara), što se delom pripisuje regionalnim razlikama ili činjenici da su neki ispitanici još uvek studenti. Samoprocena učesnika otkrila je specifične crte ličnosti. Perfekcionizam (95,6%) i kreativnost (96,6%) su najizraženije osobine. Visoki rezultati su takođe zabeleženi u kategorijama posvećenosti (97,4%) i postavljanja ciljeva. Većina ispitanika se opisuje kao veoma istrajna u učenju matematike. Rad naglašava presudnu ulogu porodice i mentora, kao i pozitivan stav koji bivši takmičari imaju prema svom iskustvu. Većina roditelja ovih učenika su intelektualci sa visokim obrazovanjem, (nastavnici, inženjeri, državni službenici). Studija sugerše korelaciju između akademskog nivoa roditelja i uspeha dece na takmičenjima. Nastavnici u srednjim školama, treneri takmičenja i kasniji mentori na doktorskim studijama identifikovani su kao ključne figure za profesionalni uspeh. 87,9% ispitanika smatra da je takmičenje značajno uticalo na njihovu sposobnost učenja. 76,7% veruje da je to imalo presudan uticaj na njihova akademska postignuća. Zanimljivo je da je uticaj na izbor karijere procenjen kao najniži (iako i dalje visok sa 64,7%), što sugerše da takmičenja više razvijaju kognitivne alate nego što direktno determinišu radno mesto. Studija potvrđuje da su matematička takmičenja efikasan mehanizam za identifikaciju talenata koji kasnije daju značajan doprinos STEM oblastima.

4.3 Lično iskustvo autora sa matematičkim takmičenjima

Postavlja se pitanje da li je ovo specifično za Kinu ili važi i za druge države, na primer Srbiju. Kako slično istraživanje kod nas nije rađeno, u ovoj sekciji ukratko opisujemo autorovo lično iskustvo.

Učešće i iskustvo sa matematičkih takmičenja se pokazalo veoma korisnim kod polaganja ispita. Pre svega kod polaganja samog predmeta matematička takmičenja i kolokvijuma iz predmeta Školska praksa 1. Ti kolokvijumi su bili sastavljeni od zadataka sa opštinskog i okružnog takmičenja za učenike osnovnih škola. Zatim na takmičenjima često dolaze kombinatorni problemi čije je iskustvo rešavanja veoma korisno kod polaganja predmeta ispita iz Kombinatorike, ali i pismenog dela ispita iz Verovatnoće. Takođe iskustvo rešavanja zadataka iz teorije brojeva sa takmičenja je korisno na ispitu iz Algebre 1, problemi iz geometrije na predmetu Osnove geometrije 1, a iskustvo rešavanja konstrukcija je posebno važno na predmetu Osnove geometrije 2. Konkretno takmičarsko gradivo iz šestog razreda je bilo od koristi na pismenom ispitu iz Osnova geometrije 2.

Matematičke igre i kombinatorika su inspirisale autora ovog rada da kreira niz radionica kreativne matematike koje su održane u okviru festivala „Maj mesec matematike“ u Novom Sadu i Beogradu i ekološkog festivala u Beočinu.

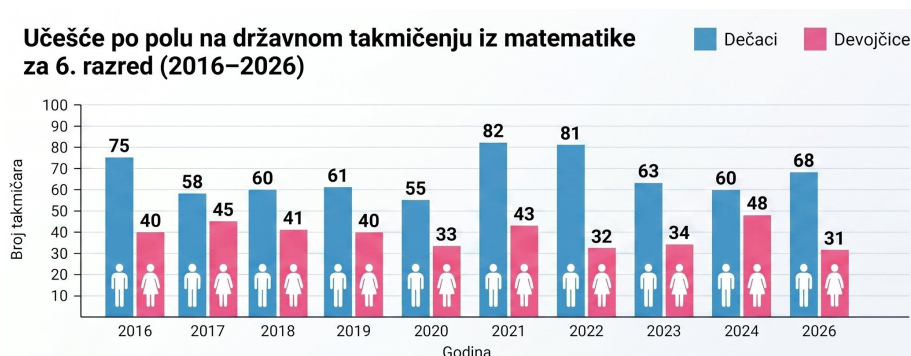
Za uspeh na matematičkim takmičenjima se može dobiti i finansijska nagrada u Srbiji (autor je dobitnik dve Vidovdanske nagrade grada Novog Sada), kao i brojne druge nagrade (letnju matematičku školu, knjige itd.). Takođe za uspeh na pojedinim takmičenjima dodeljuju se dodatni poeni za upis u srednju školu, a moguće je biti oslobođen prijemnog ispita za upis na fakultet (videti [7]).

5 Struktura učesnika državnog takmičenja

5.1 Polne razlike na matematičkim takmičenjima

U svetu se sve češće priča o polnim razlikama na matematičkim takmičenjima. Kako na IMO uglavnom dominiraju momci, organizovana je posebna Evropska matematička olimpijada za devojke. U Srbiji za tu tematiku, nije veliko interesovanje. Prema studiji iz 2023. godine (videti [18]) koja je obuhvatila okružna takmičenja u Srbiji u periodu od 10 godina, dečaci dominiraju među učesnicima. Dečaci imaju veći prosečan broj poena, a devojčice su u samo 3 od 50 merenja, imale veći broj bodova od dečaka.

Mi smo sprovedi istraživanje za državna takmičenja u periodu od 10 godina. Od 2016. do 2026. uz napomenu da 2025. godine nije održano državno takmičenje. Posmatrali smo broj dečaka i devojčica koji su učestvovali na državnom takmičenju. Za šesti razred rezultati su prikazani na sledećem grafikonu (slika 4):



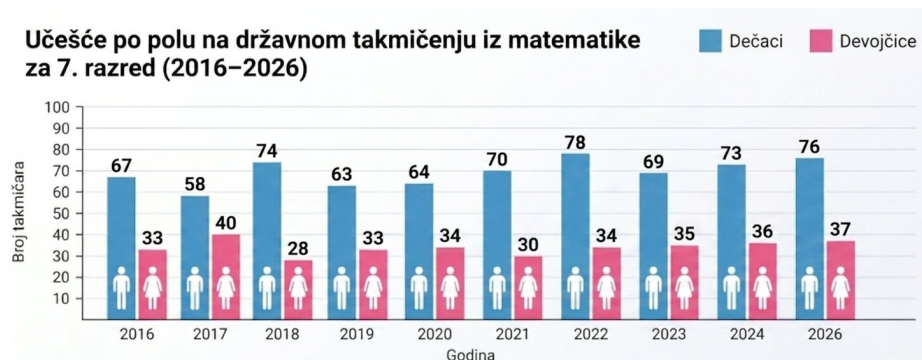
Slika 4: Dečaci i devojčice na državnom takmičenju u šestom razredu u periodu od 2016. do 2026.

Grafikon pokazuje da ne postoji ni jedna godina u kojoj je broj devojčica veći od broj dečaka.

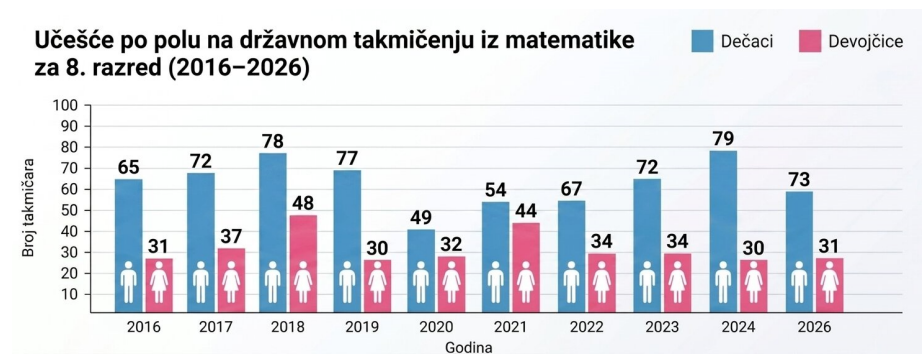
Što se tiče učenika sedmog razreda, broj dečaka i devojčica je prikazan na slici 5.

Ovde se primećuje još veća dominacija dečaka.

Slična situacija je i u osmom razredu, gde je broj dečaka i devojčica prikazan na slici 6.

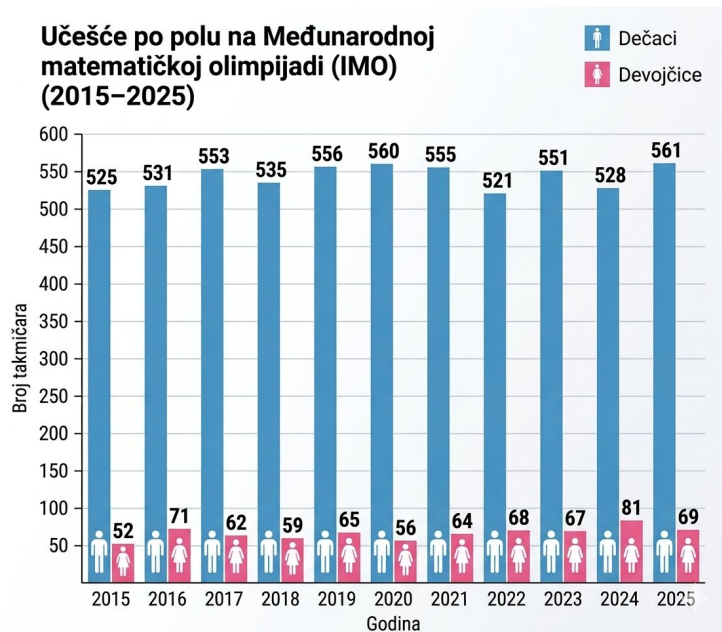


Slika 5: Dečaci i devojčice na državnom takmičenju u sedmom razredu u periodu od 2016. do 2026.



Slika 6: Dečaci i devojčice na državnom takmičenju u osmom razredu u periodu od 2016. do 2026.

Iako se IMO organizuje za učenike srednje škole, biće zanimljivo uporediti broj dečaka i devojaka koji su učesnici IMO-a sa rezultatima koji su gore navedeni. Kako u trenutku pisanja rada IMO nije održan u 2026. godini, posmatramo period od 2016. do 2025. godine. Za razliku od takmičenja u našoj zemlji IMO je održan 2025. godine. Broj dečaka i devojaka koji su učestvovali na IMO-u je prikazan na slici 7:



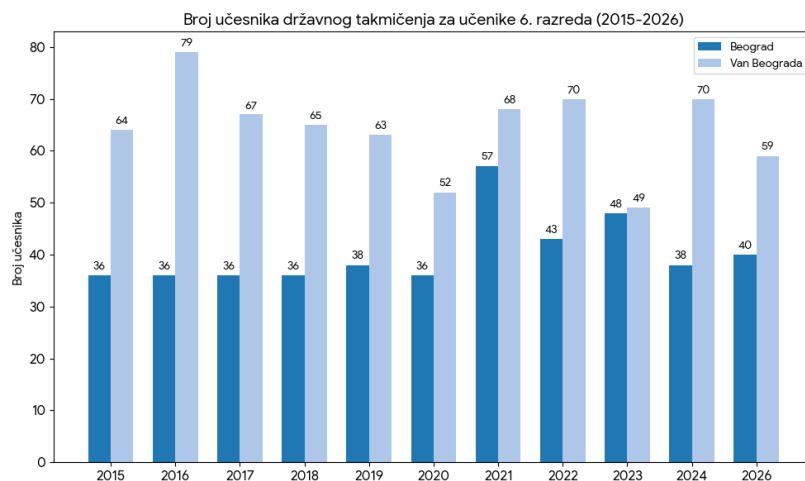
Slika 7: Broj dečaka i devojčica učesnika IMO-a periodu od 2016. do 2025.

Primećujemo da je broj dečaka značajno veći od broja devojaka, štaviše može se reći da veoma malo devojaka učestvuje na IMO-u. Takođe bi bilo veoma interesantno napraviti identično istraživanje za srednju školu. Kako su tema rada takmičenja u osnovnoj školi, samo za istu smo radili istraživanje.

5.2 Zastupljenost učenika iz Beograda na državnim takmičenjima

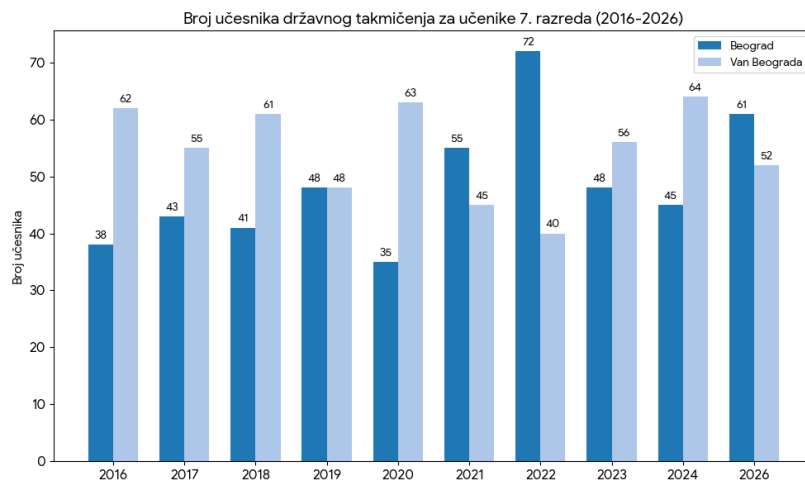
Ministarstvo prosvete kaže da teži decentralizaciji kada je reč o obrazovanju i nauci. Iz tog razloga se otvaraju naučni klubovi širom Srbije, otvaraju se specijalizovana odeljenja i u manjim gradovima. Ipak Beograd je dvomilionski grad i postavlja se pitanje kolika je zastupljenost takmičara iz Beograda, a koliko iz ostatka zemlje. Za učenike šestog razreda rezultati su prikazani na slici 8:

Primitimo da je broj učesnika van Beograda uglavnom značajno veći, jedne godine je bio gotovo identičan, ali ne postoji godina u kojoj je učestvovalo više



Slika 8: Broj učesnika državnog takmičenja u šestom razredu iz Beograda i ostatka zemlje u periodu od 2016. do 2026.

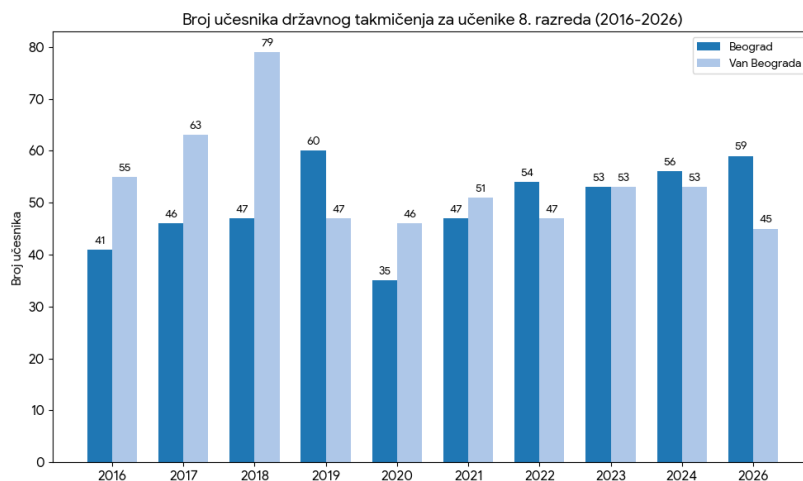
učenika iz Beograda u odnosu na ostatak zemlje. Za učenike sedmog razreda, rezultati su na slici 9:



Slika 9: Broj učesnika državnog takmičenja u sedmom razredu iz Beograda i ostatka zemlje u periodu od 2016. do 2026.

Primitimo da za razliku od šestog razreda postoji čak 3 godine u kojima je broj učenika iz Beograda veći nego iz ostatka zemlje, a 2019. je učestvovao jednak broj učenika iz Beograda i unutrašnjosti. Razlog tome mogu biti specijalizovana

matematička odeljenja za učenike sedmog i osmog razreda pri Matematičkoj gimnaziji. Za osmake rezultati su sledeći (slika 10):

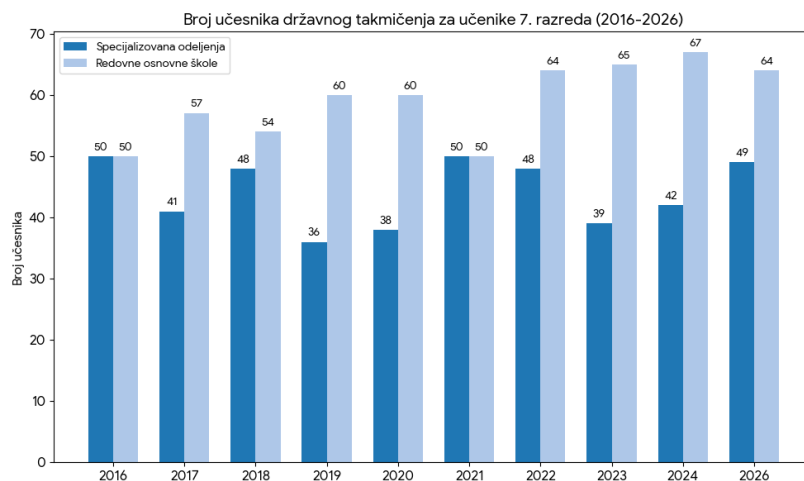


Slika 10: Broj učesnika državnog takmičenja u osmom razredu iz Beograda i ostatka zemlje u periodu od 2016. do 2026.

Ovde se da primetiti još veća zastupljenost Beograda. U 5 od 10 posmatranih godina Beograd je imao ili jednak ili veći broj učesnika od ostatka zemlje, a 2021. je Beograd imao samo 4 osmaka manje u odnosu na unutrašnjost.

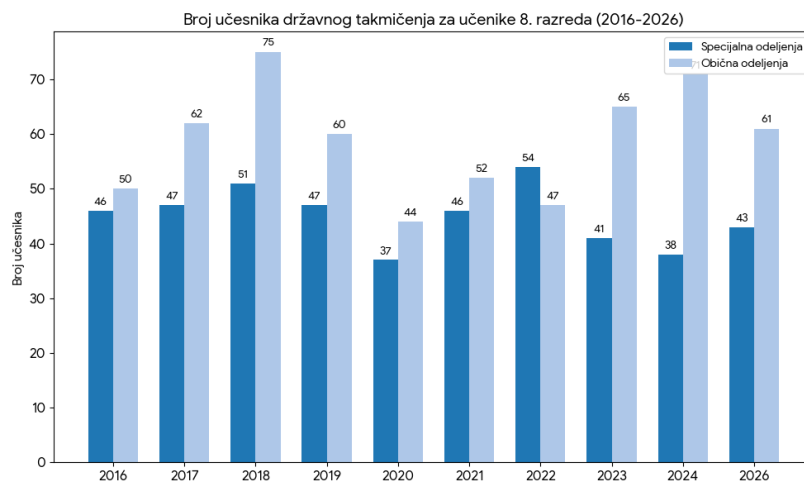
5.3 Zastupljenost učenika iz specijalizovanih odeljenja na državnom takmičenju

Za učenike sedmog i osmog razreda koji su talentovani za matematiku postoje posebna specijalizovana odeljenja pri gimnazijama širom Srbije. U njima su algebra i geometrija posebni predmeti, a pojačana je nastava i iz fizike i informatike. Pored matematičke gimnazije u Beogradu, ovakva odeljenja postoje i u Novom Sadu, Nišu, Valjevu i drugim mestima. Postavlja se pitanje kolika je zastupljenost učenika iz tih odeljenja na državnom takmičenju. Za učenike sedmog razreda rezultati su na slici 11:



Slika 11: Broj učesnika državnog takmičenja u sedmom razredu iz specijalizovanih matematičkih odeljenja i drugih osnovnih škola u periodu od 2016. do 2026.

2016. i 2021. je broj učenika bio izjednačen, a u ostalim godinama je broj učenika iz redovnih osnovnih škola bio veći. Razlika je iz godine u godinu varirala, ali je svakako broj učenika iz specijalizovanih odeljenja značajan. Za osmake su rezultati prikazani na slici 12:



Slika 12: Broj učesnika državnog takmičenja u osmom razredu iz specijalizovanih odeljenja i drugih osnovnih škola u periodu od 2016. do 2026.

Zanimljivo je primetiti da je broj osmaka iz specijalizovanih odeljenja 2022. godine bio veći od onih iz regularnih osnovnih škola. U ostalim godinama je

više učenika iz redovnih odeljenja, uz manju ili veću razliku, slično kao i kod sedmaka.

Analize urađene u ovom poglavlju su originalne, izuzev IMO-a za koji postoje podaci na zvaničnom sajtu. Rezultati državnih takmičenja su preuzeti sa sajta DMS-a, a brojanje je urađeno uz pomoć Notebook LM alata. Za 2015. godinu broj dečaka i devojčica u šestom razredu je prebrojan ručno i dobijen je identičan broj koji je dao i Notebook LM. Takođe u istoj godini i razredu Notebook LM je tačno prebrojao broj dobitnika prve nagrade, pohvale, kao i broj onih koji imaju manje od 30 poena. Zbog svega navedenog, rezultati se mogu smatrati pouzdanim, iako sam alat ne garantuje potpunu tačnost rezultata.

6 Zaključak

Od svog nastanka matematička takmičenja privlače pažnju učenika, nastavnika i škola. Tokom vremena razvili su se različiti oblici takmičenja, od klasičnog rešavanja zadataka i slanja rešenja do savremenih onlajn takmičenja. Zajednički cilj im je da podstaknu učenike da se dodatno bave matematikom.

U ovom radu prikazani su istorijski razvoj matematičkih takmičenja i razlozi njihovog nastanka. Dat je pregled aktuelnih takmičenja za učenike osnovnih škola u Srbiji, njihovih pravila, načina bodovanja, nagrađivanja i uslova za učešće. Pokazalo se da učenicima stoje na raspolaganju veoma različita takmičenja, od masovnih takmičenja sa ponuđenim odgovorima do zahtevnijih takmičenja na kojima se pišu potpuna rešenja.

Prikazani su i izabrani zadaci sa državnog takmičenja, takmičenja Kengur bez granica i onlajn takmičenja škole Rajak, zajedno sa njihovim rešenjima. Ovi primeri daju uvid u vrste i težinu zadataka koji se pojavljuju na različitim takmičenjima.

Za uspeh na takmičenjima važna je redovna priprema. Iako postoji dosta zbirki, časopisa i drugih materijala, pripremna nastava nije jednako dostupna svim učenicima i često zavisi od znanja i angažovanja nastavnika. Takmičenja mogu da razvijaju upornost, samostalno razmišljanje i sposobnost rešavanja problema, ali mogu da stvore i pritisak ako se preveliki značaj pridaje rezultatima i nagradama.

Na kraju je analizirana struktura učesnika državnih takmičenja u poslednjih deset godina. Uočena je veća zastupljenost dečaka, veći udeo učenika iz Beograda u starijim razredima i značajno prisustvo učenika iz specijalizovanih matematičkih odeljenja. Rezultati ove analize dobijeni su istraživanjem koje je sproveo autor i predstavljaju originalan doprinos ovog rada.

Matematička takmičenja imaju važnu ulogu u radu sa učenicima zainteresovanim za matematiku. Njihova vrednost nije samo u izboru i rangiranju najboljih, već i u tome što učenicima omogućavaju da upoznaju zanimljive matematičke probleme, razvijaju svoje sposobnosti i dobiju dodatnu motivaciju za učenje.

Biografija

Aleksandar Simić je rođen 5. aprila 2000. u Novom Sadu. Prvih šest razreda osnovne škole završio je u Vrdniku u Osnovnoj školi „Milica Stojadinović Srpinja“, da bi u sedmom razredu prešao u odeljenje osnovne škole pri Gimnaziji „Jovan Jovanović Zmaj“ u Novom Sadu. U istoj školi je nastavio školovanje na smeru za obdarene učenike u matematičkoj gimnaziji. 2019. godine upisao je studije matematike na Prirodno-matematičkom fakultetu u Novom Sadu. Učestvovao je na takmičenjima iz matematike od trećeg razreda osnovne do četvrtog razreda srednje škole na kojima je osvojio brojne nagrade. Bivši je polaznik seminara matematike i računarskih finansija u Istraživačkoj stanici Petnica. Organizovao je niz kreativnih matematičkih radionica u Novom Sadu, Beogradu i Beočinu. Sarađivao je sa školom matematike i računara „Rajak“ gde je, između ostalog sastavljao zadatke za prvo onlajn matematičko takmičenje. U junu 2026. položio je sve ispite i time stekao uslov za odbranu master rada.



Literatura

- [1] V. Berinde, *Romania—The native country of International Mathematical Olympiads. A brief history of Romanian Mathematical Society*, CUB PRESS 22, 2004.
- [2] <https://arhimedes.rs/> (pristupljeno 15. 01. 2025.)
- [3] <https://dms.rs/> (pristupljeno 15. 01. 2025.)
- [4] <https://matematickaakademija.com/> (pristupljeno 15. 01. 2025.)
- [5] <https://matematika.hr/klokan/2025/> (pristupljeno 18. 02. 2026.)
- [6] <https://old.arhimedes.rs/> (pristupljeno 08. 07. 2026.)
- [7] <https://www.pmf.uns.ac.rs/wp-content/uploads/2026/05/Pravilnik-o-upisu-studenata.pdf> (pristupljeno 07.07.2026.)
- [8] <https://www.komal.hu/info/bemutakozas.e.shtml> (pristupljeno 07. 07. 2026.)
- [9] <https://valjevskagimnazija.edu.rs/integralkup/> (pristupljeno 15. 01. 2025.)
- [10] <https://www.diofant.org/metodickaradionica/?p=1807> (pristupljeno 15. 01. 2025.)
- [11] <https://www.imo-official.org/results/> (pristupljeno 10. 06. 2026.)
- [12] <https://www.rajak.rs/> (pristupljeno 15. 01. 2025.)
- [13] P. Jiang, W. Lin, The professional Development of Gifted Student in Mathematics: A Follow-Up Study of the Winners of Mathematics Competitions, *International Journal of Changes in Education*, 2025, str. 1–9.
- [14] Z. Kadelburg, V. Mičić, B. Popović, 60 godina Društva Matematičara Srbije, *Nastava matematike* **53** (2008), 1–12.
- [15] P. S. Kenderov, Competitions and mathematics education, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Vol. 3, European Mathematical Society, Madrid, 2006, 1583–1598.
- [16] P. Kenderov, Mathematics competitions: an integral part of the educational process, *ZDM-Mathematics Education*, 2022, 983–996.
- [17] T. Verhoeff, The role of competitions in education: Resource document, International Olympiad in Informatics, 1997.
- [18] N. Vulović, A. M. Mihajlović, J. Milinković, Polne razlike na matematičkim takmičenjima u Republici Srbiji, *Inovacije u nastavi* **36** (2023), 119–135.

**UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA**

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada: Master rad

VR

Autor: Aleksandar Simić

AU

Mentor: Dr Kristina Ago

MN

Naslov rada: Pregled i analiza aktuelnih matematičkih takmičenja za učenike osnovnih škola u Srbiji

NR

Jezik publikacije: srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda: engleski/srpski

JI

Zemlja publikovanja: Republika Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2026

GO

Izdavač: Autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4

MA

Fizički opis rada: 6/55/18/3/12/0/0

(broj poglavlja/strana/lit. citata/tabela/slika/grafika/priloga)

FO

Naučna oblast: Matematika

NO

Naučna disciplina: Metodika matematike

ND

Predmetna odrednica/Ključne reči: takmičenja, matematika, istorija matematičkih takmičenja, rezultati takmičenja

PO

UDK:

Čuva se: Biblioteka Departmana za matematiku i informatiku, Novi Sad

ČU

Važna napomena:

VN

Izvod: U radu je dat pregled istorijskog razvoja i savremenih oblika matematičkih takmičenja, sa posebnim osvrtom na takmičenja za učenike osnovnih škola u Srbiji. Upoređeni su njihova organizacija, pravila, način bodovanja, sistem nagrađivanja i mogućnosti pripreme, a na odabranim primerima analizirani su tipovi i težina zadataka. Razmotren je obrazovni značaj takmičenja i njihov uticaj na dalje školovanje učenika. Na osnovu rezultata državnih takmičenja u periodu od 2016. do 2026. godine analizirane su polna i teritorijalna struktura učesnika, kao i zastupljenost učenika iz specijalizovanih matematičkih odeljenja. Rezultati ukazuju na veću zastupljenost dečaka, snažno prisustvo učenika iz Beograda u starijim razredima i značajan udeo učenika iz specijalizovanih odeljenja.

IZ

Datum prihvatanja teme od strane NN Veća: 23. jun 2026.

DP

Datum odbrane:

DO

Članovi komisije:

Predsednik: Prof. dr Rozalija Madaras Siladi, redovni profesor, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

Član: Prof. dr Zorana Lužanin, redovni profesor, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

Mentor: Dr Kristina Ago, docent, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

KO

**UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCES
KEY WORDS DOCUMENTATION**

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: Monograph type

DT

Type of record: Printed text

TR

Contents code: Master's thesis

CC

Author: Aleksandar Simić

AU

Mentor: Kristina Ago, Ph.D.

MN

Title: Review and analysis of current mathematics competitions for primary school students in Serbia

TI

Language of text: Serbian

LT

Language of abstract: English/Serbian

LA

Country of publication: Republic of Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2026

PY

Publisher: Author's reprint

PU

Publication place: Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4

PP

Physical description: 6/55/18/3/12/0/0

(chapters/pages/literature/tables/pictures/graphics/appendices)

PD

Scientific field: Mathematics

SF

Scientific discipline: Teaching of mathematics

SD

Subject / Key words: competitions, mathematics, history of mathematics competitions, competition results.

SKW

UC:

Holding data: Library of Department of Mathematics and Informatics, Novi Sad

HD

Note:

N

Abstract: This thesis presents an overview of the historical development and current forms of mathematics competitions, with particular emphasis on competitions for primary school students in Serbia. Their organization, rules, scoring systems, awards, and preparation opportunities are compared, while selected problems are analyzed with respect to their type and difficulty. The educational significance of competitions and their influence on students' further education are also considered. Based on the results of national competitions held between 2016 and 2026, the gender and geographical composition of participants and the representation of students from specialized mathematics classes are analyzed. The results indicate a higher representation of boys, a strong presence of students from Belgrade in the older grades, and a significant share of students from specialized mathematics classes.

AB

Accepted by Scientific Board on: June 23rd 2026

ASB

Defended:

DE

Thesis defend board:

President: Rozalija Madaras Siladi, Ph.D., Full Professor, Faculty of Science, University of Novi Sad

Member: Zorana Lužanin, Ph.D., Full Professor, Faculty of Science, University of Novi Sad

Mentor: Kristina Ago, Ph.D., Assistant Professor, Faculty of Science, University of Novi Sad

DB