

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b>
<p>1. Датум и орган који је именовao Комисију 28.08.2024. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</p> <p>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Др Ивица Бошњак, ванредни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 1. 2. 2010. – председник комисије</li><li>• Др Владо Уљаревић, доцент на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 15. 3. 2022. – члан комисије</li><li>• Др Самир Захировић, доцент на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 10. 12. 2021. – ментор</li></ul>
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>
<p>1. Име, име једног родитеља, презиме: Катарина, Константин, Жигеровић</p> <p>2. Датум рођења, општина, република: 22. 02. 1998, Шабац, Србија</p> <p>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење: 2022, мастер математика</p>
<b>III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b>
Ердеш-Ко-Радо теорема и пресецајуће фамилије пермутација
<b>IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА</b>
<p>Мастер рад се састоји од 63 стране и 2 слике, садржи предговор, закључак и главни део рада који је подељен на три главе. У првој, уводној, глави наведени су основни појмови, попут пресецајућих фамилија подскупова, <math>t</math>-пресецајућих фамилија подскупова, каноничких фамилија <math>k</math>-подскупова, и осталих појмова неопходних за формулацију и различите доказе Ердеш-Ко-Радо теореме. Најпре је презентован оригинални доказ Ердеш-Ко-Радо теореме. Затим је презентован и Франклов доказ Ердеш-Ко-Радо теореме, као и доказ који се ослања на Крускал-Катона теорему. Коначно, презентован је и доказ који са унакрсно-пресецајућим фамилијама скупова, који описани у мастер раду.</p> <p>У другој глави је уведен Кнесеров граф, чији су чворови <math>k</math>-подскупови неког коначног скупа, а чија су два чвора суседна ако они чине дисјунктне <math>k</math>-подскупове. Ова тема директно се надовезује на Ердеш-Ко-Радо теорему, јер независни скупови, одн. кокликe, Кнесеровог графа чине пресецајуће фамилије <math>k</math>-подскупова. Овде је показана клика-кликa граница за транзитивне графове, као и многи други</p>

результати који описују горња ограничења на максималну величину клике и клокликe.

Трећа глава се концентрише на резултат Камерона и Куа, и бави се пресецајућим фамилијама пермутација. Наиме, показано је да, ако се посматрају пермутације над скупом кардиналности  $n$ , тада је максимална величина пресецајуће фамилије пермутација над тим скупом  $(n-1)!$ , као и да све фамилије пресецајућих пермутације величине  $(n-1)!$  чине косете стабилизатора једне тачке.

## **V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА**

Рад *Ердеш-Ко-Радо теорема и пресецајуће фамилије пермутација* садржи све битне елементе мастер рада: предговор, текст који је подељен у три главе, закључак и списак коришћене литературе. Рад је написан читко, математички прецизно и пружа увид у неке приступе изучавању екстремалне комбинаторике. Заступљени су и примери који јасно илуструју уведене појмове и тврђења.

У првој глави уведени су појмови пресецајућих фамилија подскупова, као и њихово уопштење –  $t$ -пресецајуће фамилије подскупова. У наставку, пажња је усмерена ка  $t$ -пресецајућим фамилијама  $k$ -подскупова, одн. подскупова кардиналности  $k$ . Такође је уведен и појам каноничке  $t$ -пресецајуће фамилије  $k$ -подскупова као фамилије подскупова који сви задрже неких  $t$  елемената. У другој секцији изложен је оригинални доказ Ердеш-Ко-Радо теореме, односно показано је да је, за довољно велико  $n$ , кардиналност сваке неканоничке фамилије  $t$ -подскупова строго мањи од  $\binom{n-1}{k-1}$ . Такође, лако се уочава да каноничке фамилије  $k$ -подскупова лако достижу ову вредност. Даље, представљен је и Франклов доказ Ердеш-Ко-Радо теореме, а техника из овог доказа примењена је и у доказу Хилтон-Милнер теореме, који је изложен у наставку. Такође је презентован и доказ уз примену Крускал-Катона теореме, као и доказ помоћу унакрсно пресецајућих фамилија подскупова.

У другој глави уведен је Кнесеров граф, чији чворови представљају  $k$ -елементне подскупове  $n$ -елементног скупа, а у коме су два чвора суседна ако су два одговарајућа подскупа дисјунктна. Ова глава бави се ограничењима на кликама и кокликама Кнесеровог графа, али и чворно транзитивних графова. Представљен је доказ клика-коклика границе, одн. Доказана је неједнакост  $\alpha(\Gamma)\omega(\Gamma) \leq |V(\Gamma)|$ ,  $\alpha(\Gamma)$  и  $\omega(\Gamma)$  представљају максималну величину независног скупа и максималну величину клике графа  $\Gamma$ , редом. Ова глава бави се и многим другим ограничењима на максималну величину клике, као и на максималну величину независног скупа.

Трећа глава ослања се на резултате из рада Камерона и Куа, који се бави пресецајућим фамилијама пермутација коначног скупа. Најпре се уводи дефиниција пресецајућих фамилија пермутација, а представљени су и докази Деза-Франкл теореме и Холове теореме. У наставку главе, детаљно је изложен доказ главног резултата Камероновог и Куовог рада, која пружа и горње ограничење на величину пресецајуће фамилије пермутација, али и тачан максималних пресецајућих фамилија које достижу то горње ограничење у језику теорије група.

## **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

У раду су представљене методе екстремалне комбинаторике, као и неки од њених најважнијих резултата. Представљено је више различитих резултата Ердеш-Ко-Радо теореме, чиме је и већи број приступа оваквим проблемима презентован. Један од приступа подразумева и представљање фамилија подскупова помоћу Кнесеровог графа, чиме се бави друга глава овог мастер рада. Трећа глава бави се уопштењем Ердеш-Ко-Радо теореме, где су уместо фамилије скупова посматрају фамилије пермутација, што представља само један од праваца у којима је овај резултат уопштаван.

## VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА

Садржај и структура мастер рада су у потпуности урађени у складу са одобреном темом. Прегледно и детаљно су дати резултати предвиђени у пријави теме, коришћена литература је релевантна и актуелна, а докази су математички коректно изведени.

## VIII ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно речено, Комисија предлаже да се мастер рад **Ердеш-Ко-Радо теорема и пресецајуће фамилије пермутација** прихвати, а кандидату **Катарини Жигеровић** одобри одбрана.

Нови Сад, 12. 9. 2024.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

---

Др Ивица Бошњак,  
ванредни професор ПМФ-а, председник

---

Др Владо Уљаревић,  
доцент ПМФ-а, члан

---

Др Самир Захировић,  
доцент ПМФ-а, ментор