



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
ДЕПАРТМАН ЗА МАТЕМАТИКУ И
ИНФОРМАТИКУ



МАСТЕР РАД

Разумевање мера центрираности скупа података у настави математике у основној школи

Ментор:
Проф. др Зорана Лужанин

Кандидат:
Анита Барна

Нови Сад, 2024. године

САДРЖАЈ

УВОД	4
1. МЕРЕ ЦЕНТРАЛНЕ ТЕНДЕНЦИЈЕ	5
1.1 АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА	5
1.2 МЕДИЈАНА	7
1.3 Мод.....	8
2. ЗАСТУПЉЕНОСТ МЕРА ЦЕНТРИРАНОСТИ ПОДАТАКА У МАТЕМАТИЧКОМ ОБРАЗОВАЊУ	9
2.1 ИСТРАЖИВАЊА О РАЗУМЕВАЊУ АРИТМЕТИЧКЕ СРЕДИНЕ, МЕДИЈАНЕ И МОДА	9
2.2 ЗАКОН О ОСНОВАМА СИСТЕМА ОБРАЗОВАЊА И ВАСПИТАЊА	15
2.3 ОБРАЗОВНИ СТАНДАРДИ ЗА КРАЈ ОБАВЕЗНОГ ОБРАЗОВАЊА	16
2.4 ПЛАН И ПРОГРАМ НАСТАВЕ И УЧЕЊА	17
2.5 УЏБЕНИЧКИ САДРЖАЈ: ZAVOD ZA UDŽBENIKE, KLETT И NOVI LOGOS.....	20
3. ИНТЕГРИСАНИ ПРИСТУП У ПЛАНИРАЊУ И РЕАЛИЗАЦИЈИ САДРЖАЈА	25
4. ПРЕДЛОЖЕНА АКТИВНОСТ: ОБРАДА ПОДАТАКА О ПЕРФОРМАНСАМА НБА ИГРАЧА	27
4.1 ЗАДАТАК 1: ОТКРИВАЊЕ КЉУЧНИХ ОСОБИНА МЕРА ЦЕНТРИРАНОСТИ	28
4.1.1 <i>Тема 1: Украдене лопте (Steals-STL)</i>	29
4.1.2 <i>Тема 2: Поени (Points-PTS)</i>	32
4.1.3 <i>Тема 3: Личне грешке (Personal Fouls-PF)</i>	37
4.2 ЗАДАТАК 2: ЛОКАЛИЗАЦИЈА МЕРЕ ЦЕНТРАЛНЕ ТЕНДЕНЦИЈЕ НА ХИСТОРАМУ.....	40
4.3 ЗАДАТАК 3: АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА-РАВНОТЕЖНА ТАЧКА	41
4.4 ЗАДАТАК 4: ОДРЕЂИВАЊЕ ЗАЈЕДНИЧКЕ АРИТМЕТИЧКЕ СРЕДИНЕ ДВА СКУПА.....	43
4.5 ЗАДАТАК 5: ПРИМЕНА МОДА-ДОДАТНИ ПРИМЕРИ ИЗ РЕАЛНОГ СВЕТА.....	45
4.6 ЗАДАТАК 6: УМЕМ ВИШЕ	45
ПРИЛОЗИ	46
Прилог 1: НАПОМЕНЕ ЗА ИЗВОЂАЧЕ НА ЧАСУ	46
<i>Предзнање ученика из математике</i>	46
<i>Рачунарска писменост ученика</i>	46
Прилог 2: МАТЕРИЈАЛИ ЗА ИЗВОЂЕЊЕ ПРЕДВИЂЕНИХ АКТИВНОСТИ	47
<i>Задатак 1. Откривање кључних особина мера централних тенденција</i>	47
Тема 1: Украдене лопте (Steals-STL)	47
Тема 2: Поени (Points-PTS)	51
Тема 3: Личне грешке (Personal Fouls-PF)	55
<i>Задатак 2. Локализација мере централне тенденције на хистораму</i>	59
<i>Задатак 3. Аритметичка средина-равнотежна тачка</i>	60
<i>Задатак 4. Одређивање заједничке аритметичке средине два скупа</i>	61
<i>Задатак 5. Примена мода-додатни примери из реалног света</i>	62
<i>Задатак 6: Умем више (за заинтересоване ученике)</i>	62
ЗАКЉУЧАК	63
ЛИТЕРАТУРА	64

БИОГРАФИЈА..... 66

УВОД

Глобални проток података и информација постао је део наше свакодневнице. Способност проналажења, анализа и примена података је један од главних изазова 21. века. Бити у кораку са константним развојом информационо-комуникационих технологија значи оријентисати процес наставе и учења према захтевима савременог друштва. Према томе поставља се питање да ли су ученици довољно упознати са процесом и значајом практичне обраде података као и применом информационо-комуникационих технологија у раду са подацима. Штавише, поставља се питање да ли наставни процес доприноси остваривању захтева савременог друштва или знање које ученици стичу током основног образовања и васпитања можемо окарактерисати прилично процедуралним.

Мере центрираности су најзаступљенији сумарни показатељи скупа података и спадају у елементарну статистичку писменост. Баш из тих разлога изузетно је важно да их ученици усвоје на одговарајући начин што подразумева да, поред вештине израчунавања тих мера, усвоје њихове кључне особине како би били у стању да разумеју значење средње вредности, медијане и мода у реалном контексту. Ова тема је била предмет великог броја истраживања. Циљ рада је да представи анализу кључних особина посматраних мера центрираности и да прикаже могући приступ у њиховом усвајању.

У првом делу рада биће представљене три основне мере централне тенденције које се подучавају у основном образовању: средња вредност, медијана и мод. Посебно ће бити истакнуте кључне карактеристике ових три мера центрираности без којих се не може постићи одговарајуће разумевање и примена.

У другом делу рада врши се анализа заступљености мера центрираности података у основном математичком образовању у Србији. Поред тога, даје се кратак осврт на резултате публикованих истраживања везаних за разумевање средње вредности, медијане и мода.

У трећем делу рада се фокусира на важност интегрисаности наставе.

У четвртом, последњем делу рада биће представљене наставне активности које омогућују усвајање мера центрираности заједно са кључним карактеристикама. Такође, предложене активности подразумевају рад са реалним и, за ученике, занимљивим подацима што омогућује подстицање мотивисаности ученика за усвајање нових појмова, али и развој три важне међупредметне компетенције, а то су дигитална компетенција, сарадња и рад са подацима и информацијама.

1. Мере централне тенденције

Мере централне тенденције (скраћено мере центрираности) су сумарне мере, односно збирне статистике, које покушавају да опишу цео скуп података са једном вредношћу која представља средину или центар његове дистрибуције. Називамо их и мерама средњих вредности.

Аритметичка средина, медијана и мод су мере централне тенденције, али под различитим условима, неке мере централне тенденције постају прикладније за употребу од других. У наставку следи кратак приказ истих.

1.1 Аритметичка средина

Аритметичка средина (означена са \bar{x}) нумеричких података (задатих преко бројчаних вредности) изражава се применом алгебарског поступка, конкретно дељењем суме експериментално прикупљених вредности са бројем извршених мерења везаним за одређену друштвену појаву.

Посматрамо низ бројева x_1, x_2, \dots, x_n , при чему је

n - број елемента

Аритметичка средина (негруписаних података)

Аритметичка средина се дефинише на следећи начин:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \text{ где је}$$

x_1, x_2, \dots, x_n - вредности елемената

Аритметичка средина (груписаних података)

Формула за одређивање:

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{n}, \text{ где је}$$

k - укупан број класа (група истих вредности елемената)

x_1, x_2, \dots, x_k - вредности елемената

f_1, f_2, \dots, f_k - апсолутна фреквенција (број учесталости) одговарајућих вредности елемената

Основне карактеристике аритметичке средине

О.1) Налази се између најмање и највеће вредности елемената, тј.:

$$x_{min} \leq \bar{x} \leq x_{max}.$$

О.2) Не мора се поклапати ни са једном вредношћу елемената (може бити децимални број без обзира на остале вредности елемената у серији података).

О.3) Ако су вредности свих елемената једнаке, тада је аритметичка средина такође једнака тој вредности.

О.4) Сваки нумерички низ података има тачно једну аритметичку средину.

О.5) Осетљива на екстремне вредности (при рачунању аритметичке средине узима се у обзир сваки члан низа нумеричких података).

О.6) Збир одступања свих вредности елемената од аритметичке средине је нула.

$$(x_1 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) = 0 \text{ (за негруписане податке)}$$

$$f_1(x_1 - \bar{x}) + \dots + f_k(x_k - \bar{x}) = 0 \text{ (за груписане податке)}$$

О.7) Ако имамо два узорка обима n_1 и n_2 , њиховим спајањем можемо израчунати заједничку аритметичку средину на начин дат формулом:

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}, \text{ где је}$$

\bar{x}_1, \bar{x}_2 - аритметичка средина првог и другог узорка

\bar{x} - аритметичка средина узорка обима $n_1 + n_2$

О.8) Додавањем константе C сваком од елемената x_1, x_2, \dots, x_n , аритметичка средина \bar{x} се мења на тај начин што се на њу додаје вредност те константе, чиме нова аритметичка средина постаје $\bar{x} + C$.

О.9) Множењем сваког од елемената x_1, x_2, \dots, x_n са константом C , аритметичка средина \bar{x} се мења тако што се помножи са том константом, чиме нова аритметичка средина постаје $\bar{x} \cdot C$.

1.2 Медијана

За разлику од аритметичке средине, која представља израчунату, медијана (означена са M_e) представља позициону средњу вредност. Она се одређује у зависности од броја елемената прикупљених података, који су сортирани по величини.

Посматрајмо серију x_1, x_2, \dots, x_n , при чему је $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, где је

n - број елемента

x_1, x_2, \dots, x_n - вредности елемената

Медијана (негруписаних података)

Формула за одређивање медијане:

- Ако је број елемената непаран, медијана заправо представља вредност члана која се налази на средини посматраног скупа.

$$M_e = \frac{x_{n+1}}{2}$$

- Ако је број елемената скупа паран, медијана се добија одређивањем аритметичке средине вредности два средишња члана скупа, тј.:

$$M_e = \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2}$$

Медијана (груписаних података)

Поступак одређивања:

- Одређује се позиција медијане у статистичком низу примењујући иста правила као код низа са негруписаним подацима (у зависности од тога да ли је n паран или непаран број).
- Креира се табела уређених података (у растућем редоследу) тако да јединице узорка (x_k) чине прву, апсолутне фреквенције (f_k) другу колону, где је k укупан број класа.
- У табели се додаје колона са кумулативним фреквенцијама које се добијају тако што се фреквенције поступно сабирају, односно сукцесивно додају збиру претходних фреквенција.
- На основу кумулативних фреквенција се одређује класа која садржи медијану.

Основне карактеристике медијане

Ме.1) Медијана дели посматрани скуп на два једнака дела. Једна половина вредности елемената није већа од ње (\leq), а друга половина није мања (\geq).

Ме.2) Неосетљива је у случају појаве екстремно малих или великих вредности.

1.3 Мод

Мод (означена са M_o) представља вредност која је најчешће забележена у низу прикупљених података (уколико постоји само једна, реч је о унимодалној серији). У случају да постоји у једном истом скупу две посебне вредности са истим бројем мерних учешћа кажемо да тај скуп има два мода (тзв. бимодална серија). Посматрани скуп може имати и више модова (тзв. мултимодална).

Посматрајмо серију x_1, x_2, \dots, x_n , при чему

n - број елемента

x_1, x_2, \dots, x_n - вредности елемената

Поступак одређивања:

- Ако разматрамо низ са малим бројем елемената, најпре се уреди низ, након чега се мод једноставно одређује на основу максималне фреквенције.
- Ако разматрамо низ са великим бројем елемената, најпре се креира табела са две колоне. Прва колона служи за вредности (x), док друга колона представља фреквенцију (f) сваке од тих вредности. Након тога поступак одређивања је идентичан као код низа са малим бројем елемената, односно узима се податак са највећом фреквенцијом.

Основне карактеристике мода

Мо.1) Неосетљива на присуство екстремних вредности.

Мо.2) Није погодан показатељ средње вредности за скуп са малим бројем елемената.

Мо.3) Може се применити при анализи атрибутивних (описних) података.

2. Заступљеност мера центрираности података у математичком образовању

2.1 Истраживања о разумевању аритметичке средине, медијане и мода

Ученици се први пут формално сусрећу са концептом три основне мере централне тенденције у петом (аритметичка средина) и седмом разреду (средња вредност, медијана, мод) основне школе, док се са терминима 'просек' и 'просечан' сусрећу у разним животним ситуацијама. Централно питање многих истраживача јесте колико деца уопште разумеју сам појам аритметичке средине, медијане и мода и колико су спремна да примене научено у реалним контекстима. Начин на који ученици приступају решавању (добро или не) математичких проблема може нам открити кључне информације о постојећим проблемима у настави, које истовремено нуде одговарајуће смернице за иновације приликом планирања васпитно-образовног рада. Стога су нам изузетно важна мала репрезентативна истраживања која нуде разне примере добрих и лоших модела рада ученика у овој области. Сходно томе, у наставку следи општи осврт на истраживање [11] које се темељно бавило анализом ученичких стратегија решавања проблемских задатака.

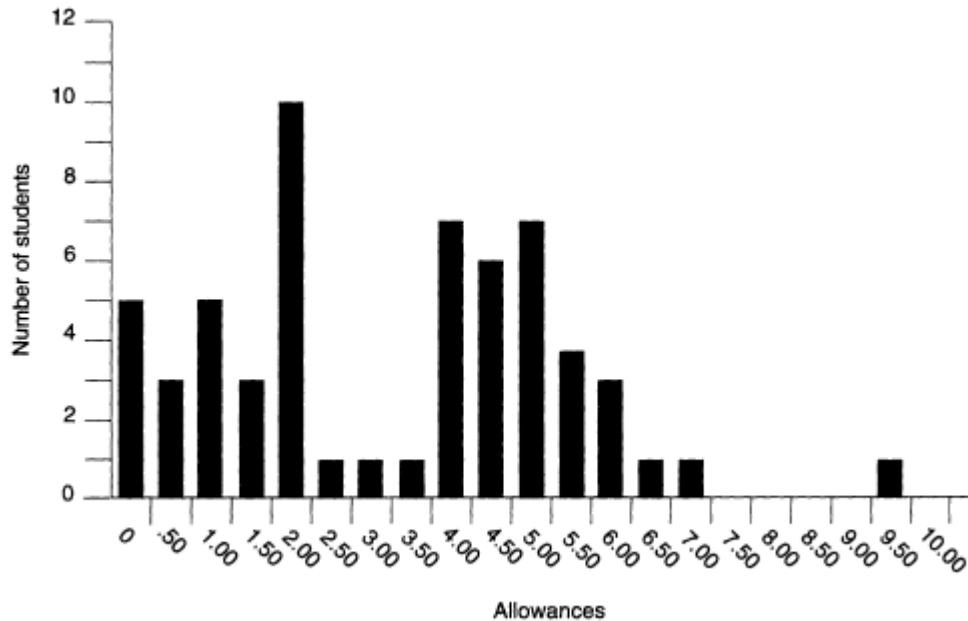
Ученици који су учествовали у истраживању имали су претходна искуства са задацима који су се углавном базирали на одређивању вредности аритметичке средине, медијане и мода, али нису имали посебна искуства са задацима који захтевају примену комплекснијих метода решавања, попут статистичке анализе или алгоритамских приступа. Истраживачи су водили 45-минутне индивидуалне интервјуе са сваким учеником посебно. Предмет њиховог истраживања је првенствено био да виде како деца формирају (према одређеним критеријумима) или описују скуп података. Током анализе идентификовано је неколико сличних приступа покушаја (успешних/неуспешних) решавања проблема, која су била општа важећа међу одређеним групама ученика. Стратегије решавања задатака су суштински одражавале учениково разумевање концепта просека и репрезентативности. Током интервјуа ученицима су били на располагању дијаграми, слике (везано за конкретне проблеме) и дигитрон. Истраживачи су првенствено подстицали ученике да гласно размишљају и аргументују своје одлуке, постављајући им питања и дајући им појединачна упутства. У наставку је дат кратак опис неколико интересантних задатака која су коришћена у поменутом истраживању.

1. Чипс проблем:

Напиши цене на 9 кесица чипса тако да типична или просечна цена чипса буде 1,38 долара. Услов: Цена кесица чипса не сме бити 1,38 долара.

2. Цепарац проблем:

Посматрај податке приказане на дијаграму (Слика 1). Одреди типичан износ новца који ученик добија као цепарац. Наведи највећи износ цепарца.



Слика 1. Износ џепараца/број ученика

3. Лифт проблем:

Могу ли десет особа ући у лифт (носивост до 1500 фунти), од којих је просечна тежина 6 мушкараца 180 фунти, а просечна тежина 4 жене 125 фунти? Затим, одреди просечну тежину тих десет особа.

Током истраживања идентификовано је пет преовлађујућих приступа који су карактеристични за ученике приликом покушаја (успешним и неуспешним) решавања математичких проблема, као што су, на пример, Чипс проблем, Џепарац проблем и Лифт проблем. Ови приступи могу се сврстати у две групе. У првој групи налазе се ученици који не препознају појам репрезентативности (Просек као мод, Просек као алгоритам), док у другој групи постоје ученици који отелотворују идеју репрезентативности (Просек као оно што је разумно, Просек као средња тачка, Просек као математичка тачка равнотеже).

Приступ	Број ученика/разред		
	4. разред	6. разред	8.разред
Просек као мод	3	1	1
Просек као алгоритам	0	2	1
Просек као оно што је разумно	2	2	0
Просек као средња тачка	1	1	4
Просек као математичка тачка равнотеже	0	1	1

Табела 1. Преовлађујући приступи у решавању проблема по разредима

У наставку следи општи приказ кључних карактеристика наведених приступа.

Просек као мод

- Мод је константно коришћена мера централне тенденције;
- Не постоји флексибилност при избору стратегије решавања проблема, често праћеним егоцентричним приступом (одлуке без математичких основа);
- Алгоритам се ретко или неправилно користи при решавању проблема;
- Немогућност решавања задатка (нпр. Чипс проблем), где треба креирати скуп са таквом дистрибуцијом елемената да просечна вредност скупа буде једнака са унапред датом вредношћу. Додатно, постоји и услов да ниједан елемент скупа не сме имати вредност једнаку унапред дефинисаној просечној вредности;
- Мод се идентификује као “најчешћи”, необраћајући пажњу на то да ли је уопште репрезентативан за дати скуп.

Просек као алгоритам

- Једини начин проналажења просека је израчунавање аритметичке средине.
- Стратегија ученика при решавању проблема је једнострана, циклична и често води ка неразумности сопствених резултата.

Просек као оно што је разумно

- Бирани просек је репрезентативан за податке, како са математичког тако и са здраворазумског гледишта;
- Процењивање разумности просека се врши упоређивањем са животним искуствима;
- Уколико се користи алгоритам за проналажење просека, ефикасност рада се испитује на основу разумности;
- Ученици су убеђени у то да просечна вредност скупа није прецизна математичка вредност, већ апроксимација која може имати неколико вредности.

Просек као средња тачка

- Бирани просек је репрезентативан за податке, како са математичког тако и са здраворазумског гледишта;
- Просек се одређује проналажењем “средине” скупа података;
- Ученици показују ефикасност при конструисању симетричне дистрибуције података око просека, али имају значајне потешкоће при раду са несиметричним дистрибуцијама;
- Ученици су уверени у то да су просек и средина скупа суштински еквивалентне, и зато алгоритамски поступак користе само ради провере ефикасности свог рада.

Просек као математичка тачка равнотеже

- Просек се одређује проналажењем тачке равнотеже, која је репрезентативна за податке;
- Вредности свих елемената скупа се узимају у обзир при раду;
- При решавању сложенијих проблема са просецима, проблем се дели на мање делове и тражи се просек новодобијених делова.

Истраживачи су анализом рада ученика дошли до закључка да док ученици посматрају скуп података као низ бројева уместо ентитета, неће бити спремни да формирају скуп према унапред датом критеријуму, нити реално да опишу посматрани скуп.

Ако посматрамо групу ученика чији се начин решавања задатка углавном базирао на одређивању мода, видимо да они буквално значење речи попут “просечан” или “типичан” изједначе са вредношћу која се најчешће појављује у посматраном скупу. На пример, просечан износ џепарца ученика је 2.00 долара, јер је то вредност са највећом учесталošћу на стубичастом дијаграму (Слика 1). Међутим, када овој групи није било дозвољено да користе типичну вредност у дистрибуцији података, наишли су на потешкоће. Пример је изјава ученика шестог разреда у вези са поменутиим проблемом: *“Једино што знам о просеку је када саберемо наше оцене и онда видимо колико оцена смо добили, и тако добијем просек. Не знам како то да урадим са бомбонама M&M”*.

Пример за размишљање је и следеће питање које је поставио испитивач ученику шестог разреда: *Да ли постоји било каква стратегија помоћу које би могао користећи графикон на слици 1 да убедиш своје родитеље да би типичан џепарац могао бити већи од 4.00 долара?* Одговор је следећи: *“Највише би могао да буде 5.00, 5.50 долара. Убедио би их”*.

Дакле, наведени примери треба да буду јасни показатељи тога да током наставе треба више пажње посветити томе како ефикасно одабрана мера централне тенденције репрезентује скуп. Сматрам да то можемо постићи анализом што више практичних животних примера, стављајући акценат на основне карактеристике одређених мера централне тенденције (за разлику од наставе која се углавном почиње и завршава са стандардним начином одређивања аритметичке средине, медијане и мода). Увођењем у наставу проблемских математичких задатака сличних задацима коришћеним у представљеном истраживању (макар и у облику додатне наставе која би била касније представљена на часу и осталим ученицима разреда), би такође пружила такво искуство које је потребно да ученици боље разумеју појам репрезентативности, па и сам просек.

Слична запажања важе и за групу ученика која се претежно ослањала на алгоритамски поступак. Ученица осмог разреда, код Лифт проблема у процесу проналажења просечне тежине, нашла је укупан збир (1580 фунти) и поделила је са бројем

група (2), уместо са бројем особа (10). Резултат (790 фунти) је био шокантан, па је израчунала још два пута. Иако је знала да је то апсурдно, није одбацила добијени резултат.

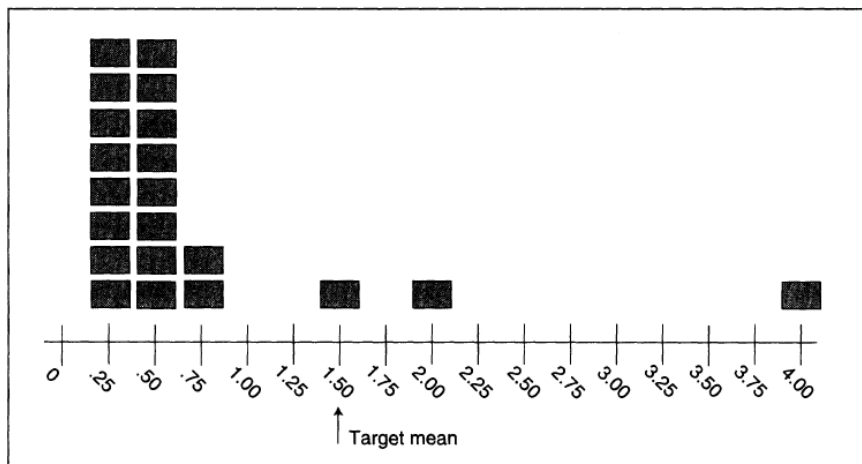
Генерално, анализа начина размишљања ученика и њихових стратегија за решавање задатака довела је истраживаче до закључка да је први корак за ученике да науче појам репрезентативности узорка или скупа, јер је то предуслов за разумевање појма просека.

Ученици са разумним приступом задатке покушавају решити заснивајући свој рад пре свега на примерима свакодневног живота, на пример 'најнижа/највиша цена чипса из стварног света' се користи као показатељ при дефинисању цене чипса у задатку, или 'старост ученика, материјални статус родитеља и слично' се разматра као утицајни фактор код Цепарац проблема. Истраживачи су приметили да су ови ученици свој рад, пре свега, базирали на томе да високе вредности морају бити супротстављене ниским вредностима у односу на просечну вредност за коју су сматрали да је отприлике центрирана у дистрибуцији података. Треба истаћи да су двоје ученика дошли до тачних резултата (Лифт проблем), иако нису били уверени у успешност свог рада. Сматрали су да средња вредност не може бити прецизна математичка вредност, с обзиром да нису све вредности елемената скупа дати. Све у свему, код ове групе ученика примећено је, за разлику од модалних и алгоритамских приступа, да поседују концепт о просеку као репрезентативној мери која није довољно прецизирана и у чији развој треба више улагати у будућности.

Група ученика, која је просек видела као средњу тачку, своје приступе заснивала је на симетричној расподели података око средине. Иако ова група није формално знала да идентификује медијану, имала је јак осећај за средину и неки ученици су своје методе сматрали краћим путем за одређивање просека. Повезивање својих одговора са реалним животним примерима такође је карактерисало рад ових ученика. Померање неких вредности од стране испитивача тако да посматрана расподела постане асиметрична није представљало никакву препреку ученицима када је од њих тражено да наместе вредности скупа тако да просечна вредност остане иста, све док се вредности елемената скупа могу наместити (приступ: колико повећавам десно, толико смањим лево у односу на средину) без преласка испод нуле. Што се тиче забране коришћења просечне вредности у Чипс проблему, три од шест ученика изјавила су да је немогуће решити проблем. Два ученика су померила цену са 1.38 (просечна цена) на 1.37 и сматрали су да је резултат довољно близу. Један ученик је скоро успео, тако што је 1.38 повећао на 1.39, али је направио грешку (померањем у погрешном правцу) када је 1.34 повећао на 1.35. Све у свему, и овде видимо да иако ученици имају релативно добар осећај за средину, постоји недостатак у разумевању самих појмова централне тенденције (и репрезентативности).

Два ученика која су просек посматрали као тачку равнотеже креирали су скуп расподеле вредности елемената око просечне вредности (циљне) тако да збир вредности с једне стране просека буде исти као збир с друге стране, не обраћајући пажњу на раздаљину између просечне вредности и података. У наставку је дат пример рада који се

заснива на претходно описаном приступку решавања проблема (услов задатка: просечна вредност \$1.50).



Слика 2. Рад ученика осмог разреда (просек као математичка тачка равнотеже)

Као што се види на слици, ученица осмог разреда је ставила две 'плочице' на \$0.75 и једну на \$1.50, затим осам 'плочица' на \$0.25 и једну на \$2.00, па осам 'плочица' на \$0.50 и једну на \$4.00 пратећи идеју 'балансирања', тј. да збир података испод средње вредности буде еквивалентан оним изнад средње вредности, не обраћајући пажњу на раздаљину између средње вредности и података. Међутим, стварна средња вредност у овој дистрибуцији је \$0.72, што је далеко од тражених \$1.50. Сличну идеју је пратио и ученик шестог разреда. Ипак, њих двоје су били једини који су успели да реше Чипс проблем користећи претходно описани приступ. На пример, дечак из шестог разреда је израчунао укупну цену 9 врећица чипса (\$12.42), те је конструисао цене које би се сабирале до \$12.42. Девојчица из осмог разреда такође је пронашла укупну цену, а затим је одузимала цене један по један од \$12.42, све док није дошла до нуле.

Узимајући у обзир све начине приступа решавању проблемских задатака које су ученици применили, истраживачи су дошли до закључка да би појам аритметичке средине требало увести тек у средњој школи. Разумевање односа скупа података и средње вредности је кључно. Стога, аутори рада [11] сматрају да рад са децом у основној школи најпре треба фокусирати на развој њихових интуитивних представа о типичности и репрезентативности, радећи са што разноврснијим и реалнијим скуповима података.

Сматрам да добром организацијом наставних активности (базираном између осталог на примедбама и сугестијама из [11]) можемо ученицима пружити добру основу о мерама централне тенденције, које би могли даље усавршавати у средњем образовању.

2.2 Закон о основама система образовања и васпитања

Одредбама Закона о основном образовању и васпитању (55/2013-3, 101/2017-11, 27/2018-3 (др. закон), 10/2019-3, 129/2021-8, 129/2021-9 (др. закон), 92/2023-340)¹ уређују се основе система основног образовања и васпитања. То укључује циљеве, исходе, стандарде, знања, компетенције, врсте програма образовања и васпитања и друга битна питања. Да би се открили кључни фактори који би могли допринети постизању нивоа разумевања основних мера централне тенденције, прво треба испитати где и на који начин је дата тема присутна у нашем основном образовном систему. У наставку следи њихов опис.

На првом месту, истакла бих циљеве основног образовања и васпитања, који укључују, између осталог:

- *развијање кључних компетенција за целоживотно учење и међупредметних компетенција у складу са развојем савремене науке и технологије;*

Кроз исходе, омогућава се остваривање општих међупредметних компетенција. Прегледом предвиђених исхода, долазимо до сазнања да ће након завршетка основног образовања и васпитања ученици, између осталог:

- *бити способни да прикупљају, анализирају и критички процењују информације;*

Оно што је веома кључно у вези испитаног поглавља је, између осталог, развој три важне опште међупредметне компетенције, а то су:

- рад са подацима и информацијама;
- сарадња;
- дигитална компетенција.

Основне смернице су дате. Организованост наставника игра важну улогу у остваривању истих. Садржај уџбеника такође је кључан.

¹ <https://pravno-informacioni-sistem.rs/eli/rep/sgrs/skupstina/zakon/2013/55/1/reg>

2.3 Образовни стандарди за крај обавезног образовања

Стандарди су основни стубови успешности образовног система. Преглед предвиђених образовних стандарда за крај обавезног образовања из предмета Математика (ЗВКОВ, 2010)² за области обраде података је дефинисан у наставку:

Ученик/ученица на основном нивоу уме да:

- **МА.1.5.1.** изражава положај објеката сврставајући их у врсте и колоне; одреди положај тачке у првом квадранту координатног система ако су дате координате и обратно;
- **МА.1.5.2.** прочита и разуме податак са графикона, дијаграма или из табеле, и одреди минимум или максимум зависне величине;
- **МА.1.5.3.** податке из табеле прикаже графиконом и обрнуто;
- **МА.1.5.4.** одреди задати проценат неке величине.

Ученик/ученица на средњем нивоу уме да:

- **МА.2.5.1.** влада описом координатног система (одређује координате тачака, осно или централно симетричних итд);
- **МА.2.5.2.** чита једноставне дијаграме и табеле и на основу њих обради податке по једном критеријуму (нпр. одреди аритметичку средину за дати скуп података; пореди вредности узорка са средњом вредношћу);
- **МА.2.5.3.** обради прикупљене податке и представи их табеларно или графички; представља средњу вредност медијаном;
- **МА.2.5.4.** примени процентни рачун у једноставним реалним ситуацијама (на пример, промена цене неког производа за дати проценат).

Ученик/ученица на напредном нивоу уме да:

- **МА.3.5.1.** одреди положај (координате) тачака које задовољавају сложеније услове;
- **МА.3.5.2.** тумачи дијаграме и табеле;
- **МА.3.5.3.** прикупи и обради податке и сам састави дијаграм или табелу; црта график којим представља међузависност величина;
- **МА.3.5.4.** примени процентни рачун у сложенијим ситуацијама.

² https://ceo.edu.rs/wp-content/uploads/obrazovni_standardi/kraj_obaveznog_obrazovanja/Matematika.pdf

Долазимо до закључка да се придаје важност упоређивању сваке вредности посматраног узорка са средњом вредношћу. Веома је важно да ли и на који начин овај део присутан у уџбеницима, с обзиром на то да може да представља кључни сегмент који помаже у разумевању три основне мере централне тенденције.

2.4 План и програм наставе и учења

Разматрајући планове реализације наставе математике у основном образовању и васпитању, долазимо до увида да се аритметичка средина као појам први пут дефинише у петом разреду основне школе у оквиру области разломака, и то при самом крају школске године. Генерално можемо рећи да највећи број годишњих планова карактерише један час обраде и један час утврђивања за реализацију савладања појма аритметичке средине.

Ученици се неформално сусрећу са аритметичком средином и много раније, на пример приликом рачунања просека оцена, само што у поменутиим случајевима још није дефинисано као математички појам.

Анализирајући правилник (Правилник о плану наставе и учења за пети и шести разред основног образовања и васпитања и програму наставе и учења за пети и шести разред основног образовања и васпитања: 15/2018-77, 18/2018-1, 3/2019-83, 3/2020-3, 6/2020-94, 17/2021-1, 16/2022-1, 13/2023-458, 14/2023-384, 3/2024-1)³ долазимо до увида у то да су за пети разред дефинисани и следећи исходи у оквиру области разломака везано за обраду података, тј. да ће ученик бити у стању да:

- *примени аритметичку средину датих бројева;*
- *сакупи податке и прикаже их табелом и кружним дијаграмом и по потреби користи калкулатор или расположиви софтвер.*

Конкретан приступ учењу и подучавању, који води ка остваривању претходно наведених исхода, је следећи:

- У делу који се односи на примену, између осталог, потребно је ученике оспособити да аритметичку средину повежу са проблемима из свакодневног живота, као што су израчунавање просечне оцене, висине или примена аритметичке средине у спорту.
- Аритметичку средину је пожељно обрадити и вежбати на конкретним примерима, као што су оцене у дневнику, спорт, истраживачки задаци и други слични примери.

³ <https://pravno-informacioni-sistem.rs/eli/rep/pg/ministarstva/pravilnik/2018/15/2/reg>

Прегледом програма предмета за шести разред долазимо до увида да са дефинисаним исходима даје могућност проширења или утемељења знања, вештина и умења из области обраде података.

Дефинисани исходи, односно, по завршетку разреда ученик ће моћи, између осталог, да:

- *прикаже податке и зависност између две величине у координатном систему (стубичасте, тачкасте и линијски дијаграм);*
- *тумачи податке приказане табелом и графички.*

Разматрајући годишње планове реализације наставе математике за седми разред, уочавамо да се појам средња вредност, медијана и мода први пут дефинишу унутар наставне теме обраде података у оквиру пројектног задатка као завршног дела школске године.

Анализирајући правилник (Правилник о програму наставе и учења за седми разред основног образовања и васпитања: 5/2019-61, 1/2020-60, 6/2020-99, 8/2020-597, 5/2021-4, 17/2021-42, 16/2022-2, 13/2023-460, 14/2023-399)⁴, долазимо до увида у то да су за седми разред дефинисани следећи исходи из области обраде података, односно, по завршетку разреда ученик ће бити способан да:

- *одређује средњу вредност, медијану и мод.*

Конкретан приступ учењу и настави, који се предлаже за постизање раније наведених исхода из области обрада података, састоји се од следећег:

Ову тему реализовати као пројектни задатак. Циљ пројектног задатка је да ученици овладају појмовима средња вредност, медијана и мод и истовремено се увере у применљивост обраде података у свакодневной пракси. Препорука је да се пројектни задатак реализује на конкретним примерима и предлог је да у седмом разреду то буде прикупљање, обрада и анализа података добијених анкетом. Теме се могу одабрати из животног окружења и њихов садржај би требало да буде близак узрасту ученика (на пример: коришћење ИКТ од стране ученика, расподела слободног времена ученика, еколошка свест младих ...). Број питања у анкети не мора бити велики, највише 5-6, а истраживање треба реализовати тако да узорак не буде премали, али ни превелик и да се може реализовати у најближем окружењу (школа, породица, комшилук ...).

⁴ <https://pravno-informacioni-sistem.rs/eli/rep/pg/ministarstva/pravilnik/2019/5/4/reg>

Предлог је да се пет расположивих часова реализује по следећем плану:

<i>РЕДНИ БРОЈ ЧАСА</i>	<i>САДРЖАЈ РАДА</i>	<i>АКТИВНОСТИ НАСТАВНИКА И УЧЕНИКА</i>
1.	<i>Избор теме истраживања; Конструкција анкетних питања.</i>	<i>Наставник објашњава пројектни задатак, а ученици предлажу теме за истраживање и 5–6 анкетних питања.</i>
2.	<i>Упутство за анкетирање; Спровођење истраживања анкетирањем.</i>	<i>Сваки ученик добија по 4–5 анкетних листића.</i>
3.	<i>Обнављање и доградња појмова: узорак, нумеричка и процентуална расподела, графички приказ; Увођење нових појмова: средња вредност, медијана и мод.</i>	<i>На једном (нумерички потпуно припремљеном) примеру се илуструју сви наведени – познати и нови појмови.</i>
4.	<i>Подела ученика на групе; Упућивање у начин обраде података добијених анкетирањем; Обрада резултата анкете.</i>	<i>Формирају се нехомогене истраживачке групе. Свака група обрађује једно питање за које је задужена (може се користити и Excel) и припрема презентацију резултата.</i>
5.	<i>Презентација резултата анкете.</i>	<i>Групе приказују резултате свог истраживања (таблични приказ резултата обраде питања из анкете, процентуалну расподелу, графички приказ, израчунавање средње вредности, медијане и мода), тумаче добијене резултате и изводе закључке.</i>

Табела 2. Табеларни приказ предлога за реализацију часова

На крају, прегледом правилника (Правилник о програму наставе и учења за осми разред основног образовања и васпитања: 11/2019-61, 2/2020-6, 6/2020-118, 5/2021-8, 17/2021-58, 16/2022-2, 13/2023-470, 14/2023-407, 4/2024-1)⁵ долазимо до увида да је за осми разред такође предвиђен пројектни задатак који представља добру подлогу за утемељивање знања из области обраде података. Предложени примери: Конструкција теста из математике за завршни испит (израда кључа, прегледање теста и презентација) или припремање образовних аплета из жељених области коришћењем неког од бесплатних динамичких софтвера.

⁵ <https://pravno-informacioni-sistem.rs/eli/rep/pg/ministarstva/pravilnik/2019/11/2/reg>

2.5 Уџбенички садржај: *Zavod za udžbenike, Klett* и *Novi Logos*

У овом делу рада биће представљени резултати анализе уџбеника издавачких кућа: *Zavod za udžbenike, Klett* и *Novi Logos* у оквиру теме обраде података (средња вредност, медијана и мод).

Анализом садржаја уџбеника издавачке куће *Zavod za udžbenike* долазимо до следећих открића:

- Транспарентност садржаја је главна карактеристика уџбеника.

Пример 1

У разреду има 34 ученика. Њихове оцене из математике су следеће: има 4 петице (у процентима 11,76%), 10 четворки (29,42%), 18 тројки (52,94%) и 2 двојке (5,88%). Уређени табеларни приказ расподеле вредности ових података изгледа овако:

Оцена	1	2	3	4	5
Учесталост математика	0	2	18	10	4

Процентуална расподела (заокружено на целе проценте) изгледа овако:

Оцена	1	2	3	4	5
Учесталост математика у %	0	6	53	29	12

Расподела оцена може се и графички приказати, стубичним или кружним дијаграмом. Начин конструисања дијаграма описали смо у шестом разреду.

Слика 3. Табеларни приказ података: Оцене из математике

- Табеларни приказ података, циљно оријентисана структура са кратким и јасним питањима омогућава лакше доношење потребних закључака ученицима, истовремено омогућавајући им увид у то где и како могу да се користе три основне мере централне тенденције у својим свакодневним животима.

⚙ Пример 2

Претпоставимо да је позната и расподела оцена из физике.

оцена	1	2	3	4	5
учесталост	1	2	14	12	5

Можете ли да на основу ових података одговорите на следећа питања:

- А) Која је најчешћа оцена из математике (користе се подаци из Примера 1), а која из физике?
 Б) Из којег предмета су ученици остварили бољи успех?

Слика 4. Оцене из физике; Питања у вези представљених података

- Примери и задаци са реалним контекстом представљају добар начин за утврђивање важности математике у свакодневном животу.
- Било би веома корисно обогатити садржај уџбеника делом о образложењу начина распоређивања података око средње вредности. Детаљан приказ кључних особина три основне мере централне тенденције инспирисаним практичним примерима и задацима, који одговарају изазовима савременог дигиталног доба, такође би значајно допринело постизању нивоа разумевања центрираности података око средње вредности.

Анализом садржаја уџбеника издавачке куће *Klett*, примећујемо следеће:

- Средња вредност (аритметичка средина), медијана и мод се објашњавају кроз различите практичне примере.
- Анализа начина распоређивања података око средње вредности је кључни део садржаја уџбеника.
- Увођење медијане има за циљ да боље карактерише податке кроз пример “Висина играча два кошаркашког тима са еквивалентном аритметичком средином”.



Слика 5. Висина играча два кошаркашког тима

- Одређене карактеристике аритметичке средине могу бити уочене на дијаграму одговарајућих примера у уџбенику. Прецизније: “Аритметичка средина се налази између најмање и највеће вредности елемената”, “Аритметичка средина се не мора поклапати ни са једном вредношћу елемената”. Ипак, описна формулација није наведена.
- Наводи се једна од кључних карактеристика медијане, а то је: “Медијана дели посматрани скуп на два једнака дела. Једна половина вредности елемената није већа од ње (\leq), а друга половина није мања (\geq)”, придружена одговарајућим примером.
- Потпун приказ кључних карактеристика три основне мере централне тенденције, обogaћених примерима и задацима из стварног контекста са фокусом на остваривање изазова 21. века значајно би допринео постизању нивоа усвојеног знања, вештина и навика ученика у процесу наставе и учења.

Анализом садржаја уџбеника издавачке куће *Novi Logos* долазимо до следећих закључака:

- Примена три основне мере централне тенденције у свакодневном животу се приказује кроз разне примере и задатке.
- Образложење начина распоређивања података око средње вредности требало би да чини основни део садржаја.
- Описно су дате следеће карактеристике одговарајућих мера централне тенденције: *“Аритметичка средина се налази између најмање и највеће вредности елемената”*, *“Аритметичка средина се не мора поклапати ни са једном вредношћу елемената”* и *“Медијана дели посматрани скуп на два једнака дела. Једна половина вредности елемената није већа од ње (\leq), а друга половина није мања (\geq)”*, наравно са одговарајућим примером и задатком.
- Приказује се применљивост мода код атрибутивних (ненумеричких) података уз одговарајући практичан пример.
- До откривања особина као што је *“Додавање константе на сваки резултат мерења мења аритметичку средину за вредност те константе”*, *“Множење сваког резултата мерења неком константом мења аритметичку средину на тај начин да се аритметичка средина помножи са том константом и добије нова аритметичка средина”* се долази решавањем предвиђеног задатка.

Задатак 1.2

Нека су вредности обележја елемената узорка 3, 8, 5, 4 и 10.

- Одреди средњу вредност узорка.
- Повећај вредност обележја сваког елемената узорка за 2, а онда одреди средњу вредност узорка. Упореди добијени резултат са резултатом добијеним у делу а).
- Повећај вредност обележја сваког елемената узорка 10 пута, а онда одреди средњу вредност узорка. Упореди добијени резултат са резултатом добијеним у делу а).

Слика 6. Задатак усмерен ка откривању одговарајућих особина средње вредности

- Целокупан приказ кључних особина три основне мере централне тенденције, праћен практичним примерима и задацима који одговарају перспективама и изазовима савременог дигиталног друштва, знатно би допринео унапређењу квалитета организације процеса наставе и учења.

Сумирајући резултате узимајући у обзир све позитивне карактеристике, али и битне садржаје који се не помињу или не добијају довољно посвећености, долазимо до закључка, истовремено и до предлога да комплетан приказ и анализа кључних особина три основне мере централне тенденције треба да чине основу сваког уџбеника предвиђеног за седми разред основне школе. Поред тога, веома је важно да ученици имају могућност да развијају вештине критичког размишљања кроз практична искуства, односно да критички приступају подацима и стичу знања која су применљива у 21. веку.

3. Интегрисани приступ у планирању и реализацији садржаја

Интернет, рачунари и различити софтверски алати чине основу свих научних истраживања. Стога, предмет Информатика и рачунарство треба да представља адекватну основу за додатно усавршавање ученичких знања и вештина у вези са применом три основне мере централне тенденције. У наставку ће бити дат кратак осврт на могућности који би могли допринети бољем разумевању истога.

При разматрању годишњих планова за предмет Информатика и рачунарство, закључујемо да у оквиру часова информатике и рачунарства, са добро организованим наставницима, ученици могу применити и утврдити стечено знање из математике. На пример, ученици петог разреда у изабраном програмском окружењу за визуелно програмирање (Scratch, Stencyl, AppInventor, Alice, ...) имају могућност да користе произвољне практичне примере за одређивање просека коначног скупа нумеричких података. Овакве могућности представљају моћно средство за буђење интереса и успешно остваривање циљева из сваког предмета појединачно.

Истакла бих сличне могућности и у шестом разреду, где у оквиру наставног предмета Информатика и рачунарство, наставник има могућност да планира и остварује корелацију са наставним предметом Математика, везано за појам аритметичка средина, креирајући са ученицима одговарајуће софтверско решење за различите математичке проблеме у изабраном текстуалном програмском језику (нпр. Python).

У седмом разреду, у истом програмском језику и окружењу које је коришћено за учење програмирања током 6. разреда, ученици упознавајући се са библиотеком за 2Д графику такође имају прилику да креирају програме нпр. за сортирање низа и одређивање медијане низа, наглашавајући са стране наставника (или ученика) да аритметичка средина низа није увек најприкладнији представник целог низа. Генерално, пројектни задатак је најприкладније решење за повезивање садржаја различитих наставних предмета, а често и јесте предложен за реализацију при самом крају школске године. С обзиром да појам средња вредност, медијана и мода се ради у седмом разреду у оквиру пројектног задатка на крају школске године из наставног предмета Математика, а слично је предложен пројектни задатак и у оквиру предмета Информатика и рачунарство, па корелација између поменутих предмета се може одлично реализовати.

Приметно је да ученици у оквиру предмета Информатика и рачунарство тек у осмом разреду имају могућност рада са подацима у програму Microsoft Excel. Треба обратити пажњу да би за поменути знањима постојала потреба већ у седмом разреду на часовима из математике приликом реализације пројектног задатка у вези статистичке обраде података, конкретно при практичној примени стечених знања о средњој вредности, медијани и моди. Графичка обрада података помоћу поменутог софтвера такође би била кључна у процесу разумевања три основне мере централне тенденције. Ученици у осмом разреду имају могућности анализе података и у специјализованим програмским језицима и окружењима типа Jupyter/Python, R Studio и Matlab, односно Octave.

Повезаност садржаја наставних предмета као што су на пример Физика, Хемија, Географија, Биологија, Физичко и здравствено васпитање са математичким садржајем (конкретно: средња вредност, медијана и мода) такође представља додатне могућности. Кроз низ ученичких активности (мерење, прављење анкете и слично) и даљом обрадом добијених података, ученици стичу увид у разноврсне практичне примене три основне мере централне тенденције, али и могућност утврђивања знања и вештина повезаних са њима. Поред тога, овај начин рада представља интересантан изазов за ученике, јер се може реализовати не само у оквиру наставе у четири зида, већ и ван школске зграде кроз теренску наставу.

4. Предложена активност: Обрада података о перформансама НБА играча

Разумевање три основне мере централне тенденције значајно у великој мери зависно од испитивања њихових кључних особина. Овде су наведене активности које могу помоћи у унапређењу квалитета наставе и учења користећи информационо-комуникационе технологије за подршку развоју ученичких знања и вештина.

За почетак, ученици се упућују на интернет страницу <https://www.basketball-reference.com/>, где треба да пронађу и обраде конкретне податке о перформансама НБА⁶ играча Николе Јокића.

The screenshot shows the Basketball Reference website interface. At the top, there is a navigation bar with links for Sports Reference, Baseball, Football (college), Basketball (college), Hockey, Calcio, Blog, Stathead, and Questions or Comments. Below this is the Basketball Reference logo and a search bar. The main content area is divided into three columns. The left column features a 'View any Active Player' section with a dropdown menu for team selection and a 'Go!' button. The middle column displays the '2022-23 NBA Standings' table, which is organized into East and West divisions. The right column contains a Stathead advertisement for Stathead Basketball, powered by Basketball Reference, highlighting its features and benefits.

East				West			
Team	W	L	PTS	Team	W	L	PTS
MIL * (1)	E	58	24	DEN * (1)	E	53	29
BOS * (2)	E	57	25	MEM * (2)	E	51	31
PHI * (3)	E	54	28	SAC * (3)	E	48	34
CLE * (4)	E	51	31	PHO * (4)	E	45	37
NYK * (5)	E	47	35	LAC * (5)	E	44	38
BRK * (6)	E	45	37	GSW * (6)	E	44	38
MIA * (7)	E	44	38	LAL * (7)	E	43	39
ATL * (8)	E	41	41	MIN * (8)	E	42	40
TOR * (9)	E	41	41	NOP * (9)	E	42	40
CHI * (10)	E	40	42	OKC * (10)	E	40	42
IND x (11)	E	35	47	DAL x (11)	E	38	44
WAS x (12)	E	35	47	UTA x (12)	E	37	45
ORL x (13)	E	34	48	POR x (13)	E	33	49
CHO x (14)	E	27	55	HOU x (14)	E	22	60
DET x (15)	E	17	65	SAS x (15)	E	22	60

Слика 7. Извор за прикупљање и обраду података

⁶ НБА је скраћеница за Националну кошаркашку асоцијацију (National Basketball Association) - професионалну кошаркашку лигу у Сједињеним Америчким Државама.

4.1 Задатак 1: Откривање кључних особина мера центрираности

У оквиру првог задатка предвиђене су три теме за обраду: "Украдене лопте", "Поени" и "Личне грешке". За пример је узето одељење од 24 ученика. На свакој теми ради по осам ученика, али самостално због каснијег формирања група по три ученика који су радили на различитим темама, с циљем потврђивања и генерализације донетих закључака везаних за кључне карактеристике три основне мере централне тенденције.

При раду са малим подацима, ученици ће решавати задатак без употребе калкулатора, рачунара или мобилног телефона. Прво треба да одреде три основне мере централне тенденције (аритметичка средина, медијана, мод) и да пронађу најмању и највећу вредност посматране серије података. Води се дискусија на нивоу разреда о распоређености података око средњих вредности на основу графичког приказа истих (изводи наставник на табли, ученик преписује у свеску).

Појашњава се поступак одређивања аритметичке средине и медијане при раду са великим груписаним подацима на часу. Циљ јесте да ученици увиде да, колико год да олакшамо извођење поступка, коришћење технологије при раду са подацима је неопходно, јер значајно убрзава рад и чини га ефикаснијим, па зато постоји неизбежна потреба за њом.

Због претходно наглашених чињеница, ученици решавају други део задатка користећи рачунар или мобилни телефон и програм Microsoft Excel. Прво треба да пронађу одређене податке на интернет страници <https://www.basketball-reference.com/>, затим да их преместе у Excel табелу. Након тога, користећи функције *AVERAGE*, *MEDIAN*, *MODE*, *MODE.MULT*, *MIN*, *MAX* треба да одреде три основне мере централне тенденције (аритметичка средина, медијана, мод) и да пронађу најмању и највећу вредност у скупу података. Графички приказ података такође се прави у програму Microsoft Excel. Креирана табела и хистограм ће се штампати на часу, а сваки ученик ће их залепити у своју свеску. У циљу откривања основних карактеристика мера централне тенденције, ученици требају да одговоре на листу питања коју наставник дели на почетку часа. Ова листа питања је посебно припремљена за сваку тему и налази се у прилогу рада. Ученици ће анализирати одговарајући узорак или скуп, експериментишући по потреби са подацима у програму Microsoft Excel, и на основу тога одговарати на постављена питања.

Након успешно завршеног дела задатка, наставник формира групе од по три ученика, који су радили на различитим темама, ради обједињавања добијених резултата и закључака. Сваки ученик има задатак да фотографише производ рада друга два ученика (неопходан је само хистограм и питања/закључци који су повезани са њим), који треба да одштампа на часу и залепи у своју свеску. Ова активност треба да буде посебно истакнута са стране наставника и записана на табли. На овај начин, ученици имају могућност да из

различитих перспектива проучавају и долазе до препознавања и утврђивања неких од кључних особина мера централних тенденција.

За заинтересоване ученике постоји могућност да направе презентацију о донетим закључцима везаним за три основне мере централне тенденције, али и да припремају статистички извештај о перформансама Николе Јокића у софтверу Microsoft PowerPoint као домаћи задатак и да га презентују пред разредом на неком од наредних часова.

У наставку рада следи приказ предвиђеног садржаја.

4.1.1 Тема 1: Украдене лопте (Steals-STL)

Први део: Рад и анализа над малим обимом података

Табеларни приказ података

Украдене лопте (x_n)
3
0
1
0
4

Табела 3. Украдене лопте, сезона 2022/23 (првих пет одиграних утакмица у октобру)

Мере централне тенденције (негруписани подаци)

- **Аритметичка средина**

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{3 + 0 + 1 + 0 + 4}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{8}{5}$$

$$\bar{x} = 1,6$$

- **Медијана** (налази се на трећој позицији у уређеној статистичкој серији)

Место у низу: 1 2 **3** 4 5
Подаци ранжирани у растућем поретку (x_n): 0 0 **1** 3 4

Формула за одређивање медијане у уређеној серији:

$$M_e = x_{\frac{n+1}{2}} = x_{\frac{5+1}{2}} = x_{\frac{6}{2}} = x_3 = 1$$

- **Мод**

Подаци ранжирани у растућем поретку: 0 0 1 3 4

(најчешћа вредност у низу је 0)

$$M_o = 0$$

Тражене додатне вредности

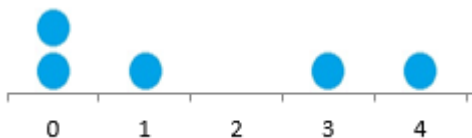
- Најмања вредност

$$x_{min} = 0$$

- Највећа вредност

$$x_{max} = 4$$

Графички приказ података



Слика 8. Украдене лопте, сезона 2022/23 (првих пет одиграних утакмица у октобру)

Други део: Рад и анализа над великим обимом података

Табеларни приказ података

Украдене лопте (x_k)	Број утакмица (f_k)	Кумулативне фреквенције
0	18	18
1	27	45
2	16	61
3	5	66
4	2	68
5	1	69

Табела 4. Украдене лопте, сезона 2022/23

Мере централне тенденције (груписани подаци)

- **Аритметичка средина**

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 0 + 27 \cdot 1 + \dots + 1 \cdot 5}{69}$$

$$\bar{x} = \frac{87}{69}$$

$\bar{x} \approx 1,26$ (заокружено на две децимале)

- **Медијана**

Формула за одређивање медијане у уређеној серији:

$$M_e = x_{\frac{n+1}{2}} = x_{\frac{69+1}{2}} = x_{\frac{70}{2}} = x_{35} = 1$$

Медијана је вредност тридесет петог члана у серији. Ако погледамо последњу колону (“Кумулативне фреквенције”) у табели 4, видимо да се тридесет пети члан налази у другом реду и његова вредност је 1.

- **Мод** (најчешћа вредност у низу је 1)

$$M_o = 1$$

Тражене додатне вредности

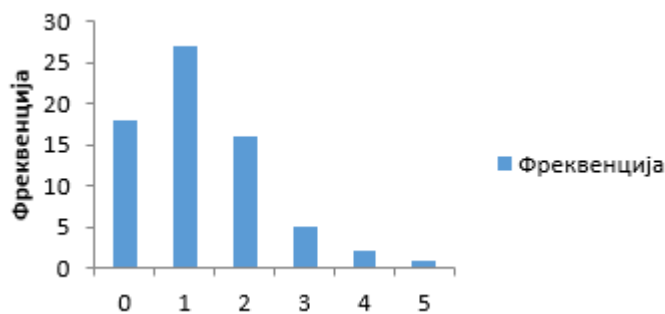
- Најмања вредност

$$x_{min} = 0$$

- Највећа вредност:

$$x_{max} = 5$$

Графички приказ података



Слика 9. Украдене лопте, сезона 2022/23

Након анализе добијених резултата и хистограма који приказује расподелу података која је искривљена удесно, ученици треба да закључе да је аритметичка средина већа од медијане. Ова појава произилази из осетљивости аритметичке средине на екстремне вредности које се појављују на десној страни графикана. Слично томе, ако су подаци искривљени улево, закључак је супротан - аритметичка средина је мања од медијане.

Осетљивост на екстремне вредности ученици утврђују произвољним експериментисањем на подацима. На крају треба да дођу до закључка да у случају велике разлике између медијане и аритметичке средине, понекад медијана добија предност као показатељ централне тенденције, обзиром да није осетљива на екстремне вредности. Међутим, важно је да наставник нагласи на часу да овај закључак није применљив у случајевима када је битно укључити све расположиве податке у анализу. На пример, ако анализирамо просечну потрошњу електричне енергије по домаћинству у малим селима, свако домаћинство може бити од значаја за укупну анализу и у том случају је битно укључити све доступне податке.

4.1.2 Тема 2: Поени (Points-PTS)

Први део: Рад и анализа над малим обимом података

Табеларни приказ података

Поени (x_n)
27
26
19
9
31

Табела 5. Поени, сезона 2022/23 (првих пет одиграних утакмица у октобру)

Мере централне тенденције (негруписани подаци)

- Аритметичка средина

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{27 + 26 + 19 + 9 + 31}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{112}{5}$$

$$\bar{x} = 22,4$$

- **Медијана** (налази се на трећој позицији у уређеној статистичкој серији)

Место у низу:	1	2	3	4	5
Подаци ранжирани у растућем поретку (x_n):	9	19	26	27	31

Формула за одређивање медијане у уређеној серији:

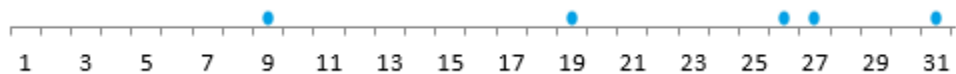
$$M_e = \frac{x_{n+1}}{2} = \frac{x_{5+1}}{2} = \frac{x_6}{2} = x_3 = 26$$

- **Мод:** Није дефинисан
Подаци ранжирани у растућем поретку: 9 19 26 27 31
(нити једна вредност се не понавља два или више пута, односно нема учесталости)

Тражене додатне вредности

- Најмања вредност
 $x_{min} = 9$
- Највећа вредност
 $x_{max} = 31$

Графички приказ података



Слика 10. Поени, сезона 2022/23 (првих пет одиграних утакмица у октобру)

Други део: Рад и анализа над великим обимом података

Табеларни приказ података

Поени (x_k)	Број утакмица (f_k)	Кумулативне фреквенције
6	1	1
8	1	2
9	1	3
12	2	5
13	1	6
14	5	11
15	2	13
17	3	16
18	2	18
19	4	22
20	2	24
21	2	26
22	2	28
23	1	29
24	6	35
25	3	38
26	3	41
27	2	43
28	2	45
29	3	48
30	3	51
31	6	57
32	2	59
33	1	60
35	1	61
36	1	62
37	1	63
39	1	64
40	3	67
41	1	68
43	1	69

Табела 6. Поени, сезона 2022/23

Мере централне тенденције (груписани подаци)

- **Аритметичка средина (груписани подаци)**

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_n \cdot x_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 6 + 1 \cdot 8 + \dots + 1 \cdot 43}{69}$$

$$\bar{x} = \frac{1690}{69}$$

$\bar{x} \approx 24,49$ (заокружено на две децимале)

- **Медијана**

Формула за одређивање медијане у уређеној серији:

$$M_e = x_{\frac{n+1}{2}} = x_{\frac{69+1}{2}} = x_{\frac{70}{2}} = x_{35} = 24$$

Медијана је вредност тридесет петог члана у серији. Ако погледамо последњу колону (“Кумулативне фреквенције”) у табели 6, видимо да се тридесет пети члан налази у петнаестом реду и његова вредност је 24.

- **Мод** (најчешћа вредност у низу је 24 и 31)

$$M_o = 24;$$

$$M_o = 31$$

Тражене додатне вредности

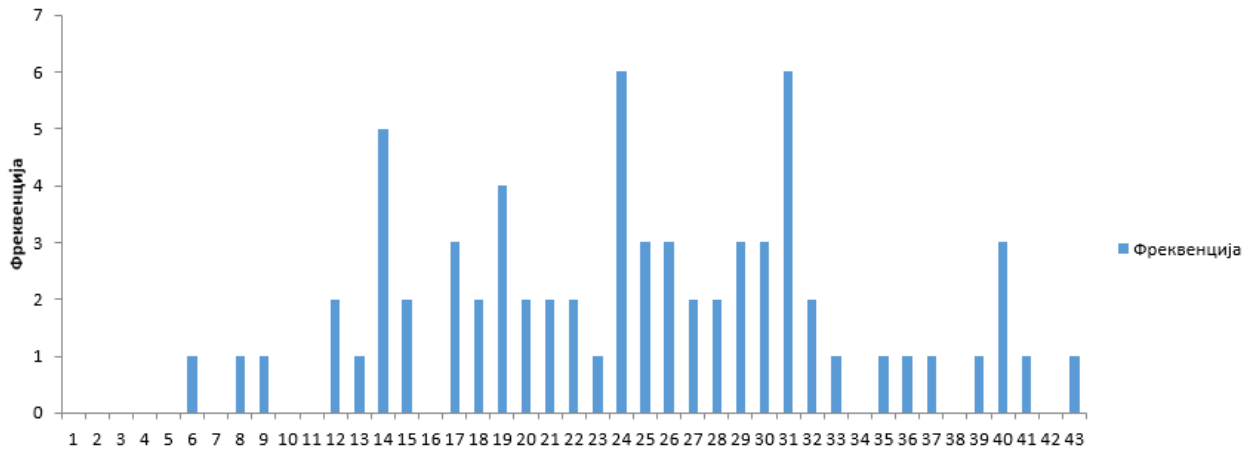
- Најмања вредност

$$x_{min} = 6$$

- Највећа вредност

$$x_{max} = 43$$

Графички приказ података



Слика 11. Поени, сезона 2022/23

Анализом података, ученици могу открити важне информације о проучаваној појави, као што је на пример просечан број поена које је Јокић постигао у сезони 2022/23. Посматрајући добијене резултате и хистограм, ученици би требали закључити да подаци имају два мода, односно да се дистрибуција фреквенција обликује тако да се број резултата нагомилава око две релативно удаљене вредности (24 и 31). Упоредјујући вредности аритметичке средине, медијане и мода (првог и другог), ученици би требали закључити да аритметичка средина и медијана имају приближно исту вредност као први мод. Такође, ученици би требали приметити да медијана, у овом случају, слично представља проучавану појаву као и аритметичка средина (с обзиром да имају приближно исте вредности), али и да то не мора увек бити случај.

4.1.3 Тема 3: Личне грешке (Personal Fouls-PF)

Први део: Рад и анализа над малим обимом података

Табеларни приказ података

Личне грешке (x_n)
4
4
2
5
3

Табела 7. Личне грешке, сезона 2022/23 (првих пет одиграних утакмица у октобру)

Мере централне тенденције (негруписани подаци)

- Аритметичка средина

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{4 + 4 + 2 + 5 + 3}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{18}{5}$$

$$\bar{x} = 3,6$$

- Медијана (налази се на трећој позицији у уређеној статистичкој серији)

Место у низу: 1 2 3 4 5
Подаци рангирани у растућем поретку (x_n): 2 3 4 4 5

Формула за одређивање медијане у уређеној серији:

$$M_e = x_{\frac{n+1}{2}} = x_{\frac{5+1}{2}} = x_{\frac{6}{2}} = x_3 = 4$$

- Мод

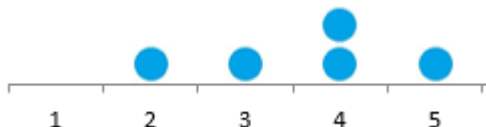
Подаци рангирани у растућем поретку: 2 3 4 4 5
(најчешћа вредност у низу је 4)

$$M_o = 4$$

Тражене додатне вредности

- Најмања вредност
 $x_{min} = 2$
- Највећа вредност
 $x_{max} = 5$

Графички приказ података



Слика 12. Личне грешке, сезона 2022/23 (првих пет одиграних утакмица у октобру)

Други део: Рад и анализа над великим обимом података

Табеларни приказ података

Личне грешке (x_k)	Број утакмица (f_k)	Кумулативне фреквенције
1	6	6
2	6	12
3	9	21
4	7	28
5	4	32

Табела 8. Личне грешке, сезона 2022/23 (октобар, новембар, децембар)

Мере централне тенденције (груписани подаци)

- Аритметичка средина

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + \dots + 4 \cdot 5}{32}$$

$$\bar{x} = \frac{91}{32}$$

$$\bar{x} \approx 2,84 \text{ (заокружено на две децимале)}$$

- **Медијана**

Формула за одређивање медијане у уређеној серији:

$$M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} = \frac{x_{16} + x_{17}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3$$

x_{16} - вредност шеснаестог члана у серији

x_{17} - вредност седамнаестог члана у серији

Медијана се добија одређивањем аритметичке средине вредности шеснаестог и седамнаестог члана у серији. Ако погледамо последњу колону у табели 8, “Кумулативне фреквенције”, видимо да се шеснаести и седамнаести члан налазе у трећем реду и њихова вредност је 3.

- **Мод** (најчешћа вредност у низу је 3)

$$M_o = 3;$$

Тражене додатне вредности

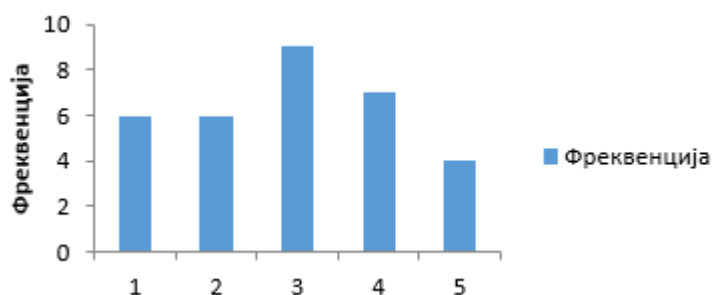
- Најмања вредност

$$x_{min} = 1$$

- Највећа вредност

$$x_{max} = 5$$

Графички приказ података

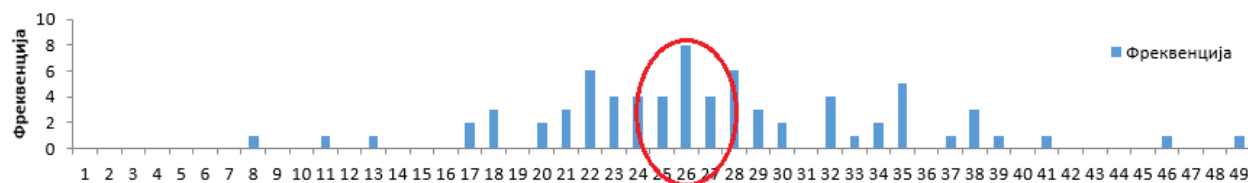


Слика 13. Личне грешке, сезона 2022/23 (октобар, новембар, децембар)

Ученици упоређујући аритметичку средину, медијану и мод са осталим вредностима дистрибуције треба да дођу до закључка да у случају симетричне или приближно симетричне расподеле подаци су концентрисани око аритметичке средине, медијане и мода. Они су једнаки или барем приближно једнаки и свака од њих представља валидну меру централне тенденције.

4.2 Задатак 2: Локализација мере централне тенденције на хистораму

Ради процене нивоа разумевања центрираности података око средње вредности, наставник даје ученицима листић са произвољно одабраним примером дистрибуције података.



Слика 14. Поени, сезона 2021/22

Сваки ученик упоређујући дистрибуцију података са примерима дистрибуције из првог задатка и потражећи на интернету додатне примере симетричне и асиметричне расподеле, те пажљиво посматрајући однос аритметичке средине, медијане и мода у односу на облик одговарајућег хистограма треба да процени да уоквирени интервал обухвата вредности основне мере централне тенденције. Очекује се да ученици уоче да аритметичка средина, медијана и мода ($M_0 = 26$) се налазе у центру дистрибуције података и да је њихова вредност приближно једнака. Одговор се дискутује на нивоу разреда, а ученици лепе наставне листиће у своју свеску. Заинтересовани ученици праве PowerPoint презентацију са примерима симетричне и асиметричне расподеле података, те презентују пред разредом. Важно је да ученици обрате пажњу на то да када имамо дистрибуцију података која је десно асиметрична, аритметичка средина ће бити на десној страни у односу на медијану и моду. У случају дистрибуције података која је лево асиметрична, аритметичка средина ће бити лево од медијане и мода.

4.3 Задатак 3: Аритметичка средина-равнотежна тачка

За почетак, ученици се упућују на интернет страницу <https://www.basketball-reference.com/>, где треба користећи рачунар или мобилни телефон да пронађу податке о укупном броју скокова (Total Rebounds-TRB) које Јокић постигао у последњих шест одиграних утакмица у марту у сезони 2022/23, наиме:

Број скокова (x_n)
17
6
12
17
10
10

Табела 9. Скокови, сезона 2022/23 (последњих шест одиграних утакмица у марту)

Задатак је уочавање следеће особине аритметичке средине:

- Збир одступања свих вредности елемената од аритметичке средине је нула, тј. важи: $(x_1 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) = 0$

Ученици се упућују на доказивање исте, узимајући за основу конкретне податке:

- Аритметичка средина скокова:

$$\bar{x} = \frac{17 + 6 + 12 + 17 + 10 + 10}{6}$$

$$\bar{x} = \frac{72}{6}$$

$$\bar{x} = 12$$

- Одступања вредности обележја од аритметичке средине:

$$x_1 - \bar{x} = 17 - 12 = 5$$

$$x_2 - \bar{x} = 6 - 12 = -6$$

$$x_3 - \bar{x} = 12 - 12 = 0$$

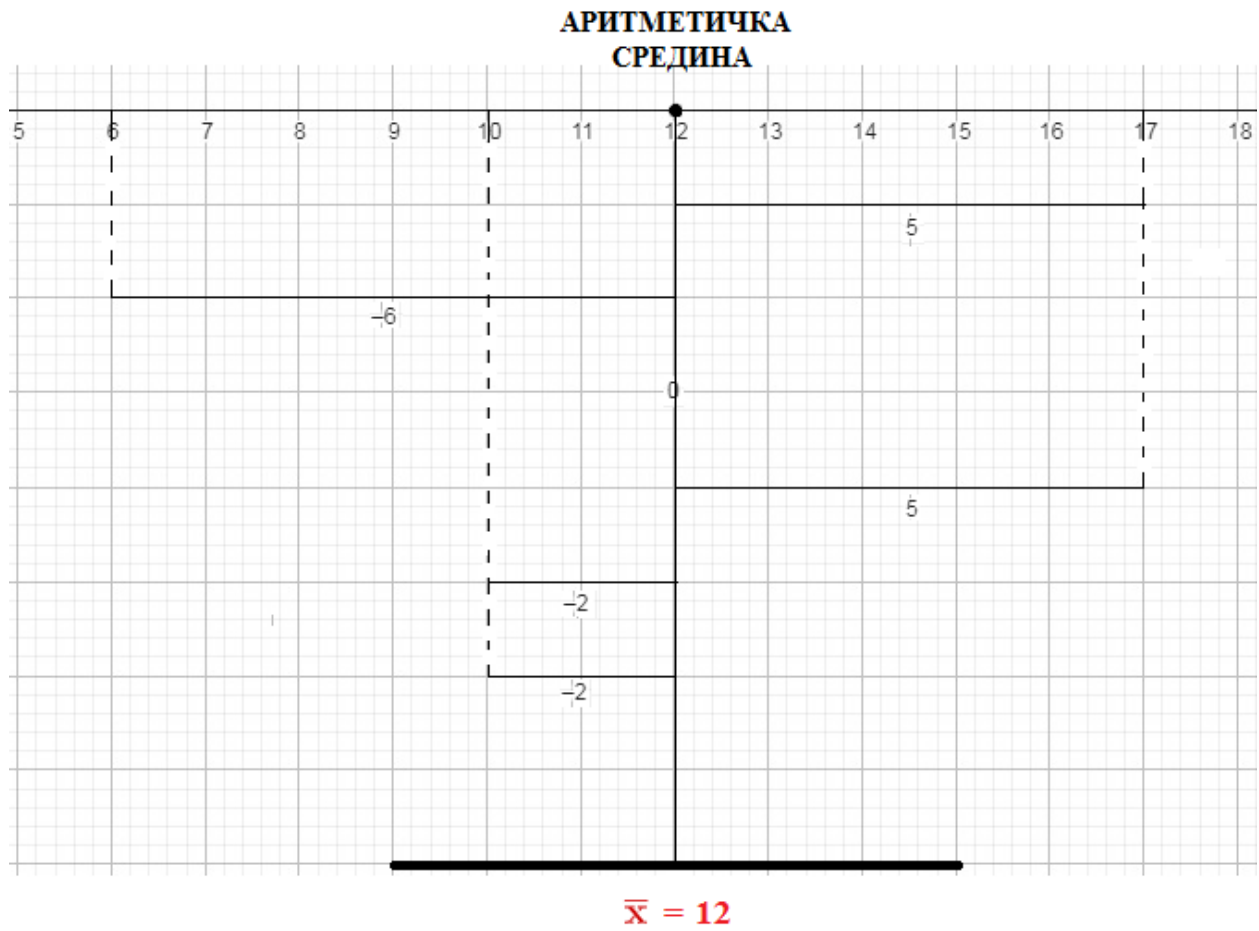
$$x_4 - \bar{x} = 17 - 12 = 5$$

$$x_5 - \bar{x} = 10 - 12 = -2$$

$$x_6 - \bar{x} = 10 - 12 = -2$$

Сабирањем одступања вредности обележја од аритметичке средине добијамо нулу:

$$(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x}) + (x_4 - \bar{x}) + (x_5 - \bar{x}) + (x_6 - \bar{x}) = 5 + (-6) + 0 + 5 + (-2) + (-2) = 0$$



Слика 15. Аритметичка средина-равнотежна тачка (графички приказ)

4.4 Задатак 4: Одређивање заједничке аритметичке средине два скупа

Сваки ученик има задатак да пронађе на интернету податак о броју поена које Јокић постигао у сезони 2021/22 користећи рачунар или мобилни телефон, те да те податке пренесе у Excel табелу. Након тога, треба да одреде аритметичку средину прикупљених података користећи функцију AVERAGE.

Табеларни приказ извора података

Поени (x_k)	Број утакмица (f_k)
49	1
46	1
41	1
39	1
38	3
37	1
35	5
34	2
33	1
32	4
30	2
29	3
28	6
27	4
26	8
25	4
24	4
23	4
22	6
21	3
20	2
18	3
17	2
13	1
11	1
8	1

Табела 10. Поени, сезона 2021/22

Аритметичка средина (груписани подаци)

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 49 + 1 \cdot 46 + \dots + 1 \cdot 8}{74}$$

$$\bar{x} = \frac{2004}{74}$$

$$\bar{x} \approx 27,08 \text{ (заокружено на две децимале)}$$

Обзиром на претходну обавезу, неки ученици су одредили просечан број поена које је кошаркаш Никола Јокић постигао по утакмици у сезони 2022/23. Ученици који нису радили на овој теми треба да од њих добију вредности потребне за даље решавање задатка ($\bar{x} \approx 24,49$, $n = 69$).

Ученици самостално, користећи формулу (коју треба да пронађу на интернету), одређују заједничку аритметичку средину скупа 1 (број поена које је Јокић постигао у сезони 2021/22) и скупа 2 (број поена које је Јокић постигао у сезони 2022/23).

Приказ поступка решавања заједничке аритметичке средине ових скупова:

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

$$\bar{x} = \frac{69 \cdot 24,49 + 74 \cdot 27,08}{69 + 74}$$

$$\bar{x} = \frac{3693,73}{143}$$

$$\bar{x} \approx 25,83 \text{ (заокружено на две децимале)}$$

Ученици изводе закључак и бележе своје резултате у свесци. Табеларни приказ извора података (Поени, сезона 2021/22; Поени, сезона 2022/23) такође се штампа на часу и лепи у свеску.

4.5 Задатак 5: Примена мода-додатни примери из реалног света

За почетак, ученици треба да потраже на интернету релевантне примере (користећи рачунар или мобилни телефон), где мод представља погодан показатељ типичне вредности, нпр. највише продат мобилни телефон на основу модела, боја, перформанси, цена и слично ради добијања увида колико заправо примена моде јесте део свакодневног живота.

Анализом наведених примера, ученици истовремено долазе до увида да се мод користи у раду са великим обимом података. На нивоу разреда се дискутује да код скупова са малим бројем елемената мод не представља најбољи показатељ типичне вредности, већ може послужити као додатна информација када је реч о вредности која се најчешће појављује у низу.

4.6 Задатак 6: Умем више

Заинтересовани ученици се упућују на интернет страницу <https://www.basketball-reference.com/>, где треба да пронађу број поена (Points-PTS) које је Јокић постигао у марту 2022/23 године. Задатак гласи:

- Просечан број поена које је Јокић постигао у марту 2022/23 приближно износи 26 (заокружено на две децимале). Најмањи број остварених поена био је 17 на утакмици одржаној дана 6.3.2023. године. Ако би Јокић могао поново да одигра претходну поменуту утакмицу, онда колико поена би требало да оствари да би просечан број поена изједначио са 28?

Поступак решавања:

$$\frac{(18 + x + 18 + 37 + 35 + 28 + 30 + 24 + 22 + 31 + 31 + 25)}{12} = 28$$

$$\frac{(299 + x)}{12} = 28$$

$$299 + x = 28 \cdot 12$$

$$299 + x = 336$$

$$x = 336 - 299$$

$$x = 37$$

Решење:

- Јокић би требао да оствари 37 поена.

Прилози

Прилог 1: Напомене за извођаче на часу

Предзнање ученика из математике

Ученици, користећи уџбеник и интернет, унапред се припремају за час везан за појам средња вредност (аритметичка средина), медијану и мод. На почетку часа, укратко се усмено пређе потребно градиво, потврђујући тако припремљеност ученика.

Рачуарска писменост ученика

За остваривање предвиђених наставних садржаја потребно је следеће информатичко знање и вештине ученика:

1. Проналажење релевантних података на интернет страници:
<https://www.basketball-reference.com/>
2. Премештање података у Excel табели
3. Коришћење функција у програму Microsoft Excel:
 - *AVERAGE*
 - *MEDIAN*
 - *MODE*
 - *MODE.MULT*
 - *MIN*
 - *MAX*
 - *COUNT*
4. Креирање хистограма у програму Microsoft Excel

Битно је да ученици долазе припремљени на час. Ово значи да, по договору са наставником, заинтересовани ученици припремају кратку презентацију у програму Microsoft PowerPoint о једној активности која је неопходна за остваривање предвиђених задатака (на пример, о коришћењу функције *MIN* у програму Microsoft Excel). Нагласак је на заинтересованости и напору. Седам дана пре одржавања часа, материјал се ставља у Google учионицу како би и остали ученици из разреда имали времена да прегледају припремљени материјал. На почетку часа, наставник потврђује припремљеност ученика користећи рачунар, пројектор, интернет и програм Microsoft Excel. Ученици могу поставити питања уколико им нешто није јасно. Након тога, ученици почињу да решавају предвиђене задатке. По потреби, наставник у било којој фази наставе и учења координира ученике којима је потребна помоћ.

Прилог 2: Материјали за извођење предвиђених активности

Задатак 1. Откривање кључних особина мера централних тенденција

Тема 1: Украдене лопте (Steals-STL)

Пронађи на интернет страници <https://www.basketball-reference.com/> најновије податке о перформансама кошаркаша Николе Јокића користећи рачунар или мобилни телефон.

Рад над малим обимом података:

Узорак:

- Сезона 2022/23;
- Украдене лопте (Steals-STL);
- Првих пет одиграних утакмица у октобру.

Препиши пронађене податке у свеску и одреди аритметичку средину, медијану, мод, најмању и највећу вредност узорка без употребе калкулатора, рачунара или мобилног телефона. Када завршиш, направи и графички приказ расподеле података.

Рад над великим обимом података:

Скуп:

- Сезона 2022/23;
- Украдене лопте (Steals-STL).

Унеси пронађене податке у Еxcel табелу. Одреди аритметичку средину, медијану, мод, најмању и највећу вредност скупа података користећи функције програма Microsoft Excel (*AVERAGE*, *MEDIAN*, *MODE*, *MODE.MULT*, *MIN*, *MAX*). Прикажи податке графички. Након што направиш Еxcel табелу и хистограм, одштампaj их и залепи у своју свеску.

Истраживање основних карактеристика аритметичке средине, медијане и моде

Оцени тачност наведених тврђења и допуни реченице тако да постану тачне анализом датог узорка и скупа. Слободно експериментиши са подацима користећи програм Microsoft Excel. Након завршетка, реши остале задатке који се налазе у прилогу.

1. **Мере централне тенденције** (скраћено мере центрираности) су сумарне мере, односно збирне статистике, које покушавају да опишу цео скуп података са једном вредношћу која представља средину или центар његове дистрибуције. Називамо их и мерама средњих вредности.
 - Тачно
 - Нетачно

2. **Основне мере централне тенденције су:**
 - Аритметичка средина
 - Медијана
 - Најмања вредност
 - Највећа вредност
 - Мод

3. **Јокић је започео сезону 2022/23 са просечно ___ украдене лопте по мечу. До закључка се долази на основу анализе резултата првих пет одиграних утакмица.**
Коришћена мера централне тенденције за карактеризацију података је:
_____.

4. **Ако има бар три различите вредности, која мера централне тенденције се увек налази између најмање и највеће вредности?**
 - Аритметичка средина ($x_{min} < \bar{x} < x_{max}$)
 - Медијана ($x_{min} < M_e < x_{max}$)
 - Мод ($x_{min} < M_o < x_{max}$)

5. **Аритметичка средина се увек поклапа са вредношћу бар једног елемента скупа.**
 - Тачно
 - Нетачно

6. **Ако су вредности свих елемената скупа једнаке, онда је и аритметичка средина исте вредности.**
 - Тачно
 - Нетачно

7. Сваки нумерички низ података има тачно једну аритметичку средину.
- Тачно
 - Нетачно

8. Која мера централне тенденције је осетљива на екстремну вредност?
- Аритметичка средина
 - Медијана
 - Мод

Упутство: промени вредност произвољно изабраног елемента узорка тако да значајно одступа од осталих (буде мања или већа). Одреди аритметичку средину, медијану и мод новонасталог узорка и упореди са мерама централне тенденције почетног узорка.

9. Додавање константе на сваки резултат мерења мења аритметичку средину за вредност те константе.
- Тачно
 - Нетачно

Докажи.

10. Множење сваког резултата мерења неком константом мења аритметичку средину на тај начин да се аритметичка средина помножи са том константом и добије нова аритметичка средина.
- Тачно
 - Нетачно

Докажи.

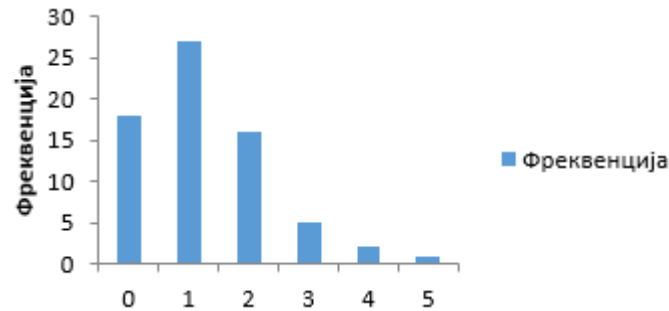
11. Медијана дели посматрани скуп на два једнака дела. Једна половина вредности елемената није већа од ње (\leq), а друга половина није мања (\geq).
- Тачно
 - Нетачно

12. Примењује се код атрибутивних (описних) података.

Која мера централне тенденције је у питању?

- Аритметичка средина
- Медијана
- Мод

13. Дат је пример десно асиметричне дистрибуције података.



Украдене лопте, сезона 2022/23

Аритметичка средина је већа од медијане посматраног скупа. Зашто?

- Аритметичка средина је осетљива на екстремну вредност
- Случајност

14. Аритметичка средина је мања од медијане у случају, када посматрамо:

- Пример лево асиметричне дистрибуције података
- Пример десно асиметричне дистрибуције података

15. Понекад се медијани даје предност као мери централне тенденције у односу на аритметичку средину, када:

- Постоји значајна разлика између њихове вредности
- Не постоји значајна разлика између њихове вредности

Зашто?

- Медијана није осетљива на екстремне вредности
- Медијана је осетљива на екстремне вредности

16. Медијана се често користи као мера централне тенденције у случајевима када имамо асиметричну расподелу података или када постоје екстремне вредности које могу значајно утицати на аритметичку средину. У таквим ситуацијама, медијана може бити бољи показатељ централне вредности скупа података. Међутим, увек треба размотрити контекст и циљ истраживања пре него што се одлучимо да ли је медијана најбољи избор или не.

- Тачно
- Нетачно

17. Јокић у сезони 2022/23 просечно бележи _____ украдених лопти по мечу.

Коришћена мера централне тенденције за карактеризацију података је:

_____.

Тема 2: Поени (Points-PTS)

Пронађи на интернет страници <https://www.basketball-reference.com/> најновије податке о перформансама кошаркаша Николе Јокића користећи рачунар или мобилни телефон.

Рад над малим обимом података:

Узорак:

- Сезона 2022/23;
- Поени (Points-PTS);
- Првих пет одиграних утакмица у октобру.

Препиши пронађене податке у свеску и одреди аритметичку средину, медијану, мод, најмању и највећу вредност узорка без употребе калкулатора, рачунара или мобилног телефона. Када завршиш, направи и графички приказ расподеле података.

Рад над великим обимом података:

Скуп:

- Сезона 2022/23;
- Поени (Points-PTS).

Унеси пронађене податке у Excel табелу. Одреди аритметичку средину, медијану, мод, најмању и највећу вредност скупа података користећи функције програма Microsoft Excel (*AVERAGE*, *MEDIAN*, *MODE*, *MODE.MULT*, *MIN*, *MAX*). Прикажи податке графички. Након што направиш Excel табелу и хистограм, одштапај их и залепи у своју свеску.

Истраживање основних карактеристика аритметичке средине, медијане и моде

Оцени тачност наведених тврђења и допуни реченице тако да постану тачне анализом датог узорка и скупа. Слободно експериментиши са подацима користећи програм Microsoft Excel. Након завршетка, реши остале задатке који се налазе у прилогу.

1. **Мере централне тенденције** (скраћено мере центрираности) су сумарне мере, односно збирне статистике, које покушавају да опишу цео скуп података са једном вредношћу која представља средину или центар његове дистрибуције. Називамо их и мерама средњих вредности.
 - Тачно
 - Нетачно

2. **Основне мере централне тенденције су:**
 - Аритметичка средина
 - Медијана
 - Најмања вредност
 - Највећа вредност
 - Мод

3. **Јокић започео сезону 2022/23 постигавши просечно _____ поена по мечу. До закључка се долази на основу анализе резултата првих пет одиграних утакмица.**
Коришћена мера централне тенденције за карактеризацију података је:
_____.

4. **Ако има бар три различите вредности, која мера централне тенденције се увек налази између најмање и највеће вредности?**
 - Аритметичка средина ($x_{min} < \bar{x} < x_{max}$)
 - Медијана ($x_{min} < M_e < x_{max}$)
 - Мод ($x_{min} < M_o < x_{max}$)

5. **Аритметичка средина се увек поклапа са вредношћу бар једног елемента скупа.**
 - Тачно
 - Нетачно

6. Ако су вредности свих елемената скупа једнаки, онда је и аритметичка средина исте вредности.
- Тачно
 - Нетачно
7. Сваки нумерички низ података има тачно једну аритметичку средину.
- Тачно
 - Нетачно
8. Која мера централне тенденције је осетљива на екстремну вредност?
- Аритметичка средина
 - Медијана
 - Мод

Упутство: промени вредност произвољно изабраног елемента узорка тако да значајно одступа од осталих (буде мања или већа). Одреди аритметичку средину, медијану и мод новонасталог узорка и упореди са мерама централне тенденције почетног узорка.

9. Додавање константе на сваки резултат мерења мења аритметичку средину за вредност те константе.
- Тачно
 - Нетачно

Докажи.

10. Множење сваког резултата мерења неком константом мења аритметичку средину на тај начин да се аритметичка средина помножи са том константом и добије нова аритметичка средина.
- Тачно
 - Нетачно

Докажи.

11. Медијана дели посматрани скуп на два једнака дела. Једна половина вредности елемената није већа од ње (\leq), а друга половина није мања (\geq).
- Тачно
 - Нетачно

12. Примењује се код атрибутивних (описних) података. Која мера централне тенденције је у питању?
- Аритметичка средина
 - Медијана
 - Мод

13. У питању је пример дистрибуције података са два мода (24 и 31).



Да ли можемо тврдити да је дистрибуција учесталости таква да се број резултата нагомилава око две релативно удаљене вредности?

- Да
- Не

14. Како формирати адекватан закључак?

- Најчешће остварен број поена по мечу је 24
- Најчешће остварен број поена по мечу је 31
- Најчешћи остварени број поена по мечу су 24 и 31

15. Јокић у сезони 2022/23 просечно бележи _____ поена по мечу.

Коришћена мера централне тенденције за карактеризацију података је:

_____.

16. Да ли је важно упоредити аритметичку средину, медијану и моду када анализирамо скуп података?

- Да
- Не

17. Када постоји значајна разлика између аритметичке средине и медијане, то упућује на следеће:

- Постоје екстремне вредности у скупу података
- Не постоје екстремне вредности у скупу података

Тема 3: Личне грешке (Personal Fouls-PF)

Пронађи на интернет страници <https://www.basketball-reference.com/> најновије податке о перформансама кошаркаша Николе Јокића користећи рачунар или мобилни телефон.

Рад над малим обимом података:

Узорак:

- Сезона 2022/23;
- Личне грешке (Personal Fouls-PF);
- Првих пет одиграних утакмица у октобру.

Препиши пронађене податке у свеску и одреди аритметичку средину, медијану, мод, најмању и највећу вредност узорка без употребе калкулатора, рачунара или мобилног телефона. Када завршиш, направи и графички приказ расподеле података.

Рад над великим обимом података:

Скуп:

- Сезона 2022/23;
- Личне грешке (Personal Fouls-PF).

Унеси пронађене податке у Excel табелу. Одреди аритметичку средину, медијану, мод, најмању и највећу вредност скупа података користећи функције програма Microsoft Excel (*AVERAGE*, *MEDIAN*, *MODE*, *MODE.MULT*, *MIN*, *MAX*). Прикажи податке графички. Након што направиш Excel табелу и хистограм, одштапај их и залепи у своју свеску.

Истраживање основних карактеристика аритметичке средине, медијане и моде

Оцени тачност наведених тврђења и допуни реченице тако да постану тачне анализом датог узорка и скупа. Слободно експериментиши са подацима користећи програм Microsoft Excel. Након завршетка, реши остале задатке који се налазе у прилогу.

1. **Мере централне тенденције** (скраћено мере центрираности) су сумарне мере, односно збирне статистике, које покушавају да опишу цео скуп података са једном вредношћу која представља средину или центар његове дистрибуције. Називамо их и мерама средњих вредности.
 - Тачно
 - Нетачно

2. **Основне мере централне тенденције су:**
 - Аритметичка средина
 - Медијана
 - Најмања вредност
 - Највећа вредност
 - Мод

3. **Јокић започео сезону 2022/23 бележећи просечно _____ личне грешке по мечу. До закључка се долази на основу анализе резултата првих пет одиграних утакмица.**
Коришћена мера централне тенденције за карактеризацију података је:
_____.

4. **Ако има бар три различите вредности, која мера централне тенденције се увек налази између најмање и највеће вредности?**
 - Аритметичка средина ($x_{min} < \bar{x} < x_{max}$)
 - Медијана ($x_{min} < M_e < x_{max}$)
 - Мод ($x_{min} < M_o < x_{max}$)

5. **Аритметичка средина се увек поклапа са вредношћу бар једног елемента скупа.**
 - Тачно
 - Нетачно

6. Ако су вредности свих елемената скупа једнаки, онда је и аритметичка средина исте вредности.
- Тачно
 - Нетачно
7. Сваки нумерички низ података има тачно једну аритметичку средину.
- Тачно
 - Нетачно
8. Која мера централне тенденције је осетљива на екстремну вредност?
- Аритметичка средина
 - Медијана
 - Мод

Упутство: промени вредност произвољно изабраног елемента узорка тако да значајно одступа од осталих (буде мања или већа). Одреди аритметичку средину, медијану и мод новонасталог узорка и упореди са мерама централне тенденције почетног узорка.

9. Додавање константе на сваки резултат мерења мења аритметичку средину за вредност те константе.
- Тачно
 - Нетачно

Докажи.

10. Множење сваког резултата мерења неком константом мења аритметичку средину на тај начин да се аритметичка средина помножи са том константом и добије нова аритметичка средина.
- Тачно
 - Нетачно

Докажи.

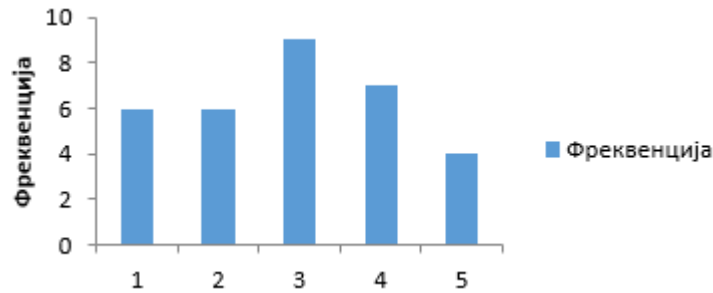
11. Медијана дели посматрани скуп на два једнака дела. Једна половина вредности елемената није већа од ње (\leq), а друга половина није мања (\geq).
- Тачно
 - Нетачно

12. Примењује се код атрибутивних (описних) података.

Која мера централне тенденције је у питању?

- Аритметичка средина
- Медијана
- Мод

13. Посматрај пример дистрибуције података.



Личне грешке, сезона 2022/23

У питању је:

- Приближно симетрична расподела података
- Симетрична расподела података
- Расподела података која је асиметрична налево
- Расподела података која је асиметрична надесно

14. Понекад се медијани даје предност као мери централне тенденције у односу на аритметичку средину, када:

- Постоји значајна разлика између њихове вредности
- Не постоји значајна разлика између њихове вредности

Зашто?

- Медијана није осетљива на екстремне вредности
- Медијана је осетљива на екстремне вредности

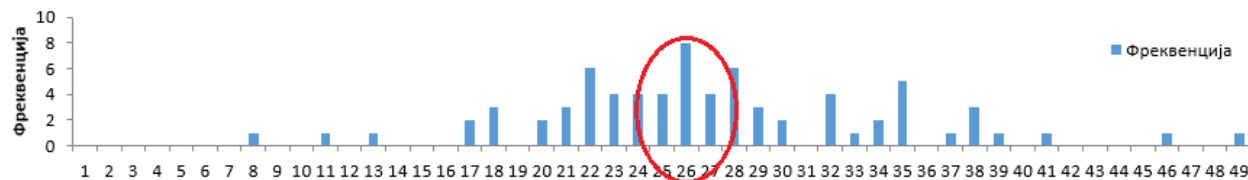
15. Медијана се често користи као мера централне тенденције у случајевима када имамо асиметричну расподелу података или када постоје екстремне вредности које могу значајно утицати на аритметичку средину. У таквим ситуацијама, медијана може бити бољи показатељ централне вредности скупа података. Међутим, увек треба размотрити контекст и циљ истраживања пре него што се одлучимо да ли је медијана најбољи избор или не.

- Тачно
- Нетачно

16. Јокић у сезони 2022/23 просечно бележи _____ личну грешку по мечу.

Коришћена мера централне тенденције за карактеризацију података је: _____.

Задатак 2. Локализација мере централне тенденције на хистораму



Упореди дистрибуцију података на датом хистограму са примерима дистрибуције из првог задатка и истакни вредности три основне мере централне тенденције. Потражи додатне примере симетричне и асиметричне дистрибуције података на интернету, те пажљиво посматрај однос поменутих мера у односу на облик хистограма. На основу својих запажања, процени да ли уоквирени интервал на хистограму обухвата вредности три основне мере централне тенденције. Овај одговор се дискутује на нивоу разреда. Заинтересовани ученици праве PowerPoint презентацију са примерима симетричне и асиметричне расподеле података, те презентују пред разредом.

Задатак 3. Аритметичка средина-равнотежна тачка

Пронађи користећи рачунар или мобилни телефон на интернет страници <https://www.basketball-reference.com/> податак о укупном броју скокова (Total Rebounds-TRB) које Јокић постигао у последњих шест одиграних утакмица у марту ове сезоне и представи табеларно у свесци. Одредити аритметичку средину прикупљених података без коришћења калкулатора.

Докажи следећу особину аритметичке средине у свесци:

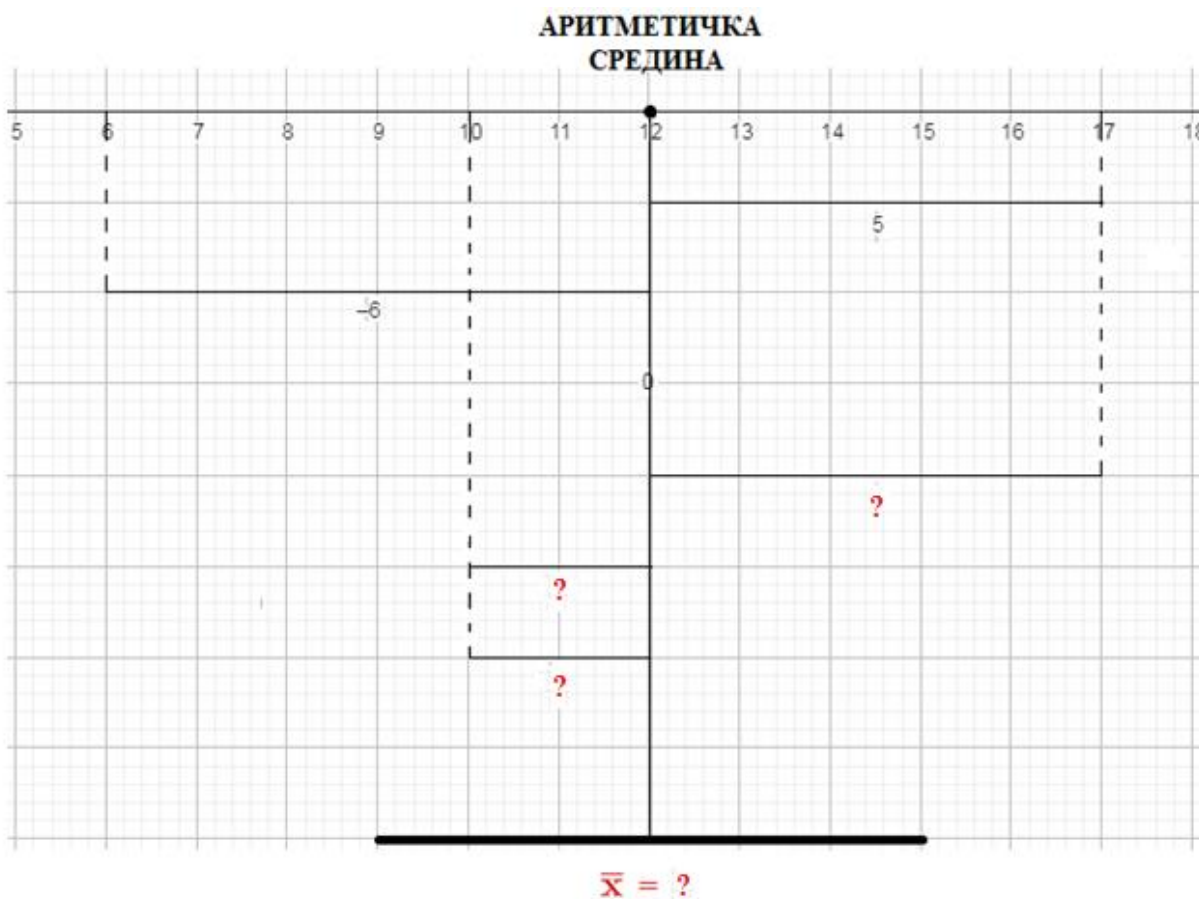
- Збир одступања свих вредности елемената од аритметичке средине је нула, тј. важи:

$$(x_1 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) = \mathbf{0}$$

Да ли је аритметичка средина равнотежна тачка?

- Да
- Не

Потврди одговор анализом следеће слике.



Задатак 4. Одређивање заједничке аритметичке средине два скупа

Пронађи на интернет страници <https://www.basketball-reference.com/> податке о броју поена које је Јокић постигао у сезони **2021/22** и премести их у Excel табелу. Одреди аритметичку средину ових података користећи функцију AVERAGE. Одреди број елемената скупа.

Просечан број поена (аритметичка средина) које Јокић постигао по утакмици у сезони **2022/23** износи приближно _____ (заокружено на две децимале). Број елемената скупа је _____. **Ове податке набави од ученика који су већ радили на овој теми.**

Израчунај у својој свесци заједничку аритметичку средину посматраних скупова.

На основу добијених резултата долазимо до следећег закључка:

Јокић у сезонама **2021/22** и **2022/23** просечно постигао _____ (заокружено на најближи цео број) поена по утакмици.

Задатак 5. Примена мода-додатни примери из реалног света

Потражи на интернету релевантне примере где је мод погодан показатељ типичне вредности, на пример, најпродаванији мобилни телефон на основу модела, боје, перформанси, цене. Затим, одреди тачност следеће тврдње:

Код узорака са малим бројем елемената мод није погодан показатељ типичне вредности, али може да послужи као додатна информација, када говоримо о вредности која се најчешће појављује у низу.

- Тачно
- Нетачно

Одговор дискутовати на нивоу разреда.

Задатак 6: Умем више (за заинтересоване ученике)

Просечан број поена које је Јокић постигао у марту 2022/23 приближно износи 26. Најмањи број остварених поена био је 17 на утакмици одржаној дана 6.3.2023. године. Ако би Јокић могао поново да одигра претходно поменути утакмицу, колико поена би требало да оствари да би просечан број поена изједначио са 28?

Упутство:

Потребне податке пронађи на интернет страници <https://www.basketball-reference.com/>.

Закључак

Анализирајући истраживања у области средње вредности, медијане и мода, као и актуелне законе и прописе у нашем образовном систему, образовне стандарде, уџбенички садржај издавачких кућа као што су Завод за уџбенике, Клет и Нови Логос, и имајући на уму важност усмерености на образовање 'статистички писмених' генерација, дошли смо до закључка да су потребне реформе и код нас. Највећа пажња у раду била је посвећена конкретизацији елемената с циљем планирања активности које би унапредиле квалитет наставе и учења у овој области. Истакнути су неки кључни елементи који би могли да допринесу бољем разумевању мера центрираности. Ово укључује дефинисање самог појма мера централне тенденције, као и појмова средња вредност (аритметичка средина), медијана и мод, кључне карактеристике три основне мере централне тенденције, образложење центрираности података око средњих вредности кроз анализу примера и фокусирање на екстремне вредности.

Способност данашњих генерација да разумеју, интерпретирају и критички приступе подацима и информацијама које су у вези са статистиком је веома кључна, нарочито у савременом друштву где је статистика широко употребљавана у различитим областима. С обзиром на ово, препоручује се планирање и организација наставног процеса који се базира на употреби технике и технологије за обраду података из свакодневног живота. Како би ученици стекли очекивана знања, важно је да активности у великој мери буду усмерене ка раду и експериментисању са подацима у програму *Microsoft Excel*. Кроз анализу података у овом програму, ученици ће додатно унапредити своје вештине и разумевање. Ученици прво раде самостално, а затим у групама од по три ученика који су истраживали различите теме. Циљ овог приступа је да помогне ученицима да кроз различите делове практичног искуства боље разумеју кључне карактеристике мера центрираности података и да науче како да их примене на најбољи начин. Овим се развијају важне међупредметне компетенције: дигитална компетенција, сарадња и рад са подацима и информацијама. Предложене активности у последњем поглављу рада имају исти циљ.

Усклађивање плана и програма математике и информатике је кључно за развој ученика. Наиме, ученици почињу да уче рад са подацима у програму *Microsoft Excel* тек у осмом разреду, у оквиру наставног предмета Информатика и рачунарство. Међутим, већ у седмом разреду, у оквиру предмета Математика, постоји значајна потреба за овим вештинама, јер тада ученици раде на пројекту из области обраде података и примењују три основне мере централне тенденције.

На крају, организација стручних семинара за наставнике је од изузетне важности за информисање о могућим реформама и начинима њихове реализације.

Литература

- [1] Basketball Reference. Доступно на: <https://www.basketball-reference.com/>
- [2] Bobbitt, Z. (2022). What is a Symmetric Histogram? (Definition & Examples). Statology. Доступно на: <https://www.statology.org/symmetric-histogram/>
- [3] Choosing the “best” measure of center. Khan Academy. Доступно на: <https://www.khanacademy.org/math/probability/xa88397b6:display-quantitative/xa88397b6:mean-median-data-displays/a/choosing-the-best-measure-of-center>
- [4] Дугошија, Ђ., Албијанић, М., Шегрт, М., Математика уџбеник са збирком задатака за седми разред основне школе, Прво издање, Завод за уџбенике, 2021.
- [5] Garfield, J. B., Ben-Zvi, D. (2008). Developing Students’ Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice. Springer
- [6] Groth, R. E. (2009). Characteristics of teachers' conversations about teaching mean, median, and mode, [Teaching and Teacher Education](#), 25(5), doi: 10.1016/j.tate.2008.11.005
- [7] Икодиновић, Н., Димитријевић, С., Математика 7, Уџбеник за седми разред основне школе, Друго издање, Klett, 2021.
- [8] Lappan, G., Zawojewski, J. S. (1988). Teaching Statistics: Mean, Median, and Mode, [The Arithmetic Teacher](#), 35(7), 25-26
- [9] Лужанин, З., Радојичић, М. (2019). Рад са подацима - велике могућности и велики изазови у математичком образовању. Доступно на: <https://dms.rs/wp-content/uploads/2019/02/24-LuzaninRadojicic.pdf>
- [10] Малић, Т., Математика 7, Уџбеник за седми разред основне школе, Прво издање, Novi Logos, 2020.
- [11] Mokros, J., Russell, S. J. (1995). Children's Concepts of Average and Representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education* 26, 20-39, DOI: 10.2307/749226
- [12] Образовни стандарди за крај обавезног образовања за наставни предмет математика, 2010, Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања
- [13] Правилник о плану наставе и учења за пети и шести разред основног образовања и васпитања и програму наставе и учења за пети и шести разред основног образовања и васпитања, *Сл. гласник РС - Просветни гласник*, бр. 15/2018-77, 18/2018-1, 3/2019-83, 3/2020-3, 6/2020-94, 17/2021-1, 16/2022-1, 13/2023-458, 14/2023-384, 3/2024-1)
- [14] Правилник о програму наставе и учења за осми разред основног образовања и васпитања, *Сл. гласник РС - Просветни гласник*, бр. 11/2019-61, 2/2020-6, 6/2020-118, 5/2021-8, 17/2021-58, 16/2022-2, 13/2023-470, 14/2023-407, 4/2024-1)
- [15] Правилник о програму наставе и учења за седми разред основног образовања и васпитања, *Сл. гласник РС - Просветни гласник*, бр. 5/2019-61, 1/2020-60, 6/2020-99, 8/2020-597, 5/2021-4, 17/2021-42, 16/2022-2, 13/2023-460, 14/2023-399

- [16] Ребекић, А. (2017). Описна статистика. Доступно на:
<https://www.bib.irb.hr:8443/917529>
- [17] Rumsey, D. J. (2021). How to Identify Skew and Symmetry in a Statistical Histogram. Dummies. Доступно на:
<https://www.dummies.com/article/academics-the-arts/math/statistics/how-to-identify-skew-and-symmetry-in-a-statistical-histogram-169782/>
- [18] Ullah, M. I. (2024). Properties of Arithmetic Mean with Examples. Доступно на:
<https://itfeature.com/statistics/averages/properties-of-arithmetic-mean/>
- [19] Watson, J. M. (2006). Statistical literacy at school: Growth and goals. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- [20] Закон о основном образовању и васпитању, *Сл. гласник РС - Просветни гласник*, бр. 55/2013-3, 101/2017-11, 27/2018-3 (др. закон), 10/2019-3, 129/2021-8, 129/2021-9 (др. закон), 92/2023-340

Биографија



Анита Барна, рођена 14. новембра 1984. године у Сенти. Основну школу „Светозар Марковић” завршила је 1999. године у Бачком Градишту. Хемијско-технолошку средњу школу „Лазар Нешић” завршила је 2003. године у Суботици. Дипломирала је на Вишој техничкој школи 2008. године у Суботици, модул Пословна информатика. Диплому је стекла на Факултету за информатику и менаџмент Универзитета Сингидунум 2010. године у Суботици, модул Програмирање и пројектовање. Радила је као наставник математике у основним школама „Шаму Михаљ”, „Север Ђуркић” и „Петефи Шандор” у Бечеју. Предавала је наставне предмете Основе природних дисциплина и Технологија материјала у Школи за основно и средње образовање „Братство” у Бечеју. Такође, предавала је наставни предмет Информатика и рачунарство у основној школи „Јован Јовановић Змај” у Србобрану. Тренутно је запослена као наставник математике у основној школи „Милоје Чиплић” у Новом Бечеју. Мотивисана усавршавањем и стицањем одговарајуће квалификације за радно место које обавља, положила је све испите предвиђене наставним планом и програмом на Природно-математичком факултету у Новом Саду, на студијском програму Интегрисане академске студије двопредметне наставе природних наука математике и рачунарства, модул Математика и информатика. Тиме је стекла право на одбрану овог рада.

Нови Сад, 2024.

Анита Барна

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број:

РБР

Идентификациони број:

ИБР

Тип документације: Монографска документација

ТД

Тип записа: Текстуални штампани материјал

ТЗ

Врста рада: Мастер рад

ВР

Аутор: Анита Барна

АУ

Ментор: др Зорана Лужанин

МН

Наслов рада: Разумевање мера центрираности скупа података у настави математике у основној школи

НР

Језик публикације: Српски (ћирилица)

ЈП

Језик извода: Српски и енглески

ЈИ

Земља публикавања: Србија

ЗП

Уже географско подручје: Војводина

УГП

Година: 2024.

ГО

Издавач: Ауторски репринт

ИЗ

Место и адреса: Нови Сад, Департман за математику и информатику, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, Трг Доситеја Обрадовића 4

МА

Физички опис рада: 4/72/20/10/15/2

(број поглавља/страна/литература/табела/слика/прилога)

ФО

Научна област: Математика

НО

Научна дисциплина: Методика наставе математике

НД

Предметна одредница/Кључне речи: мере центрираности, мере централне тенденције, настава математике, основна школа, обрада података

ПО

УДК:

Чува се: Библиотека Департмана за математику и информатику, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду

ЧУ

Важна напомена:

ВН

Извод: У мастер раду се врши анализа заступљености мера центрираности података у основном математичком образовању у Србији, уз осврт на актуелна истраживања. Циљ рада је да представи кључне особине посматраних мера центрираности и да прикаже могући приступ у њиховом усвајању. Наглашава се важност усмеравања наставних метода ка развоју статистичке писмености, при чему се ученици подстичу на рад са стварним подацима, користећи програм Microsoft Excel. Предложене активности омогућавају ученицима да, кроз вршњачко учење и практично искуство, стекну дубље разумевање мера центрираности, развијајући три важне међупредметне компетенције, а то су дигитална компетенција, сарадња и рад са подацима и информацијама. Такође, истиче се потреба за усклађивањем наставних планова и програма из математике и информатике, као и организовањем семинара за наставнике, како би се осигурала ефикасна примена потребних реформи.

ИЗ

Датум прихватања теме од стране НН већа: 22.09.2023.

ДП

Датум одбране:

ДО

Чланови комисије:

КО

Председник: др Андреја Тепавчевић, редовни професор,
Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду

Ментор: др Зорана Лужанин, редовни професор,
Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду

Члан: др Горан Радојев, ванредни професор,
Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду

**UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCES
KEY WORDS DOCUMENTATION**

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: Monograph type

DT

Type of record: Printed text

TR

Contents Code: Master's thesis

CC

Author: Anita Barna

AU

Mentor: Zorana Lužanin, Ph.D.

MN

Title: Understanding data set centrality measures in elementary school mathematics

TI

Language of text: Serbian (cyrillic)

LT

Language of abstract: Serbian and English

LA

Country of publication: Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2024.

PY

Publisher: Author's reprint

PU

Publ. place: Novi Sad, Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences,
University of Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4

PP

Physical description: 4/72/20/10/15/2
(chapters/pages/literature/tables/pictures/appendices)

PD

Scientific field: Mathematics

SF

Scientific discipline: Teaching Methodology of mathematics

SD

Subject/Key words: measures of centrality, measures of central tendency, teaching mathematics, elementary school, data processing

SKW

UC:

Holding data: The Library of the Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences, University of Novi Sad

HD

Note:

N

Abstract: In the master's thesis, an analysis of the representation of measures of central tendency in elementary mathematical education in Serbia is conducted, with reference to current research. The aim of the work is to present the key characteristics of the observed measures of central tendency and to demonstrate a possible approach to their adoption. The importance of directing teaching methods towards the development of statistical literacy is emphasized, whereby students are encouraged to work with real data using Microsoft Excel. The proposed activities allow students, through peer learning and practical experience, to gain a deeper understanding of measures of central tendency, developing three important interdisciplinary competencies: digital competence, collaboration, and working with data and information. Furthermore, the need for aligning curricula in mathematics and informatics is highlighted, as well as organizing seminars for teachers to ensure the effective implementation of necessary reforms.

Accepted by the Scientific Board on: 22.09.2023.

ASB

Defended:

DE

Thesis defend board:

DB

President: Andreja Tepavčević, Ph.D., Full Professor,
Faculty of Sciences, University of Novi Sad

Mentor: Zorana Lužanin, Ph.D., Full Professor,
Faculty of Sciences, University of Novi Sad

Member: Goran Radojev, Ph.D., Associate Professor,
Faculty of Sciences, University of Novi Sad