



UNIVERZITET U NOVOM SADU

PRIRODNO-MATEMATIČKI  
FAKULTET

DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I  
INFORMATIKU



Branislav Damjanović

**Analiza potrošačke korpe, indeksa potrošačkih cena i inflacije –  
primer Srbija**

Master rad

Mentor:

prof. dr Zorana Lužanin

Novi sad, 2024. godine

## Sadržaj

1. UVOD .....	1
2. Uvod u statističku analizu .....	2
2.1 Višestruka linearna regresija .....	2
2.2 Klaster analiza – k means algoritam .....	10
3. Potrošačka korpa i indeks potrošačkih cena .....	12
3.1 Potrošačka korpa .....	12
3.2 Indeks potrošačkih cena (Consumer Price Index – CPI) .....	23
3.3 Inflacija – primer Srbije.....	34
4. Uticaj ekonomskih pokazatelja na stopu inflacije .....	38
4.1 Uticaj makroekonomskih faktora na inflaciju – pregled literature .....	39
4.2 Analiza makroekonomskih faktora na inflaciju u Srbiji .....	41
Zaključak .....	47
Literatura .....	48
Biografija.....	49
Prilog 1: Uporedni pregled strukture potrošačke korpe u Srbiji za januar 2024. godine.....	50
Prilog 2 : Prosečna potrošačka korpa za januar 2024. godine u Republici Srbiji, za tročlano domaćinstvo .....	50
Prilog 3: Struktura unosa i način popunjavanja dnevnika o potrošnji domaćinstava .....	52

## 1. UVOD

U dinamičnom ekonomskom okruženju, analiza potrošačkih obrazaca i merenje inflacije postaju ključni elementi u razumevanju ekonomske dinamike, naročito u kontekstu potrošačke korpe. Potrošačka korpa, kao ključni indikator ekonomske aktivnosti i kvaliteta života stanovništva, predstavlja osnovu za dublje razumevanje ekonomske dinamike i socijalnih faktora u svakoj zemlji. Ovaj master rad bavi se detaljnom analizom ključnih ekonomskih pokazatelja, kao što su potrošačka korpa, indeks potrošačkih cena (CPI) i inflacija, koristeći sofisticirane metode analize i regresije. Potrošačka korpa, koja uključuje različite kategorije proizvoda i usluga, predstavlja osnovu za izračunavanje CPI-a, omogućavajući merenje promena cena koje domaćinstva plaćaju za specifičan skup dobara i usluga tokom vremena.

Analiza CPI-a je centralni deo ovog istraživanja, jer ovaj indeks predstavlja ključni alat za praćenje inflacije. Inflacija, kao jedan od najvažnijih makroekonomskih indikatora, meri se kao stopa promene CPI-a i pruža uvid u promene kupovne moći potrošača i opšte ekonomsko zdravlje zemlje. Koristeći višestruku linearnu regresiju, teži se identifikaciji ključnih varijabli koje oblikuju potrošačku korpu i analizi kako se ove promene odražavaju na indeks potrošačkih cena. U radu se takođe analizira kamatna stopa i prosečne neto zarade koje predstavljaju važne ekonomske indikatore pri stabilizaciji inflacije i podsticanju ekonomskog rasta.

Rad kombinuje upotrebu statističkih i ekonomskih metoda, sa posebnim naglaskom na regresionu analizu. Ova metoda omogućava identifikaciju faktora koji najviše utiču na inflaciju u Srbiji, analizirajući uzročno-posledične veze između različitih ekonomskih pokazatelja, kao što su BDP, stopa nezaposlenosti, kamatna stopa i prosečna neto zarada. Kroz ovu analizu istražuje se kako ovi faktori međusobno utiču na stopu inflacije, pružajući dublji uvid u ekonomske mehanizme.

Cilj ovog rada je da pruži sveobuhvatnu analizu ekonomskih mehanizama koji utiču na inflaciju, sa namerom da se unapredi razumevanje i formulacija efektivnih ekonomskih politika za kontrolu inflacije i stabilizaciju ekonomije u Srbiji. Kroz detaljnu analizu i identifikaciju ključnih faktora, rad nastoji da ponudi konkretne preporuke za kreatore politika kako bi se postigla održiva ekonomska stabilnost.

## 2. Uvod u statističku analizu

### 2.1 Višestruka linearna regresija

Višestruka linearna regresija je statistička tehnika koja omogućava procenu linearnog odnosa između jedne zavisne promenljive i više nezavisnih promenljivih. Ova metoda se koristi radi modelovanja i analiziranja uticaja nezavisnih promenljivih na zavisnu promenljivu kao i radi predviđanja vrednosti zavisne promenljive na osnovu vrednosti nezavisno promenljivih. Model višestruke linearne regresije može se matematički izraziti u sledećem obliku:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \text{ gde je}$$

- $Y$  - zavisna promenljiva
- $\beta_0$  - odsečak (intercept)
- $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  - regresioni koeficijenti koji kvantifikuju uticaj svake nezavisne promenljive na zavisnu promenljivu
- $X_1, X_2, \dots, X_k$  – nezavisne promenljive
- $\varepsilon$  - predstavlja grešku ili rezidual, što je razlika između stvarne vrednosti zavisne promenljive i vrednosti koju model predviđa

#### 2.1.1 Matrični zapis modela

Korišćenjem matričnog zapisa, analiza postaje efikasnija i jasnija, omogućavajući bolje razumevanje međusobnih uticaja nezavisnih promenljivih na zavisnu promenljivu.

Matrični zapis modela je oblika:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

gde su:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{2k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix},$$

- $Y$  – vektor zavisnih promenljivih dimenzija  $n \times 1$
- $X$  – matrica nezavisnih promenljivih dimenzija  $n \times (k + 1)$
- $\beta$  – vektor regresionih koeficijenata dimenzije  $(k + 1) \times 1$
- $\varepsilon$  – vektor grešaka dimenzije  $n \times 1$

Da bismo preciznije i lakše vršili regresionu analizu uvedene su dodatne klasične pretpostavke za promenljive u modelu:

- 1) Nezavisne promenljive su nestohastičke
- 2) Nezavisne promenljive su linearno nezavisne
- 3)  $n > k$  uzorak je veći od broja promenljivih
- 4)  $\varepsilon_i$  – imaju normalnu raspodelu,  $i = 1 \dots n$
- 5)  $E(\varepsilon_i) = 0, i = 1 \dots n$
- 6)  $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2, i = 1 \dots n$
- 7)  $\varepsilon_i$  i  $\varepsilon_j$  su nezavisni za  $i \neq j$

### 2.1.2 Ocenjivanje parametara $\beta$ u modelu metodom najmanjih kvadrata

Glavni zadatak regresijske analize jeste da se ocene nepoznati parametri (regresijski koeficijenti) na osnovu realizovanog uzorka. Ocenjivanje parametara može da se vrši različitim metodama kao što su metod najmanjih kvadrata, metod maksimalne verodostojnosti i BLUE metod. Kod višestruke linearne regresije parametri se ocenjuju najčešće metodom najmanjih kvadrata (Ordinary Least Squares – OLS). Ova metoda se zasniva na ideji da se minimizira suma kvadrata reziduala  $\varepsilon_i$  na osnovu uzorka obima  $n$ . Potrebno je pronaći vrednosti vektora  $\beta$  za koje

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \varepsilon^T \varepsilon = (Y - X\beta)^T (Y - X\beta)$$

ima minimalnu vrednost. Minimizacija funkcije  $\varepsilon^T \varepsilon$  svodi se na rešavanje sistema linearnih jednačina koristeći parcijalne izvode prvog reda po  $\beta$  i izjednačavanje sa nulom dobijamo:

$$\frac{\partial \varepsilon^T \varepsilon}{\partial \beta_j} = -2X^T(Y - X\beta) = 0, \quad j = 1, 2 \dots k$$

Sređivanjem ove jednačine dobija se oblik:

$$X^T Y = X^T X \beta$$

Ako  $X^T X$  ima inverznu matricu, onda množenjem sa tom inverznom matricom dobijamo konačno ocenu za dati parametar  $\beta$  primenom OLS u obliku vektora:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

gde je  $\hat{\beta}$  ocena parametra  $\beta$ .

### 2.1.3 Osobine ocenjenog regresionog koeficijenta $\hat{\beta}$

Ako iskoristimo osnovne pretpostavke modela onda možemo da izvedemo zaključke o osobinama ocene regresijskog koeficijenta metodom najmanjih kvadrata. Najvažnije osobine ocenjenih regresionih koeficijenata su:

- 1) **Nepriistrasnost** – procena regresionih koeficijenata je nepriistrasna ako je očekivana vrednost procenjenog koeficijenta jednaka pravom koeficijentu odnosno ako važi:  
$$E(\hat{\beta}) = \beta$$
- 2) **Efikasnost** – procena regresionih koeficijenata je efikasna ako ima najmanju moguću varijansu među svim nepriistrasnim procenama. Varijansa procenjenog koeficijenta je:  
$$Var(\hat{\beta}) = \sigma^2(X^T X)^{-1}$$
 gde je  $\sigma^2$  varijansa greške modela
- 3) **Normalnost** – pod pretpostavkom da vektor greške  $\varepsilon$  ima normalnu raspodelu, onda i procenjeni koeficijenti  $\hat{\beta}$  takođe imaju normalnu raspodelu oblika:  
$$\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2(X^T X)^{-1})$$
 što se može zaključiti iz prethodne dve osobine pod 1) i 2)

U nastavku su prikazane osobine nepriistrasnost i efikasnost.

- 1)  $E(\hat{\beta}) = E((X^T X)^{-1} X^T Y) = (X^T X)^{-1} X^T E(Y) = (X^T X)^{-1} X^T X \beta = \beta$  pa sledi da je  $\hat{\beta}$  nepriistrasna ocena parametra  $\beta$ .
- 2)  $Var(\hat{\beta}) = E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)^T] = E[(X^T X)^{-1} X^T \varepsilon \varepsilon^T X (X^T X)^{-1}] = (X^T X)^{-1} X^T E(\varepsilon \varepsilon^T) X (X^T X)^{-1} = \sigma^2 (X^T X)^{-1} X^T X (X^T X)^{-1} = \sigma^2 (X^T X)^{-1}$  pa sledi da važi osobina efikasnosti. U ovom delu smo koristili da je  $(X^T X)^{-1} X^T X = I$  gde je  $I$  jedinična matrica kao i da važi  $E(\varepsilon \varepsilon^T) = \sigma^2$

Na osnovu svega prikazanog zaključujemo da važe sve tri navedene osobine pa je ocena dobijena metodom najmanjih kvadrata  $\hat{\beta}$  najefikasnija ocena regresionog koeficijenta  $\beta$ .

### 2.1.4 Analiza varijanse (ANOVA) kod višestruke linearne regresije

Analiza varijanse (ANOVA) za višestruku linearnu regresiju je statistička tehnika koja omogućava ispitivanje da li postoji značajna linearna veza između zavisne promenljive i skupa nezavisnih promenljivih. ANOVA deli ukupnu varijansu zavisne promenljive na komponente koje se mogu pripisati regresiji (objašnjena varijansa) i rezidualima (neobjašnjena varijansa).

### 2.1.4.1 Osnovne komponente analize varijanse

U osnovne komponente analize varijanse spadaju:

- **Totalna suma kvadrata (Total Sum of Squares – SST)** koja meri ukupnu varijansu zavisne promenljive i računa se po formuli:  $SST = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_i)^2$  gde je  $Y_i$  posmatrana vrednost zavisne promenljive, a  $\bar{Y}_i$  aritmetička sredina zavisne promenljive.
- **Suma kvadrata regresije (Regression Sum of Squares – SSR)** koja meri varijansu objašnjenu regresionim modelom i računa se po formuli:  $SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y}_i)^2$  gde je  $\hat{Y}_i$  predviđena vrednost zavisne promenljive.
- **Suma kvadrata reziduala (Residual Sum of Squares – SSE)** koja meri varijansu neobjašnjenu regresionim modelom i računa se po formuli:  $SSE = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$

Odnos između  $SST$ ,  $SSR$  i  $SSE$  je veoma značajan. Ukupna varijansa  $SST$  može se podeliti na objašnjenu varijansu  $SSR$  i neobjašnjenu varijansu  $SSE$ , po formuli:

$$SST = SSR + SSE$$

Da bi uporedili različite izvore varijanse, potrebno je izračunati srednju kvadratnu sumu regresije  $MSR$  i srednju kvadratnu sumu reziduala  $MSE$ .  $MSR$  računamo po formuli:

$$MSR = \frac{SSR}{k}$$

dok se  $MSE$  izračunava po formuli:

$$MSE = \frac{SSE}{n - (k + 1)}$$

Na osnovu prethodna dva pojma, registrovanu vrednost  $F$  – statistike u oznaci  $F_{reg}$ , računamo na način prikazan u ANOVA tabeli koja se nalazi ispod i pomoću koje tumačimo podatke koje analiziramo.

ANOVA tabela					
Izvor varijacije	Suma kvadrata	Broj stepeni slobode	Sredina sume kvadrata	Realizovana vrednost	Tablična vrednost
Regresija	$SSR$	$k$	$MSR$	$F_{reg} = MSR/MSE$	$F_{tab}$
Reziduali	$SSE$	$n-(k+1)$	$MSE$		
Total	$SST$	$n-1$			

### 2.1.5 Koeficijent višestruke determinacije $R^2$

Koeficijent višestruke determinacije u oznaci  $R^2$  predstavlja meru koja se koristi za ocenjivanje reprezentativnosti modela, odnosno koliko dobro regresioni model objašnjava varijansu zavisne promenljive. Izračunava se po formuli:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}, \quad 0 \leq R^2 \leq 1$$

Veće vrednosti koeficijenta determinacije odnosno one koje su bliže 1 ukazuju na to da je model reprezentativniji odnosno da se dati podaci bolje prilagođavaju modelu. Dodavanjem nezavisno promenljivih u model dolazi i do povećavanja broja ocenjenih parameta pa se povećava i broj stepeni slobode što dovodi do toga da se smanjuje pouzdanost ocenjivanja regresionih koeficijenata. U cilju otklanjanja ovog nedostatka koristi se korigovani koeficijent determinacije u oznaci  $\bar{R}^2$ . Prednost korigovanog koeficijenta determinacije u odnosu na  $R^2$  je taj što on uzima u obzir odnos broja promenljivih i obim uzorka. Formula po kojoj se računa korigovan koeficijent determinacije je oblika:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n - (k + 1))}{SST/(n - 1)}$$

Iz date formule se može primetiti da postoji mogućnost da  $\bar{R}^2$  bude negativan pa samim tim važi relacija  $\bar{R}^2 \leq R^2$ . Glavni zaključak koji možemo izvesti iz ove relacije jeste taj da ukoliko  $\bar{R}^2$  ima mnogo manju vrednost nego  $R^2$  onda to znači da je previše nezavisno promenljivih uključeno u model i da neke od njih treba izbaciti.

### 2.1.6 Mere kvaliteta tačnosti modela

U analizi statističkih modela, procena njihove tačnosti i efikasnosti je ključna za validaciju i interpretaciju rezultata. Različite mere se koriste kako bi se osigurala pouzdanost i preciznost modela. Među najvažnijim merama kvaliteta tačnosti su *RMSE* (Root Mean Square Error), *ME* (Mean Error), *MAE* (Mean Absolute Error) i *AIC* (Akaike Information Criterion). Ove mere pomažu u kvantifikaciji grešaka modela, ocenjivanju njegove sposobnosti da se prilagodi podacima i upoređivanju različitih modela kako bi se odabrala najbolja opcija za analizu. *F*-test takođe igra značajnu ulogu u proceni tačnosti modela.

#### 2.1.6.1 *ME* (Mean Error) – Srednja kvadratna greška

Srednja kvadratna greška predstavlja prosečnu razliku između predviđenih i stvarnih vrednosti. Može da ukazuje na pristrasnost modela. Ukoliko je vrednost *ME* niska, onda ne postoji pristrasnost u posmatranom modelu.



Formula za izračunavanje je oblika:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)$$

### 2.1.6.2 *RMSE* (Root Mean Squares Error) – Kvadratni koren srednje kvadratne greške

*RMSE* je mera koja pokazuje prosečnu veličinu greške između predviđenih i stvarnih vrednosti modela i računa se po formuli:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}$$

### 2.1.6.3 *MAE* (Mean Absolute Error) – Srednja apsolutna greška

*MAE* je prosečna apsolutna razlika između predviđenih i stvarnih vrednosti i računa se po formuli:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i|$$

*MAE* je manje osetljiv na ekstremne vrednosti (outliere) u poređenju sa *RMSE*, jer ne kvadrira greške već uzima njihove apsolutne vrednosti.

### 2.1.6.4 *AIC* (Akaike Information Criterion) - Akaikeov informacioni kriterijum

*AIC* je mera kvaliteta statističkog modela u odnosu na broj parametara u modelu. On balansira između tačnosti modela i njegove kompleksnosti. Formula za njegovo izračunavanje je oblika:

$$AIC = 2k - 2 \ln(L)$$

gde je  $L$  funkcija maksimalne verodostojnosti, a  $k$  ukupan broj parametara u modelu. *AIC* se koristi za poređenje različitih modela – niža vrednost *AIC*-a ukazuje na bolji model.

### 2.1.6.5 Test o značajnosti regresije celog modela (*F* – test)

Za testiranje značajnosti celokupnog regresionog modela koristi se *F* – test. Ovaj test ispituje da li bar jedna od nezavisnih promenljivih ima značajan uticaj na zavisnu promenljivu odnosno postavljaju se hipoteze:

- $H_0(\beta_0 = \beta_1 = \dots = \beta_k = 0)$  - svi regresijski koeficijenti su jednaki nula
- $H_1(\exists \beta_j \neq 0)$ , za  $j = 1, 2 \dots k$  - bar jedan regresioni koeficijent je različit od nule

Nakon postavljanja hipoteza, potrebno je izračunati  $F_{reg}$ . Ako je:

- $F_{reg} > F_{tab} = F_{\alpha, k, n-(k+1)}$  – odbacuje se  $H_0 \Rightarrow$  bar jedan regresioni koeficijent je različit od nule  $\Rightarrow$  model je statistički značajan
- $F_{reg} < F_{tab} = F_{\alpha, k, n-(k+1)}$  – prihvata se  $H_0 \Rightarrow$  model nema značajnu prediktivnu moć

### 2.1.7 Narušavanje pretpostavki višestruke linearne regresije

U cilju provere validnosti modela, potrebno je ispitati da li su pretpostavke narušene koristeći standardne statističke testove. Glavne pretpostavke uključuju:

1. Nezavisnost reziduala - autokorelacija
2. Homoskedastičnost
3. Normalnost reziduala
4. Odsustvo multikolinearnosti među nezavisnim promenljivama

#### 2.1.7.1 Autokorelacija

U cilju provere prisustva autokorelacije u rezidualima regresionog modela, koristi se Durbin-Watson-ov test. Durbin-Watson-ov test se izračunava na sledeći način:

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}$$

Ako je:

- $0 \leq DW \leq d1 \Rightarrow$  postoji pozitivna autokorelacija
- $d1 \leq DW \leq d2 \Rightarrow$  postoji odsustvo autokorelacije
- $d2 \leq DW \leq 4 - d2 \Rightarrow$  greške su nezavisne
- $4 - d1 < DW < 4 \Rightarrow$  postoji negativna autokorelacija

pri čemu je  $d1$  donja granična vrednost, a  $d2$  gornja granična vrednost iz Durbin – Watson-ovih tabela.

#### 2.1.7.2 Homoskedastičnost

Homoskedastičnost je pojava u modelu višestruke linearne regresije u kojoj je varijansa reziduala konstantna. Ako je pretpostavka o homoskedastičnosti narušena onda dolazi do pojave heteroskedastičnosti što dovodi do problema da ocenjeni regresioni koeficijenti metodom OLS više nisu najefikasniji. Za detektovanje i otkrivanje heteroskedastičnosti mogu da se koriste vizuelna tumačenja u obliku scatterplota – dijagrama rasturanja reziduala. Sigurniji oblik detektovanja heteroskedastičnosti jeste pomoću nekih formalnih testova kao što su Breusch-Pagan-Godfrey test (BPG) i White test.

Kod oba testa se postavljaju hipoteze:

- $H_0: Var(\varepsilon_i) = \sigma^2 \Rightarrow$  prisutna homoskedastičnost
- $H_1: Var(\varepsilon_i) \neq \sigma^2 \Rightarrow$  prisutna heteroskedastičnost

Takođe kod oba testa statistika se izračunava preko formule  $LM = n \cdot R^2$  gde je  $n$  broj posmatranja, a  $R^2$  je koeficijent determinacije iz regresije kvadriranih reziduala za BPG test ili iz proširene regresije sa kvadratima nezavisnih promenljivih za White test. Zaključak kod oba testa je isti:

- $LM < \chi^2 \Rightarrow$  prihvata se nulta hipoteza
- $LM > \chi^2 \Rightarrow$  odbacuje se nulta hipoteza

### 2.1.7.3 Normalnost reziduala

Normalnost reziduala se može ispitati vizuelno posmatranjem određenih grafikona kao što su histogram reziduala i  $Q-Q$  plot standardizovanih reziduala. Pored vizuelnog pristupa, sigurniji način određivanja da li reziduali imaju normalnu raspodelu jeste primenom testova normalnosti kao što su Shapiro -Wilk parametarski test koji se koristi za male uzorke i Jarque Berra test (JB). Zajednička osobina oba testa jeste da se pre računanja test statistike postavljaju hipoteze na sledeći način:

- $H_0$ : reziduali su normalno distribuirani  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$
- $H_1$ : reziduali nisu normalno distribuirani

Ako  $p$  – vrednost kod oba testa bude veća od izabranog nivoa značajnosti  $\alpha = 0.05$  onda ne odbacujemo nultu hipotezu. U suprotnom prihvatamo alternativnu hipotezu.

### 2.1.7.4 Multikolinearnost

Multikolinearnost može biti uzrokovana ukoliko postoji visoka korelacija između nezavisnih promenljivih u regresionom modelu. Jedan od načina da se detektuje multikolinearnost jeste posmatranjem korelacione matrice. Korelaciona matrica pokazuje Pearsonove koeficijente korelacije, koji mere linearne veze između parova promenljivih. Na osnovu registrovanih parova vrednosti, ocenjuje se vrednost koeficijenta korelacije koji se kreće u intervalu od -1 do 1. Drugi način utvrđivanja multikolinearnosti jeste posmatranjem  $VIF$  (faktor inflatorne varijanse) vrednosti.

Formula za izračunavanje faktora inflatorne varijanse je:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

Rezultati se tumače na sledeći način:

- $VIF = 1 \Rightarrow$  nema multikolinearnosti
- $1 < VIF \leq 5 \Rightarrow$  umerena multikolinearnost
- $VIF > 5 \Rightarrow$  visoka multikolinearnost

## 2.2 Klaster analiza – k means algoritam

Klaster analiza je statistička metoda koja se koristi za grupisanje podataka u grupe (klasterne) na osnovu sličnosti između njih. Posmatra se skup podataka  $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  gde je svaki podatak  $z_i \in R^d$   $d$  – dimenzionalni realan vektor. Cilj klaster analize jeste da pronađe funkciju dodele  $f: Z \rightarrow C$  gde je  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$  skup klastera tako da su podaci unutar jednog klastera što sličniji, dok su podaci iz različitih klastera što različitiji. Da bi se podaci grupisali potrebno je definisati meru sličnosti između njih. U zavisnosti od tipa podataka najčešće se koristi Euklidska udaljenost. Postoje razne metode i algoritmi za vršenje klaster analize. Jedan od najpoznatijih partitivnih algoritama jeste k – means algoritam koji deli podatke u  $k$  klastera. Cilj ovog algoritma jeste da minimizuje varijacije unutar klastera i maksimizira varijaciju između klastera, što se može postići minimizacijom ukupne udaljenosti podataka od centara klastera (centroida). Postupak k – means algoritma je sledeći:

- 1) **Inicijalizacija:** Nasumično se odabere  $k$  početnih centara klastera u oznaci  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$
- 2) **Dodela podataka klasterima:** Svaki podatak  $z_i$  se dodeljuje klasteru  $C_j$ , čiji je centar klastera najbliži po Euklidskoj udaljenosti, pa važi:

$$\min_j \|z_i - \mu_j\|^2 \text{ za } j = 1, 2 \dots k$$

- 3) **Ažuriranje centara klastera:** Nakon što su podaci dodeljeni klasterima, centri klastera se ponovo izračunavaju kao srednja vrednost podatka u svakom klasteru po formuli:

$$\mu_j = \frac{1}{|C_j|} \cdot \sum_{z_i \in C_j} z_i$$

- 4) **Iteracija:** Proces se ponavlja sve dok se ne postigne konvergencija odnosno dok promena u centrima klastera ne postane zanemarljiva

Nedostaci  $k$  – means algoritma jesu osjetljivost na odabir početnih vrednosti centara klastera jer mogu dovesti do slabijih rešenja, kao i sam izbor broja klastera. Broj klastera  $k$  se ponekad bira pomoću tehnike poznate kao Elbow method (lakat metod). Ova metoda se zasniva na posmatranju smanjivanja sume kvadrata grešaka za različite vrednosti  $k$ .

## 3. Potrošačka korpa i indeks potrošačkih cena

Potrošačka korpa i indeks potrošačkih cena su ekonomski pojmovi koji se često koriste u analizi inflacije i troškova života. Evo šta oni predstavljaju i koja je razlika između njih.

### 3.1 Potrošačka korpa

**Potrošačka korpa** predstavlja skup proizvoda i usluga koje prosečno domaćinstvo redovno kupuje u nekom vremenskom periodu, kako bi zadovoljilo svoje osnovne potrebe. Ova korpa obuhvata različite kategorije, poput hrane, odeće, energije, stanovanja, prevoza, zdravstva, obrazovanja i zabave. Sastav potrošačke korpe je definisan tako da odražava tipične potrošačke navike stanovništva u jednoj zemlji. Potrošačka korpa se može posmatrati i kao instrument koji se koristi u strategiji za smanjenje siromaštva kao negativne društvene pojave. Zbog toga je veoma važno izraditi pravilnu metodologiju potrošačke korpe. Metodologija izrade potrošačke korpe podrazumeva identifikaciju ključnih kategorija proizvoda i određivanje njihove važnosti u životu prosečnog potrošača. Ovaj proces uključuje i usklađivanje sa promenama u potrošačkim navikama kroz vreme. Za izradu metodologije potrošačke korpe, od posebnog značaja je sprovođenje Ankete o potrošnji domaćinstva (APD), u okviru redovnih statističkih istraživanja Republičkog zavoda za statistiku, koja se od 2003. godine sprovodi po međunarodnim standardima i preporukama EUROSTAT-a, ILO (Međunarodne organizacije rada) i UN, čime se obezbeđuje međunarodna uporedivost podataka. Da bi se dizajnirala pouzdana potrošačka korpa koja treba da odražava realnu sliku strukture potrošnje domaćinstava u Srbiji, potrošačka korpa se deli u dve kategorije i to na minimalnu potrošačku korpu i prosečnu potrošačku korpu. Minimalna potrošačka korpa služi kao referentna tačka za određivanje linije siromaštva i merenje osnovnih troškova života, dok se prosečna potrošačka korpa koristi za praćenje promena cena proizvoda i usluga tokom vremena, što omogućava izračunavanje CPI, važnog indikatora inflacije. Vlade i ekonomske institucije koriste informacije o prosečnoj potrošačkoj korpi za planiranje ekonomske politike, uključujući fiskalne i monetarne mere. Prosečna potrošačka korpa može varirati među različitim sociodemografskim grupama, pa je važno uzeti u obzir različite potrebe domaćinstava. U [prilogu 1](#) može se videti struktura potrošačke korpe za januar 2024. godine, dok se u [prilogu 2](#) može videti od kojih proizvoda i usluga se sastoji prosečna potrošačka korpa kao i prosečna potrošena količina i prosečne cene za određeni proizvod ili uslugu u odgovarajućoj kategoriji.

#### 3.1.1 Anketa o potrošnji domaćinstva

Anketa o potrošnji domaćinstva u Srbiji je ključni instrument za prikupljanje podataka koji se koriste za izračunavanje potrošačke korpe. Ovo istraživanje prikuplja informacije o prihodima, izdacima i potrošnji domaćinstava, kao i o glavnim aspektima individualne potrošnje. Takođe,

istraživanjem se dobijaju podaci o značajnim pokazateljima životnog standarda, kao što su stambeni uslovi, dostupnost trajnih potrošačkih dobara, i slično, uz osnovne informacije o demografskim, ekonomskim i društvenim obeležjima domaćinstava. Metodologija ove ankete je detaljna i osmišljena je da obezbedi reprezentativne i precizne podatke o potrošnji domaćinstava. Ova anketa kao jedinicu posmatranja uzima svako domaćinstvo izabrano na osnovu plana uzorka. Domaćinstvom se smatra:

- Zajednica lica koja žive zajedno, zajedno se hrane i troše svoje prihode
- Pojedinac koji živi samostalno, samostalno se hrani i troši svoje prihode

APD obuhvata skoro celu teritoriju Republike Srbije, pri čemu se dobijeni rezultati obrađuju za Srbiju u celini, kao i za Beogradski region, region Vojvodine, region Šumadije i Zapadne Srbije i region Južne i Istočne Srbije. Republički zavod za statistiku od 1999. godine ne raspolaže sa podacima za AP Kosovo i Metohija, tako da oni nisu sadržani pri obradi i proračunu podataka za Srbiju u celini. U anketi se primenjuje dvoetafni stratifikovani uzorak, pri čemu su jedinice prve etape popisni krugovi koji se stratifikuju prema tipu naselja (gradska i ostalo) i prema geografskoj oblasti, dok se u jedinice druge etape ubrajaju domaćinstva. Uzorkovanje u prvoj etapi se vrši proporcionalno prema broju domaćinstava u popisnim krugovima, dok se u drugoj etapi domaćinstva biraju jednostavnim slučajnim uzorkom. Tokom perioda od jedne godine ukupno se bira 960 popisnih krugova i oko 8800 domaćinstava. Podatke o izboru i potrošnji proizvoda prikupljaju anketari koji su zaposleni u Republičkom zavodu za statistiku. Anketari se biraju na osnovu njihove sposobnosti da komuniciraju s domaćinstvima i prikupe tačne informacije koje su ključne za uspešno sprovođenje ankete. Jedan od glavnih alata i metoda za prikupljanje podataka o količinama potrošenih proizvoda su dnevnicu potrošnje koje vode domaćinstva. Domaćinstva koja učestvuju u anketi beleže svakodnevne kupovine i potrošnju proizvoda tokom određenog perioda (obično za 15 ili 16 dana). U dnevnicima se detaljno navode svi kupljeni proizvodi i usluge bez obzira da li se plaća gotovinski ili karticom, zatim svi proizvodi iz sopstvene proizvodnje, proizvodi iz sopstvenog biznisa, potom pokloni koje domaćinstvo prima ili daje drugim licima kao i prihodi primljeni tokom perioda ankete. Prilikom unosa podataka, proizvodi i usluge moraju biti detaljno opisani. Svaka transakcija se beleži u poseban red, gde su uključeni podaci o vrsti proizvoda ili usluge, količini, jedinici mere, plaćenom iznosu i izvoru (npr. da li je proizvod kupljen u supermarketu, na pijaci, ili je dobijen kao poklon). Takođe se beleže šifre proizvoda i mesto kupovine. Jedan takav primerak popunjavanja dnevnika prikazan je [prilogu 3](#). Na taj način se na svakih 15 dana anketira oko 370 domaćinstava. Takođe se koristi i metod intervjuja (ispitivanja) zasnovan na bazi upitnika, gde je referentni period za trajna dobra 12 meseci, za polutrajna dobra, poljoprivredu, lov i ribolov tri meseca, a za prihode mesec dana.

Prilikom popunjavanja, upitnik je podeljen u nekoliko kategorija gde je neophodno popuniti demografske podatke, zatim podatke o prihodima i rashodima, podatke o stambenim uslovima kao i podatke o poslovima u domaćinstvu. Količine proizvoda zabeležene u dnevnicima sumiraju se za sva domaćinstva, a zatim se izračunava prosečna vrednost po domaćinstvu. Prosečne količine potrošnje po domaćinstvu se zatim agregiraju kako bi se dobila prosečna količina potrošnje na nivou cele zemlje.

### **3.1.2 Metodologija izrade potrošačke korpe**

Republički zavod za statistiku, u saradnji sa Ministarstvom trgovine i usluga, sproveo je analizu svih indikatora potrošnje, fokusirajući se na karakteristične elemente potrošnje referentnih domaćinstava. Metodologija obračuna potrošačke korpe u Srbiji se sastoji iz sledećih koraka:

- 1) Definisavanje strukture (sastava) potrošačke korpe
- 2) Izbor prodavnica
- 3) Izbor proizvoda i usluga
- 4) Prikupljanje podataka o cenama
- 5) Definisavanje pondera (težinskih koeficijenata) u potrošačkoj korpi
- 6) Obračun troškova potrošačke korpe
- 7) Ažuriranje potrošačke korpe

**1) Struktura potrošačke korpe** u Srbiji uključuje proizvode i usluge raspoređene u različite kategorije. Ove kategorije su klasifikovane prema ECOICOP (Evropska klasifikacija individualne potrošnje prema nameni) i podeljene su prema sledećim grupama:

- Hrana i bezalkoholna pića
- Alkoholna pića, duvan i narkotici
- Odeća i obuća
- Stanovanje, voda, električna energija, gas i ostala goriva
- Oprema za stan i tekuće održavanje
- Zdravlje
- Transport
- Komunikacije
- Rekreacija i kultura
- Obrazovanje
- Restorani i hoteli
- Ostali lični predmeti i usluge



Sastav potrošačke korpe nije podložan mesečnim promenama. Umesto toga, sastav korpe obično se revidira periodično, najčešće svakih nekoliko godina, obično svakih pet godina ili više jer je namenjen da predstavlja dugoročniji obrazac potrošnje. U tom procesu se uzimaju u obzir nove potrošačke navike i proizvodi koji su postali relevantni, a izbacuju se proizvodi koji su izgubili značaj. Ako bi se korpa menjala često, bilo bi teško pratiti inflaciju na standardizovan način. Menjaju se samo cene proizvoda, dok ostaje fiksna lista proizvoda kako bi se lakše pratile promene u navikama potrošača.

**2) Izbor prodavnica** (mesta snimanja) u svakom gradu zavisi od nekoliko kriterijuma. Biraju se one prodavnice koje imaju najveći promet i snabdevaju najveći broj kupaca, a njihove cene predstavljaju prosečan nivo cena u gradu. Broj izabranih prodavnica zavisi od veličine grada i vrste proizvoda koji se nudi, kako bi se osigurao dovoljan broj cena za svaki proizvod u listi. Prodavnice se biraju na kraju godine i ostaju nepromenjene tokom cele kalendarske godine. Ukoliko se neka prodavnica zatvori ili značajno promeni svoj asortiman proizvoda, onda će ta prodavnica biti zamenjena sličnom prodavnicom koja nudi slične proizvode i ima uporedive cene. Snimatelji cena zajedno sa Republičkim zavodom za statistiku, donose konačnu odluku o izboru prodavnica, a zatim te prodavnice obaveštavaju da će biti izabrane u uzorku za snimanje cena.

**3) Izbor proizvoda i usluga** kao i prikupljanje podataka obavljaju zajedno zaposleni u Odeljenju cena i snimatelji cena. Ukupan broj elementarnih agregata (reprezentativnih proizvoda) u Srbiji na najnižem nivou klasifikacije iznosi ukupno 654 gde se najviše ubrajaju proizvodi iz kategorije Hrana i bezalkoholna pića 168, zatim je prate kategorije Oprema za stan i tekuće održavanje stana sa 87 proizvoda i usluga što je ista količina kao za kategoriju Odeća i obuća, potom Transport 60 itd. Kriterijum za odabir proizvoda ili usluge jeste njegova učestalost u prodaji i dostupnost na tržištu na duži vremenski period. U toku jedne godine, cene se prikupljaju za isti kvalitet proizvoda što znači da su bitni proizvođač, pakovanje i prodavnica koja proizvodi dati proizvod. Ukoliko proizvod trajno nestane sa tržišta, izvršava se njegova zamena. Novi proizvod koji treba da bude zamenjen starim, pogodno je da bude što sličniji u pogledu kvaliteta i cene. U slučaju da postoji akcija ili sniženje za određeni proizvod, onda se taj proizvod uzima u obzir samo ako to sniženje traje duži vremenski period (najmanje dva meseca) i ako je dostupan svim potrošačima bez ikakvih ograničenja.

**4) Cene proizvoda i usluga** koje ulaze u potrošačku korpu prikupljaju se u 15 gradova širom Srbije pri čemu ti gradovi predstavljaju administrativne i trgovinske centre. Podaci o cenama se prikupljaju iz različitih izvora kao što su prodavnice, zanatske radnje, supermarketi, pijace i putem interneta i telefona. Prikupljanje podataka o cenama se obavlja svakog meseca (u periodu od 1. do

23. meseca za koji se obračunava indeks potrošačkih cena). Prosečan broj prikupljenih cena na mesečnom nivou u Srbiji iznosi 37435. Prosečna mesečna cena proizvoda za grad izračunava se kao prosta aritmetička sredina cena snimljenih u gradu, prema formuli:

$$p_{gk}^m = \frac{\sum_{i=1}^n p_{gk}^i}{n}$$

gde je

$p_{gk}^m$  - prosečna mesečna cena u mesecu  $m$  za grad  $g$ , za proizvod  $k$

$p_{gk}^i$  – cena za proizvod  $k$  u prodavnici  $i$  u gradu  $g$

$n$  – broj snimljenih cena

**5) Ponder** predstavlja udeo ili relativnu važnost određenog proizvoda ili usluge u ukupnoj potrošačkoj korpi. Izražava se kao procenat ili proporcija i odražava koliko od ukupnih troškova domaćinstva ide na taj konkretan proizvod ili uslugu i izračunava se po formuli:

$$w_i = \frac{p_i q_i}{\sum_{i=1}^n p_i q_i}$$

gde je  $w_i$  ponder  $i$  – tog proizvoda ili usluge,  $p_i$  predstavlja cenu  $i$  – tog proizvoda ili usluge i  $q_i$  predstavlja količinu  $i$  -tog proizvoda ili usluge. Ponderi se određuju na osnovu podataka o potrošnji domaćinstva i mogu se menjati kada se revidira struktura potrošačke korpe.

**6) Obračun potrošačke korpe** se može izvršiti na dva različita načina u zavisnosti od potreba analize. Ukoliko je cilj analize dobijanje ukupnog iznosa (troška) koji je potreban za kupovinu svih proizvoda i usluga u potrošačkoj korpi, onda se ukupna vrednost potrošačke korpe može izratiti definicijom vrednosnog agregata koji će biti prikazan u delu formiranja CPI-a, dok ukoliko je cilj izračunati ponderisanu vrednost potrošačke korpe, onda se ta formula može predstaviti u sledećem obliku:

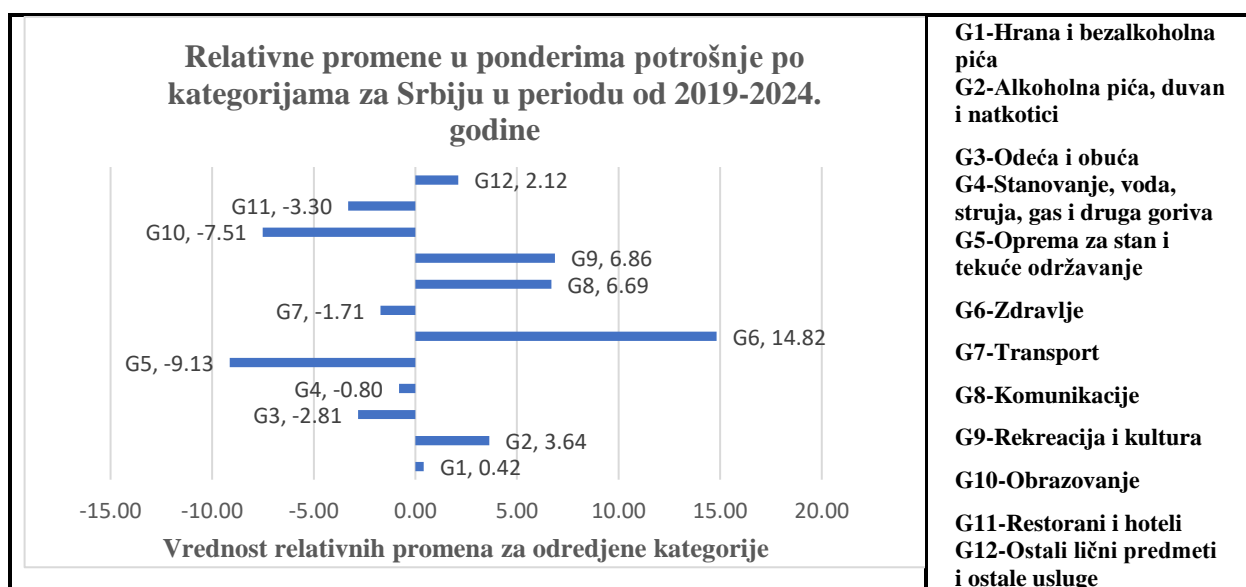
$$V_k = \sum_{i=1}^n p_i q_i w_i$$

gde je  $V_k$  ponderisana vrednost potrošačke korpe. Pomoću formule za ponderisanu vrednost potrošačke korpe možemo izračunati doprinos svakog proizvoda u korpi, uzimajući u obzir kako njegovu cenu i količinu, tako i njegov relativni značaj (ponder) u potrošačkoj korpi. Podaci o troškovima potrošačke korpe objavljuju se mesečno i godišnje i mogu se pronaći u izveštajima Republičkog zavoda za statistiku.

7) **Ažuriranje potrošačke korpe** je ključno za tačno praćenje životnog standarda i inflacije jer osigurava da korpa odražava trenutne uslove na tržištu i stvarne potrebe potrošača. Ovo uključuje redovnu reviziju liste dobara i usluga i pondera koji se primenjuju u izračunavanju.

### 3.1.3 Prikaz i analiza rezultata strukture potrošnje domaćinstva u Srbiji

Promene u udelima potrošnje pojedinih kategorija mogu reflektovati različite ekonomske faktore, uključujući inflaciju, rast plata, promene cena osnovnih dobara, ali i promene u navikama potrošača. Kroz analizu podataka o potrošnji domaćinstava, možemo dobiti jasniji uvid u to koje kategorije proizvoda i usluga postaju važnije za potrošače, dok druge gube na značaju. Za potrebe ove analize, podaci o udelima potrošnje po kategorijama prikupljeni su za period od 2019. do 2024. godine. Posmatrane su relativne promene izražene u procentima kako bi se kvantifikovalo koliko je udeo pojedine kategorije porastao ili opao u odnosu na baznu 2019. godinu.

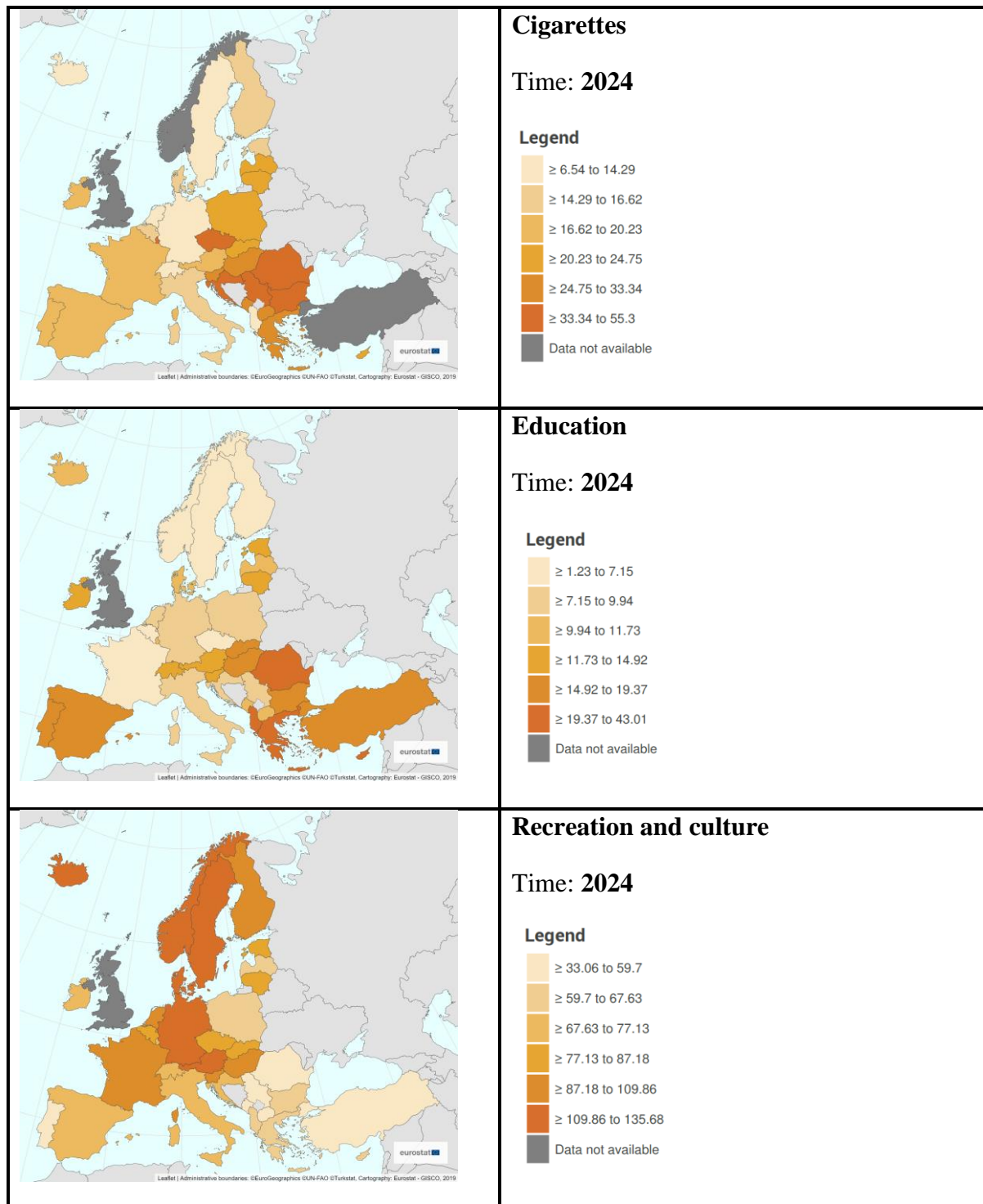


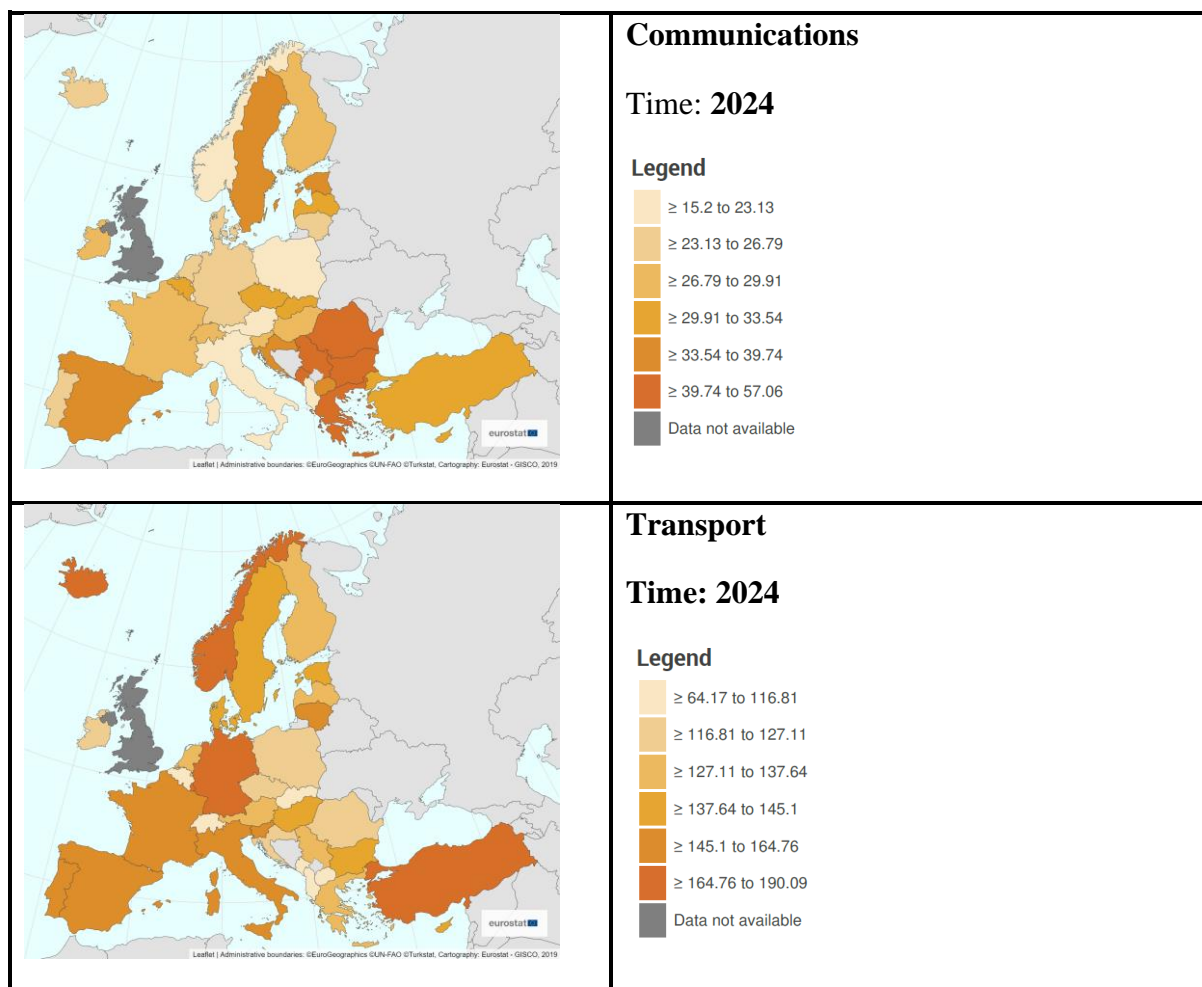
Grafik 1: Relativne promene u ponderima po kategorijama za Srbiju u periodu od 2019-2024. godine

Možemo uočiti da su se promene u ponderima u Srbiji za različite kategorije potrošačke korpe menjale na različite načine. Neke od kategorija su doživele pozitivan rast, dok su druge kategorije zabeležile pad u potrošnji. Najveći porast je u kategoriji Zdravstvo što može biti posledica povećanih troškova zdravstvene zaštite usled pandemije virusa Covid-19. Značajan rast zabeležen je i u kategorijama Rekreacija i kultura i Komunikacije što može ukazivati na sve veće korišćenje digitalnih tehnologija, interneta i telefonski usluga. Najveći pad u Srbiji zabeležen je u kategoriji Oprema za stan i tekuće održavanje što sugerise smanjenje investija u kupovinu novih uređaja, nameštaja i popravke u domaćinstvima. Takođe možemo primetiti i smanjeno ulaganje u obrazovanje koje iznosi **-7.51%**.

### 3.1.4 Klaster analiza različitih zemalja na osnovu potrošnje

Na osnovu vrednosti pondera moguće je analizirati obrasce potrošnje između različitih zemalja i uporediti ih koristeći statističke metode. Na taj način možemo videti kako različite zemlje alociraju resurse u okviru svojih potrošačkih korpi.





Slika 1: Uporedni prikaz pondera za različite grupe potrošačke korpe za 2024. godinu i podela u 6 grupa

Na Slici 1 prikazani su primeri za izabrane grupe proizvoda ili usluga iz potrošačke korpe. Možemo zaključiti da je najniži ponder za Rekreaciju i kulturu u zemljama jugoistočne Evrope, pretežno balkanskim zemljama, dok je najviši u Nemačkoj i skandinavskim zemljama. Nasuprot tome, najveći ponderi za zemlje jugoistočne Evrope mogu se uočiti za komunikacije i cigarete, dok najmanje pondere za date kategorije imaju Nemačka i skandinavske zemlje. Značajno je primetiti i da podaci o učestalosti korišćenja cigarete nisu dostupni za Norvešku i Tursku. Pored pretežno najjačih ekonomskih zemalja Nemačke i Norveške, zemlje koje pripadaju jugozapadnoj Evropi kao što su Portugalija, Španija i Francuška pretežno velike pondere imaju za transport što može ukazivati na razvijeniju transportnu infrastrukturu u ovim zemljama i veću upotrebu privatnih vozila ili javnog prevoza. Takođe sa slike, uočavamo da se pojedine zemlje nalaze u različitim kategorijama pondera, u zavisnosti od posmatrane grupe proizvoda i usluga. Kako bismo uporedili sastav celokupne potrošačke korpe za sve zemlje, primenjena je klaster analiza. Podaci korišćeni za ovu analizu navedeni su u Tabeli 1.

Tabela 1: Ponderi za potrošačku korpu u 35 evropskih zemalja za 2024. godinu (izvor: Eurostat)

	Food and non-alcoholic beverages	Alcoholic beverages	Clothing and footwear	Housing, water, electricity...	Furnishings, household equipment ...	Health	Transport	Communications	Recreation and culture	Education	Restaurants and hotels	Miscellaneous goods and services
Belgium	157.27	16.61	54.26	164.49	74.42	85.41	108.95	32.16	87.10	5.13	93.13	88.68
Bulgaria	233.02	20.12	40.06	119.31	69.10	74.19	139.92	49.88	64.54	16.93	80.19	57.93
Czechia	193.58	42.08	48.14	167.45	63.60	32.58	119.09	31.26	85.88	6.88	87.99	71.08
Denmark	137.76	21.96	46.04	195.19	61.86	35.08	144.61	23.14	127.82	10.44	82.24	96.14
Germany	129.03	15.62	45.68	170.83	68.44	56.35	167.93	23.92	116.57	7.73	72.96	107.56
Estonia	211.91	37.82	60.63	153.62	55.90	51.74	138.81	35.42	83.97	12.53	84.57	56.83
Ireland	106.58	28.69	57.76	146.04	58.31	57.77	124.80	29.45	73.21	13.06	209.55	72.66
Greece	203.90	12.87	47.27	89.50	36.02	54.73	137.15	45.61	59.85	30.49	192.09	58.09
Spain	188.26	16.04	41.17	118.31	54.12	56.49	148.78	33.58	74.27	18.01	151.47	78.08
France	150.32	18.92	39.63	166.89	51.58	42.79	161.65	27.31	91.67	5.57	107.22	116.59
Croatia	218.28	34.45	50.97	119.02	54.92	54.56	119.12	39.36	74.49	8.86	122.23	68.74
Italy	181.80	9.97	68.11	119.03	73.91	41.98	155.47	23.10	68.45	9.45	124.76	103.23
Cyprus	166.66	21.40	63.82	86.17	58.93	24.06	142.36	33.52	64.57	39.02	193.54	71.61
Latvia	264.28	46.52	53.41	168.41	36.36	64.10	135.23	33.42	63.63	11.45	51.67	46.95
Lithuania	214.95	41.13	50.61	122.97	71.71	70.30	146.69	25.82	82.08	11.91	59.08	79.36
Luxembourg	123.80	31.40	56.70	112.60	73.80	20.30	171.50	15.20	71.70	10.90	98.90	123.90
Hungary	212.29	30.18	35.29	90.64	63.50	47.78	137.95	28.77	89.41	16.28	119.22	83.24
Malta	180.18	13.16	41.38	101.77	83.88	46.88	123.69	38.56	83.95	27.32	158.11	79.03
Netherlands	144.62	14.34	63.28	150.07	76.62	27.67	137.34	24.06	109.18	9.55	112.20	110.94
Austria	119.09	16.30	59.57	143.21	69.61	51.61	130.16	19.09	113.28	12.31	166.70	78.97
Poland	203.02	40.42	47.73	173.63	53.25	77.90	118.19	23.04	65.61	7.20	53.68	110.96
Portugal	206.09	14.85	62.97	78.44	61.62	62.16	146.08	25.71	44.41	16.90	173.36	88.78
Romania	298.95	20.36	55.24	97.71	69.48	90.33	119.16	41.66	58.97	26.19	35.57	40.84
Slovenia	175.64	15.78	66.48	100.70	58.77	53.28	164.12	28.64	96.74	14.24	99.88	93.54
Slovakia	263.37	28.80	45.36	171.75	80.32	32.09	64.17	30.36	79.78	16.78	82.79	80.65
Finland	150.77	31.61	43.86	193.31	59.05	60.46	135.04	29.10	96.83	4.01	88.88	87.55
Sweden	158.32	24.33	50.77	144.59	72.06	37.85	144.12	33.97	135.68	1.23	93.02	91.75
Iceland	149.66	25.09	41.81	106.54	51.78	28.58	171.71	25.72	134.26	10.13	186.65	60.32
Norway	141.17	25.80	57.19	120.33	77.19	39.22	172.75	22.70	133.45	5.36	95.83	88.93
Switzerland	110.42	21.65	28.19	192.25	39.85	164.65	109.93	27.27	68.67	12.89	103.07	105.97
Montenegro	317.93	36.56	64.55	84.40	50.31	28.49	108.89	45.33	33.06	10.65	145.45	44.41
North Macedonia	410.61	27.85	49.74	95.12	32.49	25.56	105.35	36.83	37.08	11.55	75.77	54.81
Albania	347.22	37.14	38.21	58.19	55.15	53.24	80.25	19.37	66.00	43.01	151.67	36.86
Serbia	293.00	30.15	52.23	122.90	50.78	60.15	128.26	57.06	50.12	9.04	36.89	58.16
Türkiye	249.81	2.70	69.41	142.01	81.20	37.12	173.55	33.36	33.32	17.97	81.74	42.95

Podaci se sastoje od potrošačkih kategorija za 35 različitih zemalja, gde je svaka zemlja predstavljena kao vektor u 12 – dimenzionalnom prostoru i gde svaka dimenzija odgovara jednoj kategoriji potrošnje. Primena k – means algoritma omogućava grupisanje vektora odnosno zemalja u 6 klastera tako da zemlje unutar istog klastera imaju slične karakteristike potrošnje. Podela zemalja po klasterima je prikazana u *Tabeli 2*, dok se u *Tabeli 3* nalaze prosečne vrednosti potrošnje po kategorijama za svaki klaster.

*Tabela 2: Podela zemalja u šest klastera*

Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5	Cluster 6
Czechia	Bulgaria	Ireland	Belgium	Montenegro	Denmark
Estonia	Latvia	Greece	Switzerland	North Macedonia	Germany
Croatia	Romania	Spain		Albania	France
Lithuania	Serbia	Cyprus			Italy
Hungary	Türkiye	Malta			Luxembourg
Poland		Austria			Netherlands
Slovakia		Portugal			Slovenia
		Iceland			Finland
					Sweden
					Norway

*Tabela 3: Centri klastera – prosečni ponderi po kategorijama*

	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5	Cluster 6
Food and non-alcoholic beverages	216.771	267.812	165.053	133.845	358.587	149.323
Alcoholic beverages	36.411	23.970	18.550	19.130	33.850	20.973
Clothing and footwear	48.390	54.070	51.969	41.225	50.833	53.774
Housing, water, electricity, gas and other fuels	142.726	130.068	108.748	178.370	79.237	147.354
Furnishings, household equipment and routine household maintenance	63.314	61.384	59.284	57.135	45.983	67.328
Health	52.421	65.178	47.785	125.030	35.763	41.498
Transport	120.574	139.224	140.591	109.440	98.163	155.453
Communications	30.576	43.076	31.405	29.715	33.843	25.114
Recreation and culture	80.174	54.116	80.975	77.885	45.380	104.809
Education	11.491	16.316	20.905	9.010	21.737	7.848
Restaurants and hotels	87.080	57.212	178.934	98.100	124.297	97.589
Miscellaneous goods and services	78.694	49.366	73.443	97.325	45.360	102.013

Iz *Tabele 3* možemo jasno uočiti sliku obrazaca potrošnje među zemljama koje su grupisane prema sličnim ekonomskim karakteristikama. Zemlje u klasterima 1, 2 i 5 karakterišu se visokim prosečnim troškovima hrane i bezalkoholnih pića što ukazuje na to da ove zemlje troše značajan deo budžeta na osnovne životne potrebe. Nasuprot tome, klasteri 3 i 4 imaju znatno nižu potrošnju u ovoj kategoriji. Kategorija restorani i hoteli ima značajan udeo u potrošnji u klasterima 3 i 5 gde

spadaju turističke zemlje kao što su Grčka, Španija, Kipar, Crna Gora, što implicira da ove zemlje više novca ulažu u turizam odnosno imaju veći fokus na uslužne aktivnosti. Takođe u klasteru 3 kategorija obrazovanje beleži najvišu prosečnu potrošnju, dok je potrošnja u ovoj kategoriji najniža u klasterima 4 i 6. Zemlje u klasteru 2, gde spada i Srbija izdvajaju se po nešto višim troškovima za komunikacije i zdravstvo u odnosu na druge zemlje, iako najveći udeo troškova pored hrane izdvajaju i za transport. Takođe značajno je primetiti da zemlje iz klastera 6 poput skandinavskih zemalja, Nemačke i Slovenije najveći udeo troškova imaju na transport ali isto tako i na rekreaciju i kulturu što je i očekivano jer se ove zemlje odlikuju visokim životnim standardom. U nastavku je prikazana matrica rastojanja između centara različitih klastera kako bi na osnovu vizualizacije mogli utvrditi koji su obrasci potrošnje zemalja u klasterima slični. U matrici rastojanja svaka vrednost predstavlja udaljenost između dva klastera. Manja vrednost znači da su klasteri sličniji, dok veće vrednosti označavaju veće razlike u obrascima potrošnje.

*Tabela 4: Matrica rastojanja između klastera*

Cluster	1	2	3	4	5	6
1		77.958	114.692	120.051	170.463	86.569
2	77.958		166.226	172.409	135.749	150.243
3	114.692	166.226		141.905	213.848	101.407
4	120.051	172.409	141.905		271.086	106.446
5	170.463	135.749	213.848	271.086		245.153
6	86.569	150.243	101.407	106.446	245.153	

Na osnovu rezultata iz date matrice rastojanja, možemo primetiti da je klaster 1 najbliži klasteru 2 sa udaljenošću od **77.958** što znači da zemlje iz datih klastera imaju slične ekonomske uslove i strukturu potrošnje. Nasuprot tome, zemlje u klasterima 5 i 6 imaju veliku udaljenost od **245.153** pa postoje veće razlike u potrošačkim navikama. Međutim najveća udaljenost od **271.086** je između zemalja koje pripadaju klasterima 4 i 5. Zemlje poput Švajcarske i Belgije koje pripadaju klasteru 4 imaju visok standard života i potrošnju, dok zemlje poput Crne gore, Severne Makedonije i Albanije imaju nizak životni standard i veće potrošačke navike na osnovne potrebe, pa ne čudi što su značajnije razlike u potrošačkim prioritetima upravo u ovim zemljama.



### 3.2 Indeks potrošačkih cena (Consumer Price Index – CPI)

Pratiti ekonomske promene pomoću indeksa potrošačkih cena (CPI) i koncepta potrošačke korpe omogućava nam dublje razumevanje dinamike troškova života. Indeks potrošačkih cena, kao statistički ekonomski pokazatelj, istražuje prosečne promene cena različitih dobara i usluga koje potrošači redovno kupuju tokom vremena. CPI se koristi za merenje inflacije, jer pokazuje koliko su cene porasle u odnosu na neki osnovni (bazni) period. Kako bismo izračunali CPI, upoređujemo trenutne troškove fiksne korpe dobara i usluga sa troškovima iste korpe u određenoj referentnoj baznoj godini. Postoje različite metode za agregiranje informacija o cenama i količinama u jedan indeks. Da bi što preciznije konstruisali formulu za izračunavanje CPI-a, neophodno je zapitati se:

- 1) Koja dobra ili stavke uključiti u indeks?
- 2) Kako odrediti cene stavki?
- 3) Koje transakcije koje uključuju ove stavke uključiti u indeks?
- 4) Kako odrediti težine (pondere) i iz kojih izvora te težine uzeti?
- 5) Koju formulu ili tip srednje vrednosti treba koristiti za najbolji prosek relativnih cena odabranih stavki?

Odgovore na prva četiri pitanja možemo iskazati definicijom za vrednosni agregat  $V$  koji predstavlja određeni skup transakcija koje se odnose na jedan neodređeni vremenski period, po formuli:

$$V = \sum_{i=1}^n p_i q_i \quad (1)$$

gde  $p_i$  označava cenu  $i$ -te stavke, a  $q_i$  označava odgovarajuću količinu  $i$ -te stavke u posmatranom vremenskom periodu. Ako želimo da posmatramo dva određena vremenska perioda i ako sa 0 označimo bazni period, a sa 1 trenutni period i ako su  $p^0 = [p_1^0, \dots, p_n^0]$  i  $q^0 = [q_1^0, \dots, q_n^0]$  odgovarajući vektori cena i količina redom za bazni period, onda se vrednosni agregat može razdvojiti na dva dela i to na vrednosni agregat u baznom periodu po formuli  $V^0 = \sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0$  i vrednosni agregat u trenutnom periodu po formuli  $V^1 = \sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1$ .

Ovakav pristup teoriji indeksa brojeva može se svesti na problem dekompozicije promene vrednosnog agregata na proizvod cenovnog indeksa  $P(p^0, p^1, q^0, q^1)$  i količinskog indeksa  $Q(p^0, p^1, q^0, q^1)$  pri čemu je zadovoljena jednačina:

$$V^1/V^0 = P(p^0, p^1, q^0, q^1) \cdot Q(p^0, p^1, q^0, q^1) \quad (2)$$

Da bi se dobio odgovor na poslednje 5) pitanje, potrebno je odrediti formulu za cenovni indeks, kako bi se dobila što reprezentativnija potrošačka korpa. Jedan od najjednostavnijih pristupa rešavanju datog problema odabira funkcionalne forme za cenovni indeks jeste da se potrošačka korpa fiksira i posmatra kao vektor količina  $q = [q_1, \dots, q_n]$ , a zatim izračuna nivo cena u trenutnom periodu u odnosu na bazni period i to kao odnos troškova korpe u ta dva posmatrana perioda. Ovakav pristup je prvi opisao Lowe pa je po njemu i formula za dati indeks dobila ime. Formula je oblika:

$$PLo(p^0, p^1, q) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i} \quad (3)$$

gde je  $PLo$  oznaka za Lowe indeks. Ovako definisan Lowe indeks ostavlja pitanje kako tačno odrediti vektor fiksne korpe  $q$ . Odgovor na ovo pitanje nas dovodi do dva moguća izbora za dati vektor količina, a to su vektor količina za bazni period  $q^0$  ili vektor količina za trenutni period  $q^1$ , što nas dovodi do nova dva značajna cenovna indeksa, a to su Laspeyresov u oznaci  $PL$  i Paasche-ov u oznaci  $PP$ .

**Laspeyres indeks** je ekonomska mera koja se koristi za merenje promene cena potrošačke korpe, pri čemu se količine proizvoda ili usluga fiksiraju na nivou referentnog (baznog) perioda. Ovaj indeks pruža uvid u uticaj promena cena na ukupne potrošačke troškove, čime se omogućava analiza inflacionih efekata na standard života potrošača. Formula za Laspeyres-ov indeks je oblika:

$$PL(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^0}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0} \quad (4)$$

Ukoliko želimo da iskažemo određeni udeo troškova za datu robu  $i$  u nekom periodu  $t$ , onda bi to mogli da definišemo na sledeći način:

$$w_i^t = \frac{p_i^t q_i^t}{\sum_{j=1}^n p_j^t q_j^t} \quad (5)$$

za  $i = 1, \dots, n$  i  $t = 0, 1$ . Koristeći formule (4) i (5), Laspeyres-ov cenovni indeks  $PL$  se može napisati kao aritmetička sredina  $n$  cenovnih odnosa  $p_i^1/p_i^0$ , ponderisanih udelima troškova iz baznog period na sledeći način:

$$PL(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^0}{\sum_{j=1}^n p_j^0 q_j^0} = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^1/p_i^0) p_i^0 q_i^0}{\sum_{j=1}^n p_j^0 q_j^0} = \sum_{i=1}^n (p_i^1/p_i^0) w_i^0 \quad (6)$$

Na ovaj način dovoljno je prikupiti informacije o udelima troškova za bazni period, a potom neprestano prikupljati informacije o cenama robe kako bi se *PL* cenovni indeks pravovremeno proizvodio bez obzira na nedostatak informacija o količinama iz trenutnog perioda.

**Paasche indeks** se koristi za merenje promene cena potrošačke korpe, uz fiksiranje količina na nivou trenutnog perioda. Ovaj indeks omogućava analizu inflacionih efekata na potrošačke troškove, pridajući veći značaj aktuelnim količinama potrošenih dobara i usluga. Paasche-ov indeks je definisan na sledeći način:

$$PP(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^1} \quad (7)$$

Slično kao i Laspeyres-ov indeks i Paasche-ov cenovni indeks *PP* može se prikazati kao harmonijska sredina odnosa cena *n* stavki, ponderisanih udelima troškova iz trenutnog perioda na sledeći način:

$$\begin{aligned} PP(p^0, p^1, q^0, q^1) &= \frac{1}{\{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^1 / \sum_{j=1}^n p_j^1 q_j^1\}} = \frac{1}{\{\sum_{i=1}^n \left(\frac{p_i^0}{p_i^1}\right) p_i^1 q_i^1 / \sum_{j=1}^n p_j^1 q_j^1\}} \\ &= \frac{1}{\{\sum_{i=1}^n (p_i^1 / p_i^0)^{-1} w_i^1\}} = \left\{ \sum_{i=1}^n (p_i^1 / p_i^0)^{-1} w_i^1 \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

Ovaj indeks pretpostavlja da se količina dobara i usluga u potrošačkoj korpi ne menja između dva perioda, što može biti nerealno s obzirom na promenljive faktore. Takođe, ovaj indeks ne uzima u obzir supstituciju proizvoda i može preceniti inflaciju. Pored određivanja cenovnih *PL* i *PP* indeksa, neophodno je odrediti i Laspeyres-ov količinski indeks *QL* i Paasche-ov količinski indeks u oznaci *QP*. Ako iz date jednačine (2) cenovni indeks *P* zamenimo sa *PL*, na taj način dobijamo Paaschov količinski indeks:

$$QP(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^0} \quad (9)$$

Na ovaj način su vektori količina iz baznog i trenutnog perioda procenjeni po istom skupu cena iz trenutnog perioda. Na sličan način ako se iz jednačine (2) cenovni indeks *P* zameni sa *PP* iz jednačine (7) dobija se Laspeyres-ov količinski indeks:

$$QL(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^1}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0} \quad (10)$$

Sada su  $q_i^0$  i  $q_i^1$  procenjeni na istom skupu cena, za cene iz baznog perioda. Na kraju dolazimo do zaključka da su Laspeyres-ov cenovni indeks  $PL$  i Paasche-ov cenovni indeks  $PP$  specijalni slučajevi Lowe indeksa  $PLo$  ukoliko u formuli (3) količinski vektor  $q_i$  zamenimo redom za količinski vektor iz baznog perioda  $q_i^0$  ili količinski vektor iz trenutnog perioda  $q_i^1$ . S obzirom da su  $PL$  i  $PP$  podjednako verodostojni ali često daju različite merne vrednosti promene agregatnih cena za vrednosni agregat tokom dva posmatrana perioda, potrebno je pronaći „najbolji“ prosek za date promene u cenama kako bi potrošačka korpa bila što preciznije određena. U nastavku rada biće prikazano šta se smatra „najboljim“ prosekom za  $PL$  i  $PP$  indekse kao i u kakvom odnosu mogu biti ova dva navedena indeksa u poređenju sa Lowe indeksom.

### 3.2.1 Veza izmedju Laspeyres-ovog i Paasche-ovog cenovnog indeksa

Da bi razumeli u kakvom se međusobnom odnosu  $PL$  i  $PP$  cenovni indeksi, najpre treba definisati  $i$ -ti relativni cenovni odnos ili relativnu cenu u oznaci  $r_i$ , i  $i$ -ti relativni količinski odnos  $t_i$  na sledeći način:

$$r_i = \frac{p_i^1}{p_i^0}; t_i = \frac{q_i^1}{q_i^0} \text{ za } i = 1, \dots, n \quad (11)$$

Koristeći formulu za Laspeyres-ov cenovni indeks iz jednačine (6) i definiciju (11) možemo definisati prosečnu relativnu cenu  $r^*$ :

$$PL = \sum_{i=1}^n r_i w_i^0 = r^* \quad (12)$$

S druge strane, koristeći formulu (7) za  $PP$  cenovni indeks kao i definiciju (11) imamo da važi:

$$\begin{aligned} PP &= \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1}{\sum_{m=1}^n p_m^0 q_m^1} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i t_i p_i^0 q_i^0}{\sum_{m=1}^n t_m p_m^0 q_m^0} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i t_i w_i^0}{\sum_{m=1}^n t_m w_m^0} \\ &= \left\{ \frac{1}{\sum_{m=1}^n t_m w_m^0} \sum_{i=1}^n (r_i - r^*) \cdot (t_i - t^*) \cdot w_i^0 \right\} + r^* \quad (13) \end{aligned}$$

koristeći jednačinu (12) i  $\sum_{i=1}^n w_i^0 = 1$ , gde je prosečni relativni količinski odnos  $t^*$  definisan kao:

$$t^* = \sum_{i=1}^n t_i w_i^0 = QL \quad (14)$$

Ako sada posmatramo razliku između  $PP$  i  $PL$  i koristeći jednačine (12)-(14) dobijamo jednačinu:

$$PP - PL = \frac{1}{QL} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - r^*) \cdot (t_i - t^*) \cdot w_i^0 \quad (15)$$

Iz date jednačine (15) posmatrajući desnu stranu jednakosti, možemo primetiti da zbir  $\sum_{i=1}^n (r_i - r^*) \cdot (t_i - t^*) \cdot w_i^0$  predstavlja kovarijansu između relativnih cena  $r_i$  i odgovarajućih relativnih količina  $t_i$ . Kada cena nekog proizvoda raste, onda i relativna cena  $r_i$  raste, samim tim potrošači kupuju manje količine robe pa relativna količina  $t_i$  opada, što implicira da je ova kovarijansa negativna. Na taj način dolazimo do važnog zaključka da je  $PP < PL$ .

### 3.2.2 Simetrični ciljni indeksi

Simetrični ciljni indeksi su vrsta indeksa koji su dizajnirani tako da pravilno reflektuju promene cena ili vrednosti dobara i usluga tokom vremena, bez pristrasnosti prema određenim početnim uslovima ili trenutnim vrednostima. Ova vrsta indeksa teži da bude neutralna u pogledu promena u strukturi potrošačke korpe. Kao što je ranije navedeno, cenovni Laspeyres-ov i Paasche-ov indeks imaju neke svoje nedostatke i zbog toga je potrebno odrediti koji fiksni indeks potrošačke korpe tipa  $PL$  ili  $PP$  je bolji ili je potrebno uzeti njihov simetrični prosek. Smatra se da je poželjno da formula cenovnog indeksa zadovoljava test vremenske reverzibilnosti kao jedan od važnih kriterijuma, odnosno da važi:

$$P(p^1, p^0, q^1, q^0) = \frac{1}{P(p^0, p^1, q^0, q^1)} \quad (16)$$

Na ovaj način nije bitno šta je odabrano za bazni period jer poređenje indeksa brojeva između bilo koje dve tačke u vremenu ne bi trebalo da zavisi od izbora perioda koji smatramo baznim periodom. Drugim rečima ako se drugi period odabere kao bazni, tada bi novi cenovni indeks trebao biti jednak recipročnom originalnom indeksu. Kako  $PL$  i  $PP$  cenovni indeksi ne zadovoljavaju svojstvo testa reverzibilnosti, dolazi se do sledećeg najznačajnijeg simetričnog ciljnog indeksa koji se naziva Fischerov indeks u oznaci  $PF$ . Fischerov indeks zadovoljava test reverzibilnosti i smatra se najboljim ravnomerno ponderisanim prosekom  $PP$  i  $PL$  cenovnih indeksa. Izračunava se kao geometrijski prosek Paasche-ovog i Laspeyrese-ovog indeksa po formuli:

$$PF(p^0, p^1, q^0, q^1) = \sqrt{PL \cdot PP} \quad (17)$$

Da bi dobili količinski Fischerov indeks potrebno je da u jednačini (2) umesto cenovnog indeksa  $P$  zamenimo sa  $PF$  i na taj način dobijamo jednačinu oblika:

$$QF(p^0, p^1, q^0, q^1) = \sqrt{QL \cdot QP} \quad (18)$$

Takođe treba naglasiti da ako se uloga cena i količina zameni u formuli (17), tada se dobija Fischerov količinski indeks, pa važi  $QF(p^0, p^1, q^0, q^1) = PF(q^0, q^1, p^0, p^1)$ .

Pored Fischerovog indeksa  $PF$ , postoji jos jedan značajan simetrični indeks koji se naziva Walsch indeks u oznaci  $PW$ . Walsch je smatrao da postoje razlike u promenama cena između baznog i trenutnog perioda i da te promene treba prosečiti kako bi se dobila ukupna promena. Zalagao se da  $i$ -ti ponder količine  $q_i$ , treba da bude prosek osnovnog perioda količine  $q_i^0$  i trenutnog perioda količine  $q_i^1$  u obliku funkcije  $m(q_i^0, q_i^1)$  za  $i = 1, \dots, n$ . Na osnovu ove pretpostavke Lowe indeks se može zapisati u obliku jednačine:

$$PLo(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 m(q_i^0, q_i^1)}{\sum_{j=1}^n p_j^0 m(q_j^0, q_j^1)} \quad (19)$$

Ova funkcija mora da zadovoljava svojstvo simetričnosti  $m(a,b) = m(b,a)$  za sve pozitivne brojeve  $a$  i  $b$ . Ukoliko je funkcija  $m(a,b)$  aritmetička sredina  $1/2a + 1/2b$ , onda jednačina (19) postaje Edgeworth-Marschallow indeks u oznaci  $P\_ME$  oblika:

$$P\_ME(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 \left\{ \left( \frac{q_i^0 + q_i^1}{2} \right) \right\}}{\sum_{j=1}^n p_j^0 \left\{ \left( \frac{q_j^0 + q_j^1}{2} \right) \right\}} \quad (20)$$

dok u slučaju da je data funkcija geometrijska sredina  $(ab)^{1/2}$ , onda jednačina (19) postaje Walsch indeks  $PW$  oblika:

$$PW(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 \sqrt{q_i^0 q_i^1}}{\sum_{j=1}^n p_j^0 \sqrt{q_j^0 q_j^1}} \quad (21)$$

Formulu za  $PW$  indeks iz jednačine (21) možemo izraziti kao funkciju osnovnih periodičnih udela u potrošnji  $w_i^0$ , trenutnih periodičnih udela u potrošnji  $w_i^1$  i odnosa cena  $p_i^1/p_i^0$  na sledeći način:

$$PW(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 \sqrt{q_i^0 q_i^1}}{\sum_{j=1}^n p_j^0 \sqrt{q_j^0 q_j^1}} = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^1 / \sqrt{p_i^0 p_i^1}) \cdot \sqrt{w_i^0 w_i^1}}{\sum_{j=1}^n (p_j^0 / \sqrt{p_j^0 p_j^1}) \cdot \sqrt{w_j^0 w_j^1}} \quad (22)$$

$PF$  i  $PW$  indeksi smatraju se vrlo tačnim i pouzdanim metodama za merenje promena cena, jer bolje odražavaju stvarne promene u potrošnji i cenama u poređenju sa jednostavnijim indeksima kao što su Laspeyresov i Paascheov indeks, uzimajući u obzir substituciju dobara koja se dešava kada se relativne cene menjaju.

### 3.2.3 Godišnje težine i mesečni indeksi cena za Lowe indeks

Pri izračunavanju mesečnih indeksa cena, često se koriste godišnje težine koje su zasnovane na potrošačkim navikama tokom određenog baznog perioda. Mesečni indeksi cena služe za praćenje promena cena u kratkom vremenskom okviru, a izbor odgovarajućeg CPI-a je ključan za preciznost analize. Da bi konstruisali odgovarajući indeks, treba iskoristiti formulu (3) za Lowe indeks, gde se menja vektor količina u odnosu na bazni period, trenutni period i prosek ta dva količinska vektora. Pri samoj analizi, statističari uzimaju količinski vektor  $q$  kao godišnji količinski vektor za baznu godinu, recimo  $b$ , koja je pre baznog perioda za cene, odnosno perioda 0. Na ovaj način Lowe indeks se može napisati kao vektor  $PLo(p^0, p^t, q^b)$  gde je  $p^0$  vektor cena koji se odnosi na bazni period meseca za cene,  $p^t$  je vektor cena koji se odnosi na trenutni period meseca za cene i  $q^b$  je količinski vektor koji se odnosi na baznu godinu  $b$ . Glavni cilj jeste odrediti vektor  $q^b$ . Najpre treba definisati mesečni trošak za baznu godinu  $b$  za robu  $i$  na sledeći način:

$$v_i^{b,m} = p_i^{b,m} q_i^{b,m} \quad (23)$$

Sada za svaku robu  $i$ , godišnji vektor količina,  $q_i^b$ , može se dobiti deflacioniranjem mesečnih vrednosti cena i sumiranjem preko meseci u baznoj godini  $b$  po formuli:

$$q_i^b = \sum_{m=1}^{12} \frac{v_i^{b,m}}{p_i^{b,m}} = \sum_{m=1}^{12} q_i^{b,m} \quad \text{za } i = 1, \dots, n \quad (24)$$

Postoje različite metode i formule za izračunavanje  $PLo$  indeksa koji upotrebljava godišnje količine i mesečne cene, ali se smatra da je aproksimacija  $PLo$  indeksa običnim  $PL$  indeksom od velikog značaja. Da bi objasnili u kakvoj su vezi  $PLo$  i  $PL$ , najpre treba definisati nekoliko pojmova.

Definišimo prvo relativne cene  $r_i$  između meseca 0 i meseca  $t$ , kao i relativne količine  $t_i$  u vezi sa količinom robe  $i$  u baznoj godini  $b$  u odnosu na mesec 0, na sledeći način:

$$r_i = \frac{p_i^t}{p_i^0}; t_i = \frac{q_i^b}{q_i^0}; \quad \text{za } i = 1, \dots, n \quad (25)$$

Ako iskoristimo pojmove od ranije iz formule (12) osim što cena meseca  $t$  zamenjuje cene perioda 1, na taj način dobijamo prosečnu relativnu cenu  $r^* = PL(p^0, p^t, q^0)$ , dok s druge strane prosečni relativni količinski odnos  $t^*$  koji povezuje količine bazne godine  $b$  sa onima iz meseca 0 definisan je kao bazni ponderisani prosečni trošak pojedinačnih relativnih količina  $t_i$  definisanih u formuli (14) gde je sada  $QL = QL(q^0, q^b, p^0)$  Laspeyresov indeks količina koji povezuje količine meseca

0,  $q^0$ , sa onima iz godine b,  $q^b$ , koristeći cene iz meseca 0,  $p^0$ , kao težine. Koristeći ovako definisane pojmove, dobijamo da se Lowe indeks  $PLo$  može zapisati na sledeći način:

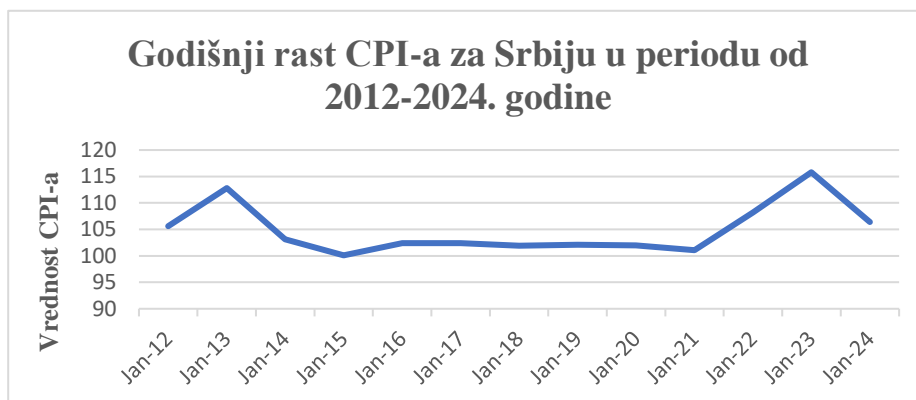
$$\begin{aligned}
 PLo(p^0, p^t, q^b) &= \frac{\sum_{i=1}^n p_i^t q_i^b}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^b} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i p_i^t q_i^0}{\sum_{i=1}^n t_i p_i^0 q_i^0} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i p_i^t q_i^0}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0} \cdot \left( \frac{\sum_{i=1}^n t_i p_i^0 q_i^0}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0} \right)^{-1} = \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{p_i^t}{p_i^0} t_i p_i^0 q_i^0}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0} \cdot \frac{1}{t^*} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i t_i p_i^0 q_i^0}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0} \cdot \frac{1}{t^*} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i t_i w_i^0}{t^*} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - r^*) t_i w_i^0}{t^*} + \frac{r^* \sum_{i=1}^n t_i w_i^0}{t^*} = \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - r^*) (t_i - t^*) w_i^0}{t^*} + r^* \\
 &= PL(p^0, p^t, q^0) + \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - r^*) (t_i - t^*) w_i^0}{QL(q^0, q^b, p^0)} \quad (26)
 \end{aligned}$$

Iz date jednačine (26) sada možemo primetiti da će Lowe indeks cena biti identičan Laspeyresovom indeksu cena ako je kovarijansa ili korelacija između relativnih cena od meseca 0 do meseca  $t$  i relativnih količina od meseca 0 do godine b jednaka nuli. Ako je kovarijansa u formuli (26) negativna tada važi  $PLo < PL$ , a ukoliko je kovarijansa pozitivna onda važi obrnuto  $PLo > PL$ . Dolazi se do zaključka da ako je baza godina  $b$  pre referentnog meseca 0 i postoje dugoročni trendovi u cenama, onda je verovatno da će ova kovarijansa biti pozitivna i da će Lowe indeks biti veći od odgovarajućeg Laspeyres-ovog indeksa. U ranijem delu ovog master rada je pokazano da važi relacija  $PL > PP$ , malo pre smo pokazali da važi  $PLo > PL$ , sve zajedno dolazimo do zaključka da važi relacija  $PLo > PL > PP$ .

### 3.2.4 Analiza kretanja indeksa potrošačkih cena za Srbiju za period od 2012-2024. godine

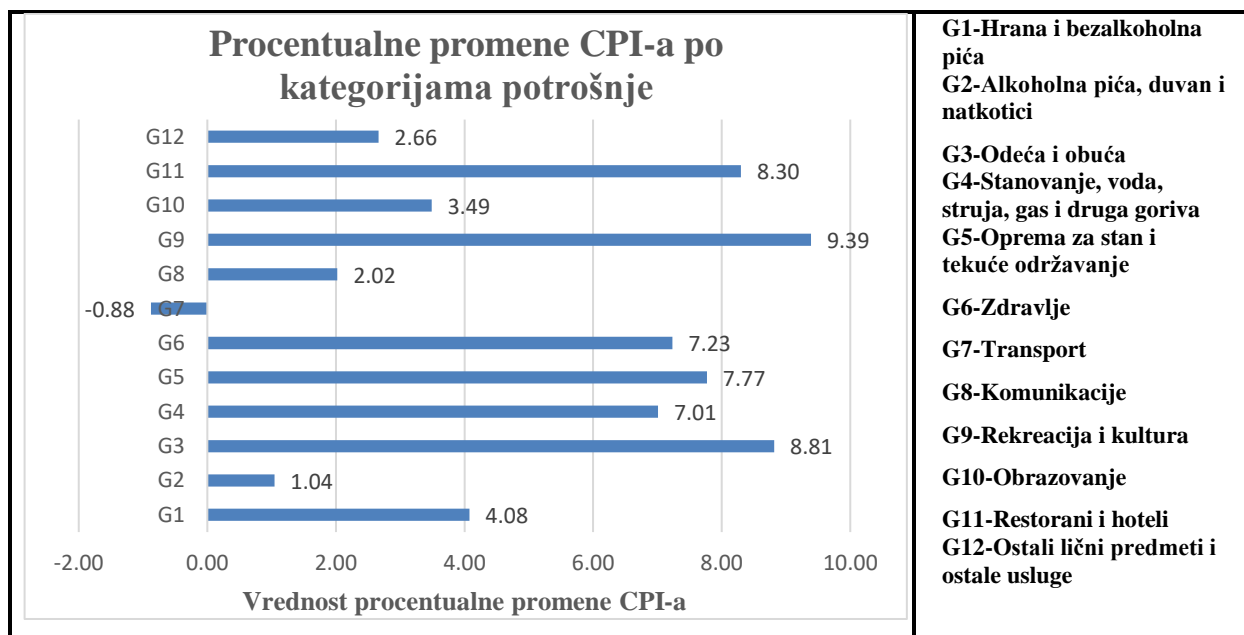
Posmatranjem kretanja potrošačkih cena u Srbiji tokom nekoliko godina omogućava uvid u ključne ekonomske trendove koji su uticali na inflaciju i kupovnu moć. Kako bi se bolje razumela dinamika promena, analiziraju se podaci o godišnjoj stopi CPI-a u periodu od januara 2012. do 2024. godine. Ovaj pregled daje osnovu za analizu kretanja cena i identifikaciju trendova kroz upotrebu linearnog modela.





Grafik 2: Godišnji rast CPI-a za Srbiju u periodu od 2012-2024. godine

Na osnovu rezultata za CPI u Srbiji u periodu od 2012. do 2024. godine, linearni trend pokazuje generalno umeren rast potrošačkih cena tokom godina. Posebno su uočljive značajne oscilacije u 2022. i 2023. godini, kada CPI naglo raste na **108.2**, odnosno **115.8**. Ovaj nagli skok sugerise prisutnost određenih faktora koji su dodatno uticali na inflaciju u tim godinama. Nakon analize linearnog trenda ukupnog CPI-a za Srbiju, sledeći korak je fokus na glavne kategorije koje su najviše doprinele promenama u CPI-u u periodu od 2019. do 2024. godine.



- G1-Hrana i bezalkoholna pića
- G2-Alkoholna pića, duvan i natkotici
- G3-Odeća i obuća
- G4-Stanovanje, voda, struja, gas i druga goriva
- G5-Oprema za stan i tekuće održavanje
- G6-Zdravlje
- G7-Transport
- G8-Komunikacije
- G9-Rekreacija i kultura
- G10-Obrazovanje
- G11-Restorani i hoteli
- G12-Ostali lični predmeti i ostale usluge

Grafik 3: Procentualne promene CPI-a po kategorijama potrošnje za period 2019-2024. godine

Na osnovu procentualnih promena CPI-a po kategorijama od januara 2019. do 2024. godine gotovo sve kategorije osim Transporta su doživele porast CPI-a što je uzrokovano porastom cena u tim kategorija. Značajnije promene su zabeležene u kategorijama Rekreacija i kultura, Odeća i Obuća i Restorani i hoteli. Nasuprot tome, jedino je u kategoriji Transport zabeležen procentualan pad od **-0.88%**. Ako uporedimo ove procentualne promene u CPI-u sa procentualnim promenama u ponderima za date kategorije možemo primetiti da postoje sličnosti i razlike. Povećanje pondera u kategorijama Zdravstvo i Rekreacija i kultura praćeno je povećanjem potrošačkih cena što

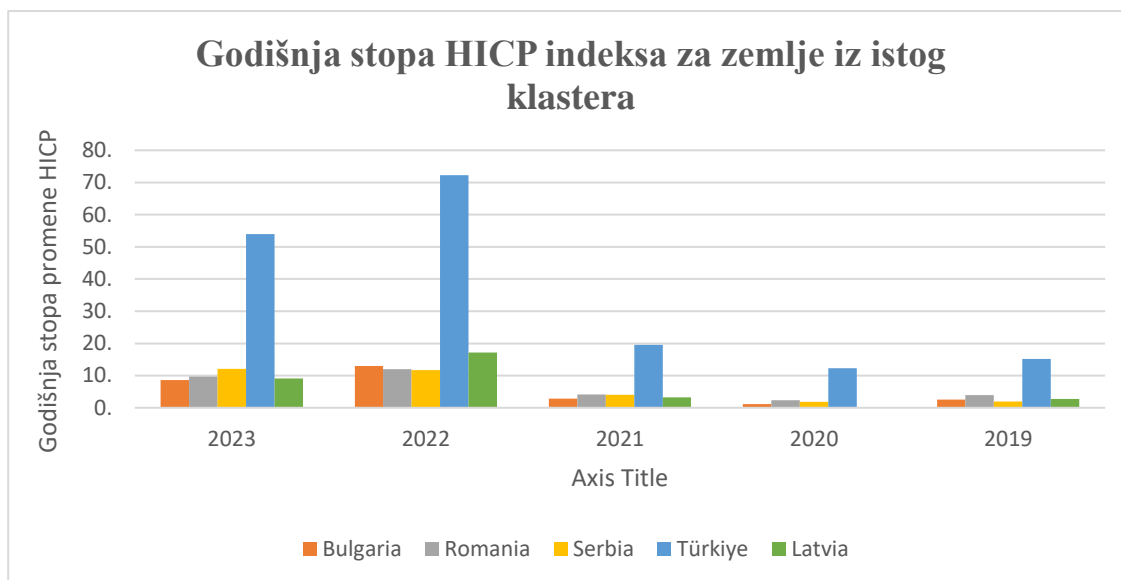
pokazuje jaku korelaciju između veće potrošnje i jakog inflatornog pritiska u tim kategorijama. Nasuprot tome, moguća povećanja potrošačkih cena u kategorijama Odeća i obuća, Restorani i hoteli i Oprema za stan i tekuće održavanje mogu biti uzrok manjim ponderima u tim kategorijama. Jedino je procentualan pad kako u cenama tako i u ponderima zabeležen u kategoriji Transport što ukazuje na to da je smanjenje potražnje za transportnim uslugama dovelo i do smanjenja cena.

### **3.2.5 Harmonizovani indeks potrošačkih cena**

Harmonizovani indeks potrošačkih cena (HICP) je ključni ekonomski indikator koji se koristi za merenje inflacije na način koji omogućava uporedivost između zemalja Evropske unije (EU). HICP meri promenu u nivou cena dobara i usluga koje tokom vremena domaćinstva kupuju i koriste u svrhu potrošnje i kao takav predstavlja evropsku grupu indeksa potrošačkih cena izračunatih prema harmonizovanom pristupu. Evropska centralna banka (ECB) koristi HICP za praćenje stabilnosti cena u evrozoni sa ciljem održavanja inflacije na niskom nivou. S obzirom da se koristi kao glavni pokazatelj inflacije u evrozoni, HICP ima značajnu ulogu u donošenju odluka o kamatnim stopama i drugim merama monetarne politike. Od 2016. godine, RZS obračunava HICP, a za njegov obračun se koriste proizvodi koji su klasifikovani prema Evropskoj klasifikaciji individualne potrošnje prema nameni na petocifrenom nivou (ECOICOP 5 digit). Ova klasifikacija deli potrošačku korpu proizvoda na divizije (2-cifrene), grupe (3-cifrene), klase (4-cifrene) i podklase (5-cifrene). Kategorija divizije predstavlja najširu klasifikaciju potrošnje, obuhvatajući sve ključne oblasti potrošnje domaćinstva. Potom se ova kategorija deli na grupe koje pružaju detaljniji pregled specifičnih oblasti potrošnje unutar svake kategorije. Grupe se mogu podeliti na klase koje omogućavaju još detaljniju kategorizaciju potrošnje na osnovu konkretnih proizvoda ili usluga i po potrebi se klase dele na podklase za još detaljniju analizu. HICP je sličan običnom indeksu potrošačkih cena jer koriste isti metod obračuna pomoću Laspeyres-ovog indeksa. Međutim postoje i razlike u ova dva indeksa. Osnovna razlika jeste u obuhvatu stanovništva jer CPI pokriva finalnu potrošnju rezidentnog stanovništva, kako u zemlji tako i u inostranstvu, dok s druge strane HICP pokriva potrošnju svih osoba unutar zemlje, uključujući rezidente i nerezidente. Pored toga, postoji razlika i u nameni jer se CPI koristi za merenje inflacije u Srbiji, dok se HICP kao što je i ranije navedeno koristi za merenje inflacije u EU. S obzirom da se CPI i HICP razlikuju u obuhvatu stanovništva, samim tim se razlikuju i njihovi ponderi jer CPI koristi metodologiju zasnovanu na potrošnji stanovnika Srbije, dok se za izračunavanje HICP-a uzima u obzir potrošnja svih domaćinstava, uključujući i strane posetioce.

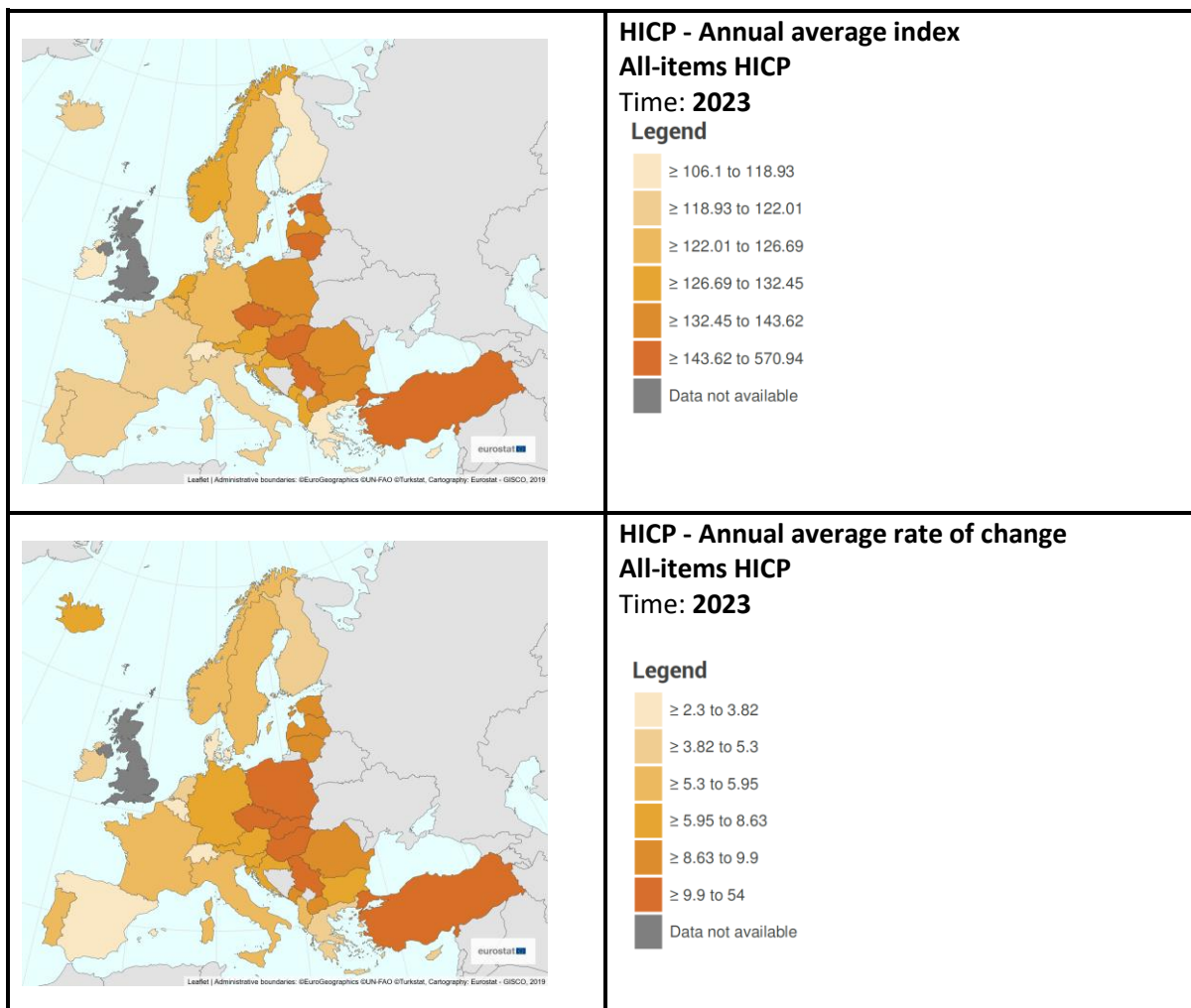
### 3.2.6 Analiza HICP i uporedna analiza sa Srbijom

Upoređivanje HICP-a između Srbije i zemalja iz istog klastera pruža uvid u različite obrasce inflacije i promene cena potrošačkih dobara. Fokus će biti na kategorijama koje su doživele značajne promene, čime se osvetljavaju razlike u potrošačkim navikama i ekonomskim uslovima. Razumevanje ovih razlika može doprineti boljem sagledavanju uticaja inflacije na životni standard i troškove domaćinstava u Srbiji u odnosu na susedne zemlje.



Grafik 4: Godišnja stopa HICP za zemlje iz istog klastera za period 2019-2023. godine

Grafik 4 prikazuje značajne razlike u godišnjoj stopi HICP-a između zemalja iz istog klastera. Možemo primetiti da Turska beleži najviše stope promene HICP sa vrhuncem u 2022. godini što ukazuje na veoma visoku inflaciju. Turska koristi različitu metodologiju za proračun HICP što može biti posledica visokih rezultata u odnosu na druge zemlje. Srbija ima relativno stabilnu stopu rasta sa najvećim porastom u 2023. godini što je u skladu sa promenama u ponderima potrošačke korpe. Zemlje poput Bugarske, Letonije i Rumunije imaju manje oscilacije sa blagim porastom. U nastavku, na Slici 2 smo analizirali kategoriju Hrana i bezalkoholna pića za 2023. godinu jer je ta kategorija imala najveći ponder za zemlje iz klastera 2.



Slika 2: Godišnja stopa rasta i godišnji HICP u evropskim zemljama za 2023. godinu

Vizuelno možemo primetiti da Južna i Istočna Evropa odnosno zemlje iz klastera 1 i 2 pokazuju najveću godišnju stopu rasta. Ove zemlje su zabeležile rast cena hrane i pića preko **9.9%** što ukazuje na ogroman inflatorni pritisak u tim regionima i direktno utiče na kupovnu moć stanovništva. Zemlje Srednje i Zapadne Evrope poput Švajcarske i Španije odlikuju se manjom godišnjom stopom rasta. Ove zemlje pripadaju klasterima koji su, prema matrici rastojanja, znatno udaljeniji od klastera u kojem se nalazi Srbija što sugerise da se potrošačke navike i ekonomski uslovi u tim zemljama značajno razlikuju.

### 3.3 Inflacija – primer Srbije

Inflacija odražava opšti porast cena u ekonomiji koji se prati kroz promene u indeksu potrošačkih cena, koji se zasniva na cenama o potrošačkoj korpi. Sve ove komponente zajedno pružaju uvid u to kako se menja kupovna moć potrošača i troškovi života tokom vremena. Inflacija u Republici Srbiji se meri na osnovu promena u potrošačkim cenama, koristeći Laspeyres-ov metod za izračunavanje ukupnog indeksa. Ovaj indeks obuhvata proizvode i usluge koji su deo lične potrošnje stanovništva. Svake godine se vrši revizija liste proizvoda i usluga kako bi se održala

reprezentativnost u pogledu potrošačkih navika i strukture potrošnje. Potrošačke cene odražavaju prosečnu promenu cena fiksne korpe proizvoda i usluga koje domaćinstva kupuju za zadovoljavanje svojih potreba, dok ponderi koji se koriste u izračunavanju odražavaju strukturu potrošnje stanovništva. Godišnja stopa inflacije u Srbiji se računa na osnovu Laspeyres-ovog indeksa kao procentualna promena indeksa posmatranog u trenutnom periodu  $t$  u odnosu na prethodni period  $t-1$ , po formuli:

$$\pi_t = \frac{PL_t - PL_{t-1}}{PL_{t-1}} \cdot 100\%$$

gde je sa  $\pi_t$  označena stopa inflacije.

Indeks cena koji koristi zvanična statistika nije uvek precizan pokazatelj inflacije iz perspektive monetarne politike, s obzirom na to da često pokazuje sezonske varijacije cena. Stoga, bazna inflacija (core inflation) postaje sve značajniji indikator u upravljanju monetarnom politikom, jer omogućava bolje donošenje odluka. Dok je praćenje ukupne inflacije ključno, posmatranje bazne inflacije je bitno jer odražava dugoročne trendove u inflaciji. Narodna banka Srbije (NBS) je od avgusta 2006. godine počela neformalno da se fokusira na baznu inflaciju koristeći metod isključenja u okviru indeksa cena na malo. Zvanično ciljanje inflacije uvedeno je u saradnji sa Vladom Republike Srbije, pri čemu Vlada utvrđuje rast regulisanih cena u dogovoru sa NBS. Od januara 2009. godine, NBS je prešla na ciljanje ukupnog indeksa potrošačkih cena. Bazna inflacija treba da prati stabilne komponente ukupne inflacije, što je čini korisnim alatom za predviđanje inflacijskih kretanja u kratkom i srednjem roku.

### 3.3.1 Pristupi i metode za izračunavanje bazne inflacije

Bazna inflacija može se izračunati na dva osnovna načina. Prvi pristup uključuje analizu vremenskih serija indeksa cena uzimajući u obzir dodatne makroekonomske pokazatelje kao što su BDP, kamatne stope i prosečne neto plate. Drugi pristup se fokusira na analizu pojedinačnih komponenti koje sačinjavaju ukupan indeks cena. Najpoznatije metode za obračun bazne inflacije su:

- Metod isključivanja
- Metoda ograničavanja uticaja komponenti s najvećim varijabilitetom (TM metod)
- Metoda modifikovanja postojećih pondera

**Metoda isključivanja** podrazumeva isključivanje određenih kategorija cena koje su poznate po svojoj volatilnosti (nestabilnosti), kao što su cene hrane, energije, alkohola, i cigareta. Nakon isključenja ovih komponenti, izračunava se bazna inflacija na osnovu preostalih kategorija. Prednost ove metode je njena jednostavnost, ali nedostatak je što može izostaviti značajne promene koje utiču na celokupnu inflaciju.

**Metoda ograničavanja uticaja komponenti s najvećim varijabilitetom** podrazumeva isključivanje određenog procenta najviših i najnižih promena cena, a zatim se na osnovu preostalih vrednosti računa prosečna stopa inflacije. Prednost TM metode je u tome što eliminiše ekstremne vrednosti, ali može dovesti do gubitka informacija ukoliko se izbace značajni podaci. Kod ove metode postoje simetričan i asimetričan pristup pri izračunavanju bazne inflacije. Formula za izračunavanje bazne inflacije koristeći simetričan pristup je oblika:

$$\pi_{\alpha}^{core} = \frac{1}{1 - 2\left(\frac{\alpha}{100}\right)} \sum_{i \in I_{\alpha}} w_i \pi_{it}$$

gde je:

$\pi_{\alpha}^{core}$  – oznaka za baznu inflaciju

$\pi_{it}$  – indeks cena za  $i$ -tu komponentu

$I_{\alpha}$  – skup komponenata koji treba uprosečiti

Koliki će procenat proizvoda biti isključen iz obračuna određuje se parametrom  $\alpha$ . Za  $\alpha = 0$ , dobija se formula za ponderisan prosek:

$$\pi_{\alpha_1, \alpha_2}^{core} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{100}\right)} \sum_{i \in I_{\alpha_1, \alpha_2}} w_i \pi_{it}$$

Kod izračunavanja asimetričnog TM-a, pretpostavlja se da postoji asimetrija u podacima zbog čega se vrši asimetrično isključivanje komponenata datog proizvoda.

**Metoda modifikovanja postojećih pondera** omogućava fleksibilnost u prilagođavanju pondera različitih komponenti na osnovu njihove volatilnosti. Ovom metodom se kombinuju postojeći ponderi  $w_i$ , sa ponderima koji pokazuju varijabilitet date komponente kroz vreme  $\eta_i$ . U tom slučaju će postojeći ponder biti manji ukoliko je varijabilitet posmatrane komponente veći.

Formula za izračunavanje je oblika:

$$\pi_t = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \eta_i \pi_{it}}{\sum_{i=1}^N w_i \eta_i} \sum_{i \in I_\alpha} w_i \pi_{it}$$

pri čemu je:

$$\eta_i = \frac{\frac{1}{\sigma_i}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i}}$$

gde je  $\sigma_i$  standardna devijacija  $i$  – te komponente. Prednost ove metode je što omogućava preciznije merenje inflacije, ali nedostatak je što može biti podložan subjektivnosti u odabiru pondera, što može uticati na tačnost rezultata. Iako svaka metoda ima svoje prednosti i nedostatke, izbor metode zavisi od specifičnih ciljeva analize i konteksta u kojem se koristi.

## 4. Uticaj ekonomskih pokazatelja na stopu inflacije

Ekonomski pokazatelji igraju ključnu ulogu u razumevanju i predviđanju ekonomske dinamike i kretanja. Oni nam pružaju uvid u značaj ekonomije i omogućavaju nam da razumemo šire implikacije ekonomskih politika. Fokus će biti na analizi ključnih ekonomskih pokazatelja i njihovog uticaja na inflaciju u Srbiji. Nakon toga, sprovedemo detaljnu analizu podataka i uporediti dobijene rezultate sa relevantnom literaturom, čime ćemo osvetliti međusobne odnose između ovih pokazatelja i inflacionih pritisaka. Među značajnijim ekonomskim pokazateljima koji mogu uticati na stopu inflacije u Srbiji su:

1. **Realan BDP (bruto domaći proizvod)** – predstavlja ključni ekonomski pokazatelj koji meri ukupnu vrednost svih finalnih proizvoda i usluga u zemlji tokom određenog vremena. Realni BDP se izračunava po formuli:

$$\text{Realan BDP} = \frac{\text{Nominalni BDP}}{\text{Deflator BDP-a}}$$

gde *Nominalni BDP* predstavlja vrednost proizvoda i usluga po tekućim cenama, a *Deflator BDP-a* je indeks cena koji se koristi za prilagođavanje *Nominalnog BDP-a*.

2. **Stopa nezaposlenosti (unemployment rate)** - meri procenat radno sposobnog stanovništva koje trenutno nema posao i aktivno traži zaposlenje. Ovaj pokazatelj pruža uvid u stanje tržišta rada i ekonomske aktivnosti. Formula za stopu nezaposlenosti je:

$$\text{Stopa\_nezaposlenosti} = \frac{\text{Broj\_nezaposlenih}}{\text{Radno\_sposobno\_stanovništvo}} \times 100\%$$

gde se **Broj\_nezaposlenih** definiše kao ukupan broj osoba koje su aktivno u potrazi za poslom, ali trenutno nisu zaposlene. Ove osobe su sposobne za rad, spremne su da preuzmu posao i aktivno su uključene u traženje zaposlenja, dok se **Radno\_sposobno\_stanovništvo** definiše kao deo populacije koji je u stanju da učestvuje u tržištu rada i može da obavlja poslove ili da aktivno traži zaposlenje. Obično obuhvata osobe u određenom rasponu godina starosti koje nisu previše mlade ili previše stare za rad. Tačan raspon godina koji se koristi za definisanje radno sposobnog stanovništva može se razlikovati od zemlje do zemlje, ali najčešće se koristi raspon od 15 – 64 godine.

3. **Kamatna stopa (interest rate)** – predstavlja cenu novca i obično se odnosi na stopu koju banke naplaćuju za kredite ili koju plaćaju na štedne uloge. Ona utiče na troškove zaduživanja i investicione odluke u ekonomiji.



4. **Prosečna neto zarada** - predstavlja prosečan iznos novca koji radnici primaju nakon odbijanja poreza i doprinosa. Ovaj pokazatelj pruža uvid u nivo primanja stanovništva i može imati značajan uticaj na potrošnju.

#### 4.1 Uticaj makroekonomskih faktora na inflaciju – pregled literature

U ovom delu istraživanja, koriste se dva ključna članka iz literature autora Mitruța & Simionescu (2014) i autora Dolca & Nicolova (2013) koji su veoma značajni i koji najbolje opisuju analizu uticaja ekonomskih indikatora u odnosu na inflaciju. Prvi članak, autora Mitruța & Simionescu (2014) se bavi ekonometrijskom analizom odnosa između nezaposlenosti i indeksa potrošačkih cena u Rumuniji. Glavni cilj ovog istraživanja jeste predložiti proceduru za odabir najprikladnije proxy varijable (varijabla koja se koristi kao zamena za drugu nezavisnu varijablu koja je nepristupačna ili teško merljiva) koja najbolje objašnjava evoluciju CPI-a i generiše najtačnije prognoze. Pri prognoziranju koristi se kombinacija ekonometrijskog pristupa za izbor najboljeg modela i evaluacija prognoza zasnovana na ekonometrijskom modelu koristeći kriterijume tačnosti kao što su *RMSE*, *ME* i *MAE*. Istraživači upoređuju dva modela zasnovana na različitim nezavisnim promenljivama, pri čemu se koriste sezonski prilagođeni mesečni podaci. U prvom modelu ( $M_1$ ) za analizu i predviđanje CPI-a, kao nezavisne promenljive se koriste BIM stopa\_nezaposlenosti i kamatne stope korišćene u monetarnoj politici od strane Nacionalne banke Rumunije, dok se u drugom modelu ( $M_2$ ) koriste diferencirane vremenske serije za nezavisne promenljive broj nezaposlenih osoba prema BIM metodologiji i kamatne stope. Oba ova modela se koriste za mesečne prognoze za 2012. godinu. Pri tumačenju i izboru boljeg od ova dva modela, istraživači od ekonomskih kriterijuma koriste koeficijent determinacije i *AIC* kriterijum, dok za kriterijume tačnosti prognoza koriste različite testove i mere tačnosti. Analiza rezultata do kojih su došli istraživači pokazuje da je model  $M_1$  bolji i precizniji od modela  $M_2$  u objašnjavanju evolucije CPI-a jer ima veći koeficijent determinacije ( $R_{M_1}^2 = 0.7104$  u odnosu na  $R_{M_2}^2 = 0.5330$ ) kao i manju vrednost *AIC* kriterijuma (-7.3 u poređenju sa -6.94 za drugi model). Takođe, svi izračunati pokazatelji i testovi tačnosti ukazuju na to da su prognoze zasnovane na modelu  $M_1$  preciznije u odnosu na model  $M_2$  što se može videti iz naredne *Tabele 5* i *Tabele 6*.

*Tabela 5 : Testovi tačnosti napravljeni za CPI na osnovu predloženih ekonometrijskih modela*

Mere tačnosti	Prognoze zasnovane na modelu $M_1$	Prognoze zasnovane na modelu $M_2$
<i>ME</i>	-0.016	-0.205
<i>MAE</i>	0.016	0.205
<i>RMSE</i>	0.016	0.251

Tabela 6 : Testiranje hipoteza o jednakoj tačnosti u prognozama između modela  $M_1$  i  $M_2$

Anova tabela					
Izvor varijacije	Suma kvadrata	Broj stepeni slobode	Sredina sume kvadrata	Realizovana vrednost	Tablična vrednost
Regresija	0.251	1	0.251	5225.508	$6.26 \cdot 10^{-15}$
Reziduali	0.0004	10	$4.82 \cdot 10^{-5}$		
Total	0.252	11			

Na osnovu rezultata iz Tabele 6, istraživači su utvrdili da se hipoteza o jednakoj tačnosti u prognozama odbacuje, odnosno da postoji statistički značajna razlika u tačnosti predviđanja mesečnog indeksa potrošačkih cena za dva različita modela. Na ovaj način dolazi se do zaključka da su prognoze CPI-a bazirane na stopi\_nezaposlenosti kao najboljoj proxy varijabli tačnije od onih koje su zasnovane na broju nezaposlenih osoba kao nezavisnoj promenljivoj.

U drugom članku, autora Dolca & Nicolova (2013) cilj istraživanja je ekonometrijska analiza odnosa između prosečne neto plate i indeksa potrošačkih cena u Rumuniji u periodu od januara 2000. do septembra 2010. godine. Ovim istraživanjem, istraživači žele da procene koliko i na koji način promene u neto platama utiču na inflaciju. Podaci koji se koriste pri modelovanju su mesečni podaci o prosečnim neto platama i indeksu potrošačkih cena koji su preuzeti sa sajta Nacionalnog instituta za statistiku Rumunije. Od metodologije, istraživači koriste ekonometrijski pristup pri samom pravljenju modela. Centralni deo istraživanja odnosi se na upoređivanje prostog linearnog modela sa modelom koji koristi logaritmovane podatke. Pri samoj analizi oba modela, koriste se različiti statistički testovi kao što su Fisherov test, Studentov test, zatim AIC informacioni kriterijum kao i Durbin-Watson-ov i White test. Analizom dobijenih rezultata dolazi se do zaključka da je intezitet odnosa između zavisne varijable (CPI) i nezavisne varijable (prosečne neto plate) srednje jačine sa  $R^2 = 0.677$  što potvrđuje da postoji značajna veza između ovih varijabli. Takođe primenom Studentovog testa, regresioni koeficijenti su različiti od nule odnosno statistički su značajni. S obzirom da se veza između prosečne neto plate i CPI pokazala kao nelinearna, time se model sa logaritamskom regresionom jednačinom istakao kao bolji i značajniji što je potvrđeno i na osnovu manje vrednosti AIC kriterijuma. Jedan od nedostataka ovog modela ispitan je primenom White testa. Istraživači su dobili da je vrednost  $R^2 = 0.337$  što je različito od nule  $\Rightarrow$  odbacuje se nulta hipoteza  $\Rightarrow$  model je heteroskedastičan. Takođe rezultat  $DW = 0.0519 < d1 = 1.72$  ukazuje na prisustvo pozitivne autokorelacije, dok primenom Jarque Berra testa sledi da je  $JB_{calc} = 23.87 > \chi_{tab(2,\alpha)}^2 = 5.99$  pa se samim tim odbacuje nulta hipoteza o

normalnoj distribuciji grešaka. Svi ovi dobijeni rezultati ukazuju na to da posmatrani model može imati nadalje problema sa prognozom i preciznošću.

## 4.2 Analiza makroekonomskih faktora na inflaciju u Srbiji

Da bi se istražio uticaj makroekonomskih faktora na inflaciju, prvi korak u analizi podataka je ispitivanje stepena povezanosti između nezavisnih promenljivih i inflacije (CPI) korišćenjem korelacione matrice. Za ovu analizu koriste se sledeće nezavisne promenljive kao što su nominalne zarade, referentna kamatna stopa, stopa nezaposlenosti i BDP, dok je CPI zavisna promenljiva. Podaci koji su obrađivani obuhvataju period od 2012 – 2023. godine. Analiza i obrada podataka je radjena paralelno u Excelu i programu SPSS-u.

*Tabela 7: Matrica korelacije*

		CPI ( u %)	Nominalne zarade ( u %)	Referentna kamatna stopa ( u %)	Stopa nezaposlenosti ( u %)	Realni BDP (stopa rasta u %)
Pirsonovi koeficijenti	CPI ( u %)	1.000	0.701	0.477	-0.086	0.001
	Nominalne zarade ( u %)	0.701	1.000	-0.080	-0.562	0.235
	Referentna kamatna stopa (u %)	0.477	-0.080	1.000	0.791	-0.499
	Stopa nezaposlenosti ( u %)	-0.086	-0.562	0.791	1.000	-0.404
	Realni BDP (stopa rasta u %)	0.001	0.235	-0.499	-0.404	1.000

U Tabeli 7 predstavljeni su rezultati korelacione analize u formi korelacione matrice. Iz date korelacione matrice može se primetiti da nezavisna promenljiva nominalne zarade ima najveći koeficijent korelacije koji iznosi **0.70** što je veoma blizu 1 pa samim tim ima jaku pozitivnu korelaciju i najveći uticaj na inflaciju. Takođe možemo videti da referentne kamatne stope imaju umeren uticaj na CPI u iznosu od **0.47**, dok realni BDP gotovo da nema značajnog odnosa na CPI u ovom uzorku. Jedino je stopa nezaposlenosti u slaboj negativnoj korelaciji sa inflacijom i taj koeficijent približno iznosi **-0.09** što znači da sa povećanjem inflacije dolazi do minimalnog smanjenja stope nezaposlenosti.

Takođe se može uočiti da nezavisne promenljive referentna kamatna stopa i stopa nezaposlenosti imaju visok pozitivan koeficijent korelacije koji iznosi **0.79** što implicira da kombinacija ovih nezavisnih promenljivih dovodi do problema sa multikolinearnošću ukoliko se koriste u modelu zajedno.

Sličan problem može nastati i kombinacijom nominalnih zarada sa stopom nezaposlenosti jer je njihov koeficijent umereno negativan i iznosi **-0.56**. Nakon uvida u korelacionu matricu i identifikovanja nominalnih zarada kao faktora koji imaju najveći uticaj na inflaciju, sledeći korak jeste pravljenje modela koristeći regresionu analizu.

Tabela 8: Regresiona analiza za model 1

Suma modela <sup>b</sup>					
Model	<i>R</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>	$\bar{R}^2$	Standardna greška	Durbin-Watson
1	0.701 <sup>a</sup>	0.491	0.440	3.040	0.793
a. Prediktori: Nominalne zarade ( u %)					
b. Zavisna promenljiva: CPI ( u %)					

Tabela 9: ANOVA tabela za model 1

ANOVA <sup>a</sup>						
Model		Suma kvadrata	Broj stepeni slobode	Sredina sume kvadrata	<i>F</i> <sub>reg</sub>	<i>F</i> <sub>tab</sub>
1	Regresija	SSR = 89.245	1	89.245	9.654	0.011 <sup>b</sup>
	Reziduali	SSE = 92.444	10	9.244		
	Total	SST = 181.689	11			
a. Zavisna promenljiva: CPI ( u %)						
b. Prediktori: (Constant), Nominalne zarade ( u %)						

Regresiona analiza za model 1 pokazuje visoku pozitivnu korelaciju ( $R = 0.70$ ) između nominalnih zarada i CPI-a pri čemu model umereno objašnjava  $R^2 = 0.49$  varijacije u CPI-ju pa samim tim postoje drugi makroekonomski faktori koji mogu uticati na preostale varijacije u uzorku. Adjungovani  $\bar{R}^2 = 0.44$  ne odstupa mnogo od  $R^2$  i ima umerenu prediktivnu moć, dok standardna greška iznosi **3.04** i ukazuje na neka značajnija odstupanja u modelu. Vrednost  $DW = 0.793 < d1 = 0.971$  nagoveštava blagu pozitivnu autokorelaciju. Iz ANOVA tabele možemo primetiti da je  $F_{reg} > F_{tab} \Rightarrow$  odbacuje se nulta hipoteza  $\Rightarrow$  model je statistički značajan.

Tabela 10: Regresioni koeficijenti za model 1

Model		Regresioni koeficijenti	Standardna greška	T - test	p - vrednost
1	(Odsečak)	0.194	1.697	0.115	0.911
	Nominalne zarade ( u %)	0.611	0.197	3.107	0.011

Regresioni koeficijent iznosi  $\beta_1 = 0.61$  što znači da za svaki procenat povećanja nominalnih zarada, CPI raste u proseku **0.61%**. Jednačina regresionog modela je oblika:

$$CPI = 0.19 + 0.61 \cdot \text{Nominalne zarade} + \varepsilon$$

Međutim s obzirom na ne tako veliku vrednost koeficijenta determinacije i postojanja problema sa pozitivnom autokorelacijom, u model 1 je potrebno dodati novu nezavisnu promenljivu. U nastavku rada su prikazani rezultati višestruke linearne regresije gde je u model 1 dodata promenljiva referentna kamatna stopa i na taj način dobijamo model 2 koji treba dodatno analizirati.

Tabela 11: Regresiona analiza za model 2

Suma modela <sup>b</sup>					
Model	R	R <sup>2</sup>	$\bar{R}^2$	Standardna greška	Durbin-Watson
2	0.882 <sup>a</sup>	0.777	0.728	2.1214	1.511
a. Prediktori: Nominalne zarade ( u %), Referentna kamatna stopa ( u %)					
b. Zavisna promenljiva: CPI ( u %)					

Tabela 12: ANOVA tabela za model 2

ANOVA <sup>a</sup>						
Model		Suma kvadrata	Broj stepeni slobode	Sredina sume kvadrata	$F_{reg}$	$F_{tab}$
2	Regresija	SSR = 141.187	2	70.593	15.686	0.001 <sup>b</sup>
	Reziduali	SSE = 40.502	9	4.500		
	Total	SST = 181.689	11			
a. Zavisna promenljiva: CPI ( u %)						
b. Prediktori: (Constant), Nominalne zarade ( u %), Referentna kamatna stopa ( u %)						

Dodavanjem referentne kamatne stopa kao druge nezavisne promenljive u model 1, dolazi do povećanja koeficijenta determinacije koji sada iznosi  $R^2 = 0.78$  pa je samim tim model 2 poboljšan u odnosu na prethodni model 1. Standardna greška je manja i sada iznosi **2.12** ali i dalje može ukazivati na prisustvo manjih odstupanja.

Vrednost Durbin – Watson-ove statistike pripada dozvoljenom intervalu  $d1 = 0.81 < DW = 1.51 < d2 = 1.57$ . Ovo ukazuje na odsustvo značajne autokorelacije, što dodatno potvrđuje validnost i pouzdanost ovog modela.

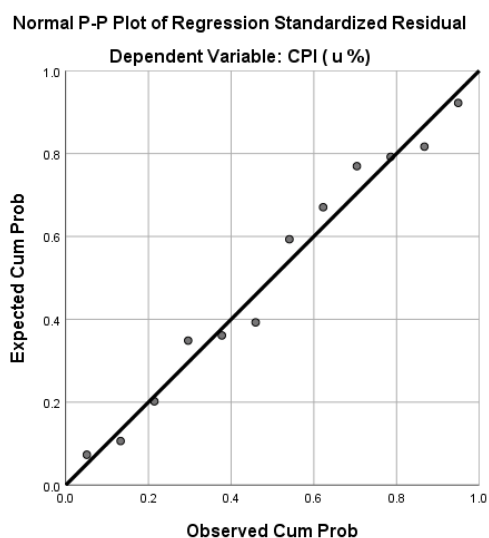
*Tabela 13: Regresioni koeficijenti za model 2*

Model		Regresioni koeficijenti	Standardna greška	T - test	p - vrednost
2	(Odsečak)	-3.386	1.585	-2.136	0.61
	Nominalne zarade ( u %)	0.648	0.138	4.710	0.001
	Referentna kamatna stopa (u %)	0.667	0.196	3.397	0.008

Na osnovu rezultata iz *Tabele 13* obe nezavisne promenljive su statistički značajne, s relativnim niskim p – vrednostima koji redom iznose **0.001** i **0.008** što je manje od praga značajnosti **0.05**. To može ukazivati da je model 2 validan i da može predvideti CPI na osnovu nominalnih zarada i referentnih kamatnih stopa. Za dati model 2 regresiona jednačina je oblika:

$$CPI = -3.386 + 0.648 \cdot \text{Nominalne zarade} + 0.667 \cdot \text{Referentna kamatna stopa} + \varepsilon$$

Iz date jednačine možemo zaključiti da povećanje nominalnih zarada i kamatnih stopa za 1% je povezano sa povećanjem CPI-a redom za približno **0.65%** i **0.67%**. Za model 2 u nastavku je vizuelno prikazan Q-Q plot radi dalje analize.



*Slika 3: Q-Q plot standardizovanih reziduala*

Sa *Slike 3* primetimo da Q-Q plot pokazuje da su standardizovani reziduali većinom raspoređeni blizu regresione prave.

Manja odstupanja na početku i kraju grafikona ukazuju na moguće prisustvo nekih ekstremnih vrednosti što može biti uobičajeno kod malih uzoraka pa ne možemo doneti zaključak o normalnosti reziduala na osnovu vizuelnog prikaza.

Tabela 14: Test normalnosti reziduala (Shapiro – Wilk test)

	Shapiro-Wilk test		
	Statistic	Broj stepeni slobode	p - vrednost
Unstandardized Residual	0.962	12	0.808

Primitimo da je  $p - \text{vrednost} = 0.808 > \alpha$  pa prihvatamo nultu hipotezu što implicira da su reziduali normalno distribuirani. Značaj ovog testa nam potvrđuje da su odstupanja na histogramu i  $Q-Q$  plotu minimalna i da pretpostavka o normalnosti reziduala nije narušena. Proverom Shapiro-Wilk testa utvrdili smo još jednom da je naš model validan za dalje statističke provere i predikcije. Međutim, sa povećanjem broja podataka ili transformacijom podataka u vidu log-transformacije, rezultati bi mogli biti pouzdaniji jer su mali uzorci skloni većim varijacijama i odstupanjima. S obzirom da se model 2 pokazao kao poprilično dobar, u nastavku ćemo ispitati šta se dešava ako u model 2 dodamo još dve nezavisne promenljive stopu nezaposlenosti i realni BDP.

Tabela 15: Regresiona analiza za model 3

Suma modela <sup>b</sup>					
Model	$R$	$R^2$	$\bar{R}^2$	Standardna greška	Durbin-Watson
3	0.941 <sup>a</sup>	0.886	0.821	1.718	2.648
a. Prediktori: Nominalne zarade ( u %), Referentna kamatna stopa ( u %), Stopa nezaposlenosti ( u %), Realni BDP (stopa rasta u %)					
b. Zavisna promenljiva: CPI ( u %)					

Iz date Tabele 15 možemo primetiti da dodavanjem nezavisnih promenljivih stopa nezaposlenosti i realni BDP u model 2 dobijamo veće vrednosti koeficijenta determinacije koji sada iznosi  $R^2 = 0.89$  kao i manju standardnu grešku **1.72** što su dobri pokazatelji. Međutim s druge strane vrednost  $DW$  statistike je izvan okvira prihvatljivosti i iznosi  $DW = 2.648$  što može ukazivati na problem sa autokorelacijom.

Tabela 16: ANOVA tabela za model 3

ANOVA <sup>a</sup>						
Model		Suma kvadrata	Broj stepeni slobode	Sredina sume kvadrata	$F_{reg}$	$F_{tab}$
3	Regresija	SSR = 161.032	4	40.258	13.642	0.002 <sup>b</sup>
	Reziduali	SSE = 20.657	7	2.951		
	Total	SST = 181.689	11			
a. Zavisna promenljiva: CPI ( u %)						
b. Prediktori: Nominalne zarade ( u %), Referentna kamatna stopa ( u %), Stopa nezaposlenosti ( u %) i Realni BDP (stopa rasta u %)						

Tabela 17: Regresioni koeficijenti i VIF vrednosti za model 3

Model		Regresioni koeficijenti	Standardna greška	T - test	p - vrednost	VIF vrednosti
3	(Odsečak)	4.050	3.666	1.105	0.306	
	Nominalne zarade ( u %)	0.198	0.209	0.950	0.374	3.537
	Referentna kamatna stopa (u %)	1.683	0.425	3.959	0.005	7.198
	Stopa nezaposlenosti (u %)	-0.653	0.267	-2.443	0.045	8.911
	Realni BDP (stopa rasta u %)	0.387	0.248	1.562	0.162	1.541

Problem sa mogućom autokorelacijom nije jedini koji se pojavljuje u modelu 3. Iz Tabele 17 uočava se da nezavisne promenljive nominalne zarade i realan BDP nisu statistički značajni jer su njihove p – vrednosti redom **0.374** i **0.162**. S druge strane kamatna stopa i stopa nezaposlenosti su statistički značajni ali njihove *VIF* vrednosti su visoke i iznose redom **7.198** i **8.911** što može ukazivati na problem sa multikolinearnošću što je pokazano i ranije visokom vrednošću koeficijenta korelacije između ovih nezavisnih promenljivih. S obzirom da u modelu 3 nominalne zarade gube na statističkoj značajnosti i da se pored toga javljaju još neki dodatni problemi, dati model 3 nije dalje pogodan za analizu i predviđanje CPI-a. Na osnovu svih prethodnih rezultata možemo zaključiti da se model 2 pokazao najvalidnijim i približno najtačnijim za predviđanje inflatornih kretanja u Srbiji.



## Zaključak

Cilj ovog master rada bio je da istraži ključne ekonomske pojmove kao što su potrošačka korpa, indeks potrošačkih cena i inflacija kako bi se bolje razumela ekonomska dinamika u Srbiji. Istraživanje se fokusiralo na analizu promena u potrošačkoj strukturi i njihovom uticaju na inflaciju, koristeći klaster analizu i k-means algoritam za identifikaciju obrazaca u različitim kategorijama proizvoda i usluga. Primenom k – means algoritma zemlje su podeljene u 6 klastera radi lakše uporedne analize.

U centralnom delu rada, detaljno je opisana konstrukcija potrošačke korpe i njen značaj u određivanju CPI-a. Analizirajući potrošačku korpu kroz promene pondera tokom određenih godina, otkriveno je kako različite kategorije potrošnje utiču na dinamiku inflacije. Najveći doprinos inflaciji u Srbiji u periodu od 2019 do 2024.godine potekao je iz kategorija zdravstva, komunikacija, i rekreacije, dok su kategorije kao što su oprema za stan i obrazovanje beležile pad. U kategorijama zdravstvo i rekreacija i kultura procentualne promene u povećanju pondera praćene su povećanim cenama što je uzrakovalo inflatorne pritiske i dalje usmerilo kupovnu moć potrošača. Nasuprot tome povećanje cena u kategorijama restorani i hoteli kao i odeća i obuća praćene su smanjenjem procentualnih promena u ponderima što je uzrokovalo manju zainteresovanost potrošača za kupovinu i potrošnju u tim kategorijama. Na teritoriji Srbije se jedino kategorija transport izdvojila kako sa smanjenjem pondera tako i sa smanjenjem cena u toj kategoriji. Analizom HICP-a posmatrano je kretanje inflacije između Srbije i drugih evropskih zemalja. Kombinacijom sa klaster analizom utvrđeno je da je kategorija hrana i bezalkoholna pića zabeležila povećanje cena u toj kategoriji posebno u zemljama koje se nalaze u klasterima 1 i 2. To je dovelo do zaključka da u tim zemljama među kojima se nalazi i Srbija postoje sličnosti u potrošačkim navikama koje su usmerene više na potrošnju osnovnih životnih namirnica.

Pored analize CPI-a, istraženi su i ekonomski faktori koji utiču na inflaciju primenom višestruke linearne regresije. Testirana su tri modela, među kojima se model 2 koji uključuje nominalne zarade i referentnu kamatnu stopu pokazao statistički najznačajnijim. To ukazuje da monetarna politika ima ključnu ulogu u upravljanju inflatornim pritiscima u Srbiji. Međutim ograničenja poput malog uzorka predstavljaju izazov za preciznost predikcija. Ovo naglašava potrebu za daljim istraživanjem i prikupljanjem podataka koji mogu biti korisni za kreatore ekonomske politike u Srbiji, kao i za buduće analize inflacije i potrošačkih trendova, omogućujući bolje razumevanje ekonomskih promena i unapređenje strategija koje vode ka održivoj ekonomskoj stabilnosti.

## Literatura

1. International Labour Office (ILO), International Monetary Fund (IMF), Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Statistical Office of the European Communities (Eurostat), United Nations Economic Commission for Europe (UNECE), & The World Bank. (2020). *Consumer Price Index Manual: Concepts and Methods* (pp 263-288). Geneva: International Labour Office.
2. Cogoljević, D., Gavrilović, M., Roganović, M., Matić, I., & Piljan, I. (2018). Analyzing of consumer price index influence on inflation by multiple linear regression. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 505, 941-944.
3. Dolca, I., & Nicolova, M. (2013). Analysis of Relationship between Net Wage and Consumer Price Index. *Procedia Economics and Finance*, 6, 738-747.
4. Z.Lozanov Crvenković, Statistika PMF, 2012
5. Mitruța, C., & Simionescu (Bratu), M. (2014). A procedure for selecting the best proxy variable used in predicting the consumer prices index in Romania. *Procedia Economics and Finance*, 10, 178-184.
6. Ministarstvo trgovine, turizma i telekomunikacija Republike Srbije. (2010). *Izvod iz metodologije izrade potrošačke korpe*. Preuzeto sa [https://arhiva.mtt.gov.rs/download/izvod-iz-metodologije-izrade-potrosacke-korpe/izvod\\_iz\\_metodologije\\_izrade\\_potrosacke\\_korpe\\_2010.pdf](https://arhiva.mtt.gov.rs/download/izvod-iz-metodologije-izrade-potrosacke-korpe/izvod_iz_metodologije_izrade_potrosacke_korpe_2010.pdf)
7. Republički zavod za statistiku Srbije. (2005). *Indeksi cena na malo*. Preuzeto sa <https://publikacije.stat.gov.rs/G2005/Pdf/G20057003.pdf>
8. Eurostat. (2023). *Harmonized Index of Consumer Prices (HICP) methodology*. Preuzeto sa <https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/18594110/KS-GQ-24-003-EN-N.pdf/8490b532-f9e2-5b63-16fa-d88cda14c7b4?version=3.0&t=1709119338351>
9. Republički zavod za statistiku Srbije. (2023). *Statistički godišnjak Republike Srbije 2023*. Preuzeto sa <https://publikacije.stat.gov.rs/G2023/Pdf/G20235699.pdf>
10. Ekonomski fakultet Univerziteta u Novom Sadu. (n.d.). *Cluster analysis*. Preuzeto sa <https://www.ef.uns.ac.rs/predmeti/mas/multivarijaciona-statisticka-analiza/Cluster-Analysis.pdf>
11. Republički zavod za statistiku. (2023). *Statistički podaci o potrošačkoj korpi i indeksu potrošačkih cena*. Beograd: Republički zavod za statistiku.
12. Maravić, M., Kvrgić, M., & Vujadin, J. (2009). *Obračun bazne inflacije: primer Srbije*. *Časopis*, 11(12), 15-25. Preuzeto sa [https://www.ubs-asb.com/Portals/0/Casopis/2009/11\\_12/B11-12-2009-Maravic-Kvrgic-Vujadin.pdf](https://www.ubs-asb.com/Portals/0/Casopis/2009/11_12/B11-12-2009-Maravic-Kvrgic-Vujadin.pdf)

## Biografija



Branislav Damjanović, rođen 02.08.1996. godine u Sremskoj Mitrovici. Završio je osnovnu školu “Jovan Jovanović Zmaj“ u Sremskoj Mitrovici, kao nosilac prestižne Vukove diplome. Po završetku osnovnog obrazovanja, 2011. godine upisuje srednju medicinsku školu “Draginja Nikšić” u Sremskoj Mitrovici, smer farmaceutski tehničar. Osnovne akademske studije primenjene matematike završio je 2019. godine na Prirodno - matematičkom fakultetu u Novom Sadu, smer Matematika finansija. U svrhu daljeg usavršavanja i obrazovanja, 2021. godine upisuje master studije primenjene matematike. Sve ispite predviđene planom i programom master studija je položio do septembra 2023. godine sa prosečnom ocenom 7,93 i time stekao uslov za odbranu master

rada. Karijeru je započeo 2019. godine u Srednjoj medicinskoj školi “Draginja Nikšić” u Sremskoj Mitrovici, a potom nastavio dalji rad u Osnovnoj školi “Dobrosav Radosavljević Narod”.

## Prilog 1: Usporedni pregled strukture potrošačke korpe u Srbiji za januar 2024. godine

	Nova prosečna korpa		Nova minimalna korpa	
	Iznos	%	Iznos	%
Hrana i bezalkoholna pića	41.561,67	40,73%	25.143,76	47,64%
Alkoholna pića i duvan	8.801,91	8,63%	4.067,25	7,71%
Odeća i obuća	3.481,05	3,41%	1.346,66	2,55%
Stanovanje, voda, struja, gas i druga goriva	21.254,59	20,83%	10.593,90	20,07%
Nameštaj, opremanje domaćinstva i održavanje	4.185,77	4,10%	2.169,34	4,11%
Zdravstvo	3.248,06	3,18%	1.773,92	3,36%
Transport	6.701,51	6,57%	2.597,67	4,92%
Komunikacije	2.178,27	2,13%	1.021,56	1,94%
Rekreacija i kultura	5.892,69	5,77%	1.868,92	3,54%
Obrazovanje	523,17	0,51%	136,14	0,26%
Restorani i hoteli	1.224,48	1,20%	406,70	0,77%
Ostala dobra i usluge	2.990,97	2,93%	1.649,59	3,13%
<b>Vrednost korpe - ukupno</b>	<b>102.044,14</b>	<b>100,00%</b>	<b>52.775,41</b>	<b>100,00%</b>

## Prilog 2 : Prosečna potrošačka korpa za januar 2024. godine u Republici Srbiji, za tročlano domaćinstvo

Naziv proizvoda	Jedinica mere	Količine	Cene	Vrednost
<b>Hrana i bezalkoholna pića</b>				<b>41.561,67</b>
<b>Žito i proizvodi od žita</b>	Dinari			<b>5.960,59</b>
Pirinač	Kg	1,00	304,80	304,80
Beli hleb	Kg	24,80	115,21	2.857,18
Ostale vrste hleba	Kg	1,60	285,31	456,50
Burek	Kg	0,50	658,85	329,42
Slano i trajno pecivo	Kg	0,45	1.666,23	749,81
Testenine	Kg	1,00	225,03	225,03
Zamrznuto lisnato testo	Kg	1,50	347,40	521,10
Pšenično brašno	Kg	4,50	74,70	336,17
Kukuruzno brašno	Kg	0,70	257,97	180,58
<b>Povrće i prerađevine od povrća</b>	Dinari			<b>6.261,68</b>
Spanać	Kg	0,80	209,43	167,54
Zelena salata	Kg	1,70	278,11	472,79
Kupus	Kg	4,40	53,21	234,11
Paradajz	Kg	4,30	273,43	1.175,74
Pasulj	Kg	1,50	379,88	569,82
Zamrznuti grašak	Kg	0,80	390,49	312,39
Zamrznuta boranija	Kg	0,80	395,76	316,61
Šargarepa	Kg	1,60	93,53	149,64
Cvekla	Kg	2,00	93,84	187,68
Crni luk	Kg	2,80	97,26	272,33
Pečurke	Kg	0,50	402,50	201,25

Konzervisani krastavac	Kg	2,00	403,41	806,81
Krompir	Kg	13,00	107,31	1.394,97
<b>Voće i prerađevina od voća</b>	Dinari			<b>1.933,58</b>
Limun	Kg	0,50	148,18	74,09
Pomorandze	Kg	1,30	165,40	215,02
Banane	Kg	1,50	190,67	286,01
Jabuke	Kg	8,50	102,38	870,22
Očišćeni orasi	Kg	0,30	1.238,28	371,49
Suve šljive	Kg	0,10	1.167,55	116,76
<b>Sveže i prerađeno meso</b>	Dinari			<b>11.097,71</b>
Juneće meso sa/bez kostiju	Kg	0,70	1.151,28	805,90
Svinjsko meso sa/bez kostiju	Kg	4,00	819,67	3.278,69
Pileće meso	Kg	4,50	319,85	1.439,34
Juneća dzigerica	Kg	0,20	264,27	52,85
Suva svinjska rebra	Kg	0,40	770,75	308,30
Suvi svinjski vrat	Kg	0,30	1.336,56	400,97
Suva svinjska slanina	Kg	0,50	1.202,33	601,16
Čajna kobasica	Kg	1,00	1.659,75	1.659,75
Viršle	Kg	0,45	820,68	369,31
Presovana šunka (praška, stišnjena i sl.)	Kg	0,20	1.116,45	223,29
Mortadela	Kg	1,40	1.091,38	1.527,93
Jetrena pašteta	Kg	0,40	1.075,54	430,22
<b>Sveža i prerađena riba</b>	Dinari			<b>895,12</b>
Morska riba, oslić	Kg	1,10	533,50	586,85
Sardine u ulju	Kg	0,20	1.541,37	308,27
<b>Ulja i masti</b>	Dinari			<b>1.026,96</b>
Margarin	Kg	0,50	401,74	200,87
Jestivo ulje	L	3,00	161,41	484,24
Svinjska mast	Kg	0,70	488,36	341,85
<b>Mleko, mlečni proizvodi i jaja</b>	Dinari			<b>8.024,54</b>
Sveže mleko	L	13,50	146,76	1.981,31
Mleko u tetrapaku, sterilis, pakovano do 60 dana	L	3,00	143,80	431,39
Jogurt	L	6,50	168,10	1.092,66
Beli sir	Kg	3,00	640,28	1.920,85
Kajmak	Kg	0,30	1.495,85	448,76
Tvrdochorni sir, kačkavalj	Kg	0,30	1.484,56	445,37
Pavlaka (kisela i slatka)	L	0,60	435,62	261,37
Jaja	Komad	63	22,90	1.442,84
<b>Ostali prehrambeni proizvodi</b>	Dinari			<b>2.821,72</b>
Šećer	Kg	3,50	115,08	402,78
Med	Kg	0,20	1.140,31	228,06
Keks "Petit Beurre" (Ptiber)	Kg	0,85	374,21	318,08
Čokolada za jelo i kuvanje	Kg	0,10	1.229,63	122,96
Mlečna čokolada	Kg	0,20	1.387,93	277,59
Bombone	Kg	0,20	888,20	177,64
Mlečni kakao krem, eurokrem	Kg	0,30	832,48	249,74
Kečap	Kg	0,25	285,83	71,46
Sirće	L	0,40	121,00	48,40
Majonez	Kg	0,15	605,96	90,89

Kuhinjska so	Kg	0,30	70,70	21,21
Aleva paprika	Kg	0,15	2.793,77	419,07
Dodatak jelu, začin "C"	Kg	0,30	644,25	193,27
Koncentrovana supa	Komad	3	66,86	200,57
<b>Bezalkoholna pića</b>	Dinari			<b>3.539,75</b>
Kafa	Kg	1,00	1.714,08	1.714,08
Čaj	Kutija	1,00	82,27	82,27
Mineralna i izvorska voda	L	7,00	35,95	251,66
Bezalkoholni napitak (koka kola, pepsi kola)	L	7,00	123,86	867,05
Sok od raznog voća (kašast)	L	2,00	170,52	341,04
Prirodni voćni sok (bistar, negaziran)	L	2,00	141,82	283,64
<b>01. Hrana i bezalkoholna pića</b>	Dinari			<b>41.561,67</b>
<b>02. Alkoholna pića i duvan</b>	Dinari			<b>8.801,91</b>
<b>03. Odeća i obuća</b>	Dinari			<b>3.481,05</b>
<b>04. Stanovanje, voda, struja, gas i ostala goriva</b>	Dinari			<b>21.254,59</b>
<b>05. Nameštaj, opremanje domaćinstva i održ.</b>	Dinari			<b>4.185,77</b>
<b>06. Zdravstvo</b>	Dinari			<b>3.248,06</b>
<b>07. Transport</b>	Dinari			<b>6.701,51</b>
<b>08. Komunikacije</b>	Dinari			<b>2.178,27</b>
<b>09. Rekreacija i kultura</b>	Dinari			<b>5.892,69</b>
<b>10. Obrazovanje</b>	Dinari			<b>523,17</b>
<b>11. Restorani i hoteli</b>	Dinari			<b>1.224,48</b>
<b>12. Ostala dobra i usluge</b>	Dinari			<b>2.990,97</b>
<b>VREDNOST KORPE</b>	Dinari			<b>102.044,14</b>

### Prilog 3: Struktura unosa i način popunjavanja dnevnika o potrošnji domaćinstava

Први дан \_\_\_\_\_ Дан у недељи:.....понедељак..... Датум:....01.01.2024.

1	2	3	4	5	6	7	8					
Redni broj	Vrsta proizvoda/usluge	Količina	Jedinica mere	Plaćen o(u dinarima)	Proizvod/usluga je: Kupljen = 1 Iz sopstvene proizvodnje = 2 Iz sopstvenog biznisa = 3 Primljeni poklon = 4 Dati poklon = 5 Prihod = 6	Proizvod je kupljen: U hipermarketu = 1 U diskontu = 2 U minimarketu = 3 U specijaliz. prodavnici = 4 Na pijaci = 5 „otmo“ tržiste = 6 Preko interneta = 7 U inostranstvu = 8	Sifra proizvoda/usluge					
1.	Beli hleb	1	Kg	160	1	2	3	4	5	6	7	8
2.	Jaja	10	Komad	250	1	2	3	4	5	6	7	8
3.	Kisel mleko	0,18	L	45	1	2	3	4	5	6	7	8
4.	Dugotrajno mleko	1	L	160	1	2	3	4	5	6	7	8
5.	Svinjski vrat, sa kostima	0,5	Kg	450	1	2	3	4	5	6	7	8
6.	Pile	1,5	Kg	750	1	2	3	4	5	6	7	8
7.	Svinjska mast	0,2	Kg	120	1	2	3	4	5	6	7	8
8.	Kiseli krastavci	0,68	Kg	330	1	2	3	4	5	6	7	8
9.	Čips	0,04	Kg	65	1	2	3	4	5	6	7	8
10.	Mlečna čokolada	0,3	Kg	385	1	2	3	4	5	6	7	8
11.	Kafa	0,2	Kg	340	1	2	3	4	5	6	7	8
12.	Cigarete	2	Pakla	740	1	2	3	4	5	6	7	8
13.	Dnevne novine	1	Komad	70	1	2	3	4	5	6	7	8
14.	Crno vino	0,75	L	950	1	2	3	4	5	6	7	8
15.	Pivo	1	L	200	1	2	3	4	5	6	7	8
16.	Koka kola u restoranu	1	Dinar	500	1	2	3	4	5	6	7	8
17.	Benzin	1	Dinar	4200	1	2	3	4	5	6	7	8
18.	Brufen	1	dinar	350	1	2	3	4	5	6	7	8
19.	Žensko šišanje	1	Dinar	1500	1	2	3	4	5	6	7	8
20.	Račun za struju	1	Dinar	5200	1	2	3	4	5	6	7	8
21.	Karta za gradski prevoz	1	Dinar	150	1	2	3	4	5	6	7	8
22.	Dečiji farmerke, 10 godina	1	Dinar	2000	1	2	3	4	5	6	7	8
23.	Penzija	1	Dinar	3800	1	2	3	4	5	6	7	8

**UNIVERZITET U NOVOM SADU**  
**PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET**  
**KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA**

Redni broj:

**RBR**

Identifikacioni broj:

**IBR**

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

**TD**

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal

**TZ**

Vrsta rada: Master rad

**VR**

Autor: Branislav Damjanović

**AU**

Mentor: dr Zorana Lužanin

**MN**

Naslov rada: Analiza potrošačke korpe, indeksa potrošačkih cena i inflacije – primer Srbije

**NR**

Jezik publikacije: srpski (latinica)

**JP**

Jezik izvoda: srpski i engleski

**JI**

Zemlja publikovanja: Srbija

**ZP**

Uže geografsko područje: Vojvodina

**UGP**

Godina: 2024.

**GO**

Izdavač: Autorski reprint

**IZ**

Mesto i adresa: Departman za matematiku i informatiku, Prirodno-matematički fakultet,  
Univerzitet u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

**MA**

Fizički opis rada: 4/56/12/17/3/4/3

(broj poglavlja/strana/lit.citata/tabela/slika/grafika/priloga)

**FO**

Naučna oblast: Matematika

**NO**

Naučna disciplina: Primenjena matematika

**ND**

Predmetna odrednica/Ključne reči: Potrošačka korpa, indeks potrošačkih cena (CPI), inflacija, harmonizovani indeks potrošačkih cena (HICP), regresiona analiza, klaster analiza k – means algoritam

**PO**

**UDK:**

Čuva se: Biblioteka Departmana za matematiku i informatiku, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

**ČU**

Važna napomena:

**VN**

Izvod: Tema ovog master rada je analiza potrošačke korpe, indeksa potrošačkih cena (CPI) i inflacije na primeru Srbije primenom regresione i klaster analize. Poseban akcenat je stavljen na promene u težinskim koeficijentima glavnih kategorija potrošnje i njihov uticaj na inflaciju. K-means klaster analiza korišćena je za grupisanje zemalja na osnovu sličnosti u potrošačkim strukturama, dok je regresiona analiza primenjena za ispitivanje uticaja ekonomskih faktora, kao što su nominalne plate i referentne kamatne stope, na inflaciju. Rezultati pokazuju da su najveće promene u težinskim koeficijentima u Srbiji zabeležene u zdravstvenoj kategoriji, dok su nominalne plate i kamatne stope imali najznačajniji uticaj na rast inflacije.

**IZ**

Datum prihvatanja teme od strane NN veka: 28.08.2024. godine

**DP**

Datum odbrane:

**DO**

Članovi komisije:

**KO**

Predsednik: dr Andreja Tepavčević, redovni profesor,  
Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

Mentor: dr Zorana Lužanin, redovni profesor,  
Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

Član: dr Sanja Rapajić, redovni profesor,  
Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu



**UNIVERSITY OF NOVI SAD  
FACULTY OF SCIENCES  
KEY WORDS DOCUMENTATION**

Accession number:

**ANO**

Identification number:

**INO**

Document type: Monograph type

**DT**

Type of record: Printed text

**TR**

Contents Code: Master's thesis

**CC**

Author: Branislav Damjanović

**AU**

Mentor: Zorana Lužanin, Ph.D.

**MN**

Title: Analysis of the consumer basket, consumer price index and inflation – the case of Serbia

**TI**

Language of text: Serbian

**LT**

Language of abstract: Serbian and English

**LA**

Country of publication: Serbia

**CP**

Locality of publication: Vojvodina

**LP**

Publication year: 2024.

**PY**

Publisher: Author's reprint

**PU**

Publ. place: Novi Sad, Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences,  
University of Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4

**PP**

Physical description: 4/56/12/17/3/4/3

(chapters/pages/literature/tables/pictures/graphics/appendices)

**PD**

Scientific field: Mathematics

**SF**

Scientific discipline: Applied Mathematics

**SD**

Subject/Key words: Consumer basket, consumer price index (CPI), inflation, harmonized index of consumer prices, regression analysis, k – means clustering

**SKW**

**UC:**

Holding data: The Library of the Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences, University of Novi Sad

**HD**

Note:

**N**

Abstract: The topic of this master's thesis is the analysis of the consumer basket, the Consumer Price Index (CPI), and inflation in the case of Serbia, using regression and cluster analysis. Special emphasis is placed on the changes in the weighting coefficients of the main consumption categories and their impact on inflation. The K-means cluster analysis was used to group countries based on similarities in consumption structures, while regression analysis was applied to examine the impact of economic factors, such as nominal wages and reference interest rates, on inflation. The results show that the largest changes in weighting coefficients in Serbia were recorded in the health category, while nominal wages and interest rates had the most significant impact on inflation growth.

Accepted by the Scientific Board on: 28.08.2024.

**ASB**

Defended:

**DE**

Thesis defend board:

**DB**

President: Andreja Tepavčević, Ph.D., Full Professor,  
Faculty of Sciences, University of Novi Sad

Mentor: Zorana Lužanin, Ph.D., Full Professor,  
Faculty of Sciences, University of Novi Sad

Member: Sanja Rapajić, Ph.D., Full Professor,  
Faculty of Sciences, University of Novi Sad