|  |
| --- |
| УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ **ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ**  **ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА** |
| ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ |
| 1. **Датум и орган који је именовао Комисију** |
| 06.09.2024. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду |
| 1. **Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:** 2. др Бориша Кузељевић , ванредни професор Природног – математичког факултета у Новом Саду , математичка логика и дискретна математика , 01.09.2023. – председник 3. др Ивана Војновић , ванредни професор Природног – математичког факултета у Новом Саду , анализа и вероватноћа , 01.04.2023. – ментор 4. др Маја Јолић , доцент Природног – математичког факултета у Новом Саду, примењена анализа , 22.5.2024. – члан |
| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ |
| 1. **Име, име једног родитеља, презиме:**   Милан ( Синиша ) Спајић |
| 1. **Датум рођења, општина, република:**   05.05.1995. , Сремска Митровица , Србија |
| 1. **Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:** |
| 2021/2022 , Мастер професор математике |
| НАСЛОВ МАСТЕР РАДА |
| Оператори на Хилбертовим просторима |
| ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА |
| Рад се састоји из 53 странице , 3 поглавља и 11 референци које су наведене у библиографији .  У мастер раду представљени су оператори на Хилбертовим просторима , посебан акценат је операторима и њиховим особинама , као и примена оператора на проблем слабих решења елиптичних једначина .  У уводном делу уводе се неопходне дефиницје за наставак даљег тока рада . Дефинише се полу – унутрашњи и унутрашњи ( скаларни ) производ , пред – Хилбертов и Хилбертов простор , као и особине које важе на Хилбертовим просторима . Ово омогућава да се у наставку анализирају оператори на Хилбертовим просторима . Као и уводном делу , тако и у другом делу , дате су основне дефиниције и особине оператора , а затим се уводе адјуговани , хермитски ( самоадјуговани ) , нормални и унитарни оператори. Поред дефиниције и особина ових оператора , даје се и њихова интерпретација у пољу комплексних бројева . Тако адјугованост представља конјугат комплексног броја , а унитарни оператори представљају комплексне бројеве по модулу 1 . Хермитски и унитарни оператори су уједно и нормални оператори , па следи да су нормални оператори комплексни бројеви .  Уводи се и појам сопствених вредности оператора и доказана је спектрална теорема за самоадјуговане операторе . Такође , уведени су Хилберт – Шмитови оператори , битни за истраживања у квантној физици и у раду се доказују њихове основне особине .  На крају је показана Лакс Милграм теорема и детаљно је представљена њена примена на проблем јединствености и постојања слабих решења елиптичних једначина. |
| ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА |
| Мастер рад „ Оператори на Хилбертовим просторима “ састоји се из 3 поглавља.  Прво поглавље посвећено је Хилбертовим просторима и овај део рада је уводног карактера . Уводи се дефиниција полу – унутрашњег и унутрашњег ( скаларног ) производа , доказује се Коши – Буњаковски – Шварц неједнакост и дају се дефиниције пред – Хилбертовог и Хилбертовог простора са примерима. Даље се изучава појам ортогоналности у Хилбертовим просторима. Доказује се Питагорина теорема и закон паралелограма . Закон паралелограма је значајан јер је потребан услов да Банахов простор буде Хилбертов простор . Доказују се и теореме о најближем елементу и ортогоналној пројекцији елемента . Потом, доказује се Рисова теорема о јединственом представљању (у случају линеарних функционала на Хилбертовим просторима ) . Ортонормирана база на Хилбертовим просторима игра „ улогу “ координата у Еуклидском простору. У последњем делу овог поглавља , уводе се изоморфизам и директне суме Хилбертовог простора . Показује се да су два Хилбертова простора изоморфна ако и само ако имају исту димензију .  У уводном делу другог поглавља дате су дефиниције и основне особине оператора на Хилбертовим просторима . Дефинише се појам сесквилинеарне форм и показују се њене особине, битне за даљу анализу оператора . Прво се банализирају адјуговани оператори . Поред дефиниције и основних особина , показано је да је операција адјугованости за операторе аналогна конјугату за комплексан број . У секцији која се бави адјугованим операторима , уводе се и хермитски ( самоадјуговани) оператори , нормални и унитарни оператори . Хермитски и унитарни оператори су уједно и нормални оператори . Компактни оператори – поред дефиниције , показано је да ако је неки оператор компактан онда је и адјуговани опратор компактан и да су оператори коначног ранга компактни. Уводи се и појам сопствених вредности оператора , доказна је спектрална теорема за самоадјуговане операторе .  У последњем поглављу показана је Лакс Милграм теореме и поступно су уведени сви појмови неопходни за формулацију и доказ теореме. Дефинише се појам слабих решења диференцијалних једначина и дати су примери једначина који дају мотивацију за увођење слабих решења . На крају показана је примена Лакс Милграм теореме на доказ постојања и јединствености слабих решења елиптичних проблема . |
| ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА |
| У овом раду показана су основна својства Хилбертовог простора и оператора на Хилбертовим просторима . У раду су обрађени компактни и Хилберт – Шмитови оператори неопходни за проучавање квантне физике на бесконачно димензионалним просторима . Поред овога , показана је Лакс Милграм теорема и илустрована је њена примена на проблем јединствености и постојања слабих решења елиптичних једначина . |
| КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА |
| Мастер рад је у потпуности написан у складу са образложењем наведеним у пријави  теме. Рад је прегледно написан и садржи све неопходне целине. Сви проблеми су  детаљно анализирани и приказани, а главни резултати су коректно и јасно  формулисани. Докази су прегледно и математички коректно изведени. |
| ПРЕДЛОГ |
| На основу укупне оцене мастер рада и сагласно свим претходно изнетим  чињеницама, комисија предлаже да се мастер рад под називом „Оператори на Хилбертовим просторима“ прихвати, а кандидату  Милану Спајићу одобри одбрана. |
|  |

Нови Сад, 20.9.2024. ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

др Бориша Кузељевић ,

ванредни професор ПМФ – а , председник

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

др Ивана Војновић ,

ванредни професор ПМФ – а , ментор

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

др Маја Јолић ,

доцент ПМФ – а , члан