

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b>
<ol style="list-style-type: none"><li><b>1. Датум и орган који је именовao Комисију</b> 3.10.2023. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</li><li><b>2. Састав Комисије са знаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</b><ol style="list-style-type: none"><li>др Милица Жигић, ванредни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, анализа и вероватноћа, 15.5.2020. –председник</li><li>др Ивана Војновић, ванредни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, анализа и вероватноћа, 1.4.2023. –ментор</li><li>др Бориша Кузељевић, ванредни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, математичка логика и дискретна математика, 1.9.2023. -члан</li></ol></li></ol>
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>
<ol style="list-style-type: none"><li><b>1. Име, име једног родитеља, презиме:</b> Иван (Игор) Меденица</li><li><b>2. Датум рођења, општина, република:</b> 19.8.1998, Подгорица, Црна Гора</li><li><b>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:</b> 2020. Математика (МА)</li></ol>
<b>III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b>
Ограниченост псеудо-диференцијалних оператора на $L^p$ просторима
<b>IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА</b>
<p>Рад је написан на 70 страна и чине га 4 поглавља и 12 референци наведених у библиографији.</p> <p>У мастер раду представљени су псеудо-диференцијални оператори, њихова ограниченост на <math>L^p</math> просторима, са посебним акцентом на ограниченост псеудо-диференцијалних оператора реда нула.</p> <p>На почетку, акценат је на увођењу основних појмова функционалне анализе и теорије мере који су потребни у наставку рада. Са циљем увођења псеудо-диференцијалних оператора, уводимо и Фуријеову трансформацију, као и простор брзо-оппадајућих функција, тј. Шварцов простор.</p> <p>Након тога, изложена је основна теорија псеудо-диференцијалних оператора и дати су основни примери симбола и њима придружених псеудо-диференцијалних оператора. Са намером да се добро дефинише композиција, два псеудо-диференцијална оператора, у раду се уводи посебна врста интеграла који задржавају својства апсолутно конвергентних интеграла, као што су замена редоследа диференцирања и интеграљења и замена редоследа интеграције, а то су осцилаторни интегралаи. Затим, циљ је да се докаже теорема о ограничениости</p>

псеудо-диференцијалних оператора реда нула на  $L^p$  просторима, при чему ће бити изложена два доказа. Као припрему за први доказ, доказује се ограниченост псеудо-диференцијалних оператора реда нула на  $L^2$  простору, као и важне теореме, као што су Калдерон-Зигмундова декомпозиција, Марћинкјевичева интерполациона теорема, Лебегова теорема диференцијације итд. Затим је представљен и други доказ, који је различит приступом и идејом. За крај наведени су неки резултати општије теорије ограничености псеудо-диференцијалних оператора на  $L^p$  просторима.

## V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Мастер рад „Ограниченост псеудо-диференцијалних оператора на  $L^p$  просторима“ састоји се из 4 поглавља.

У првом делу уводе се основни појмови теорије који су неопходни за дефинисање  $L^p$  простора. Уводе се појмови из области функционалне анализе, локално-конвексних простора, као и теореме везане за њихово представљање преко семи-норми, неопходне за увођење простора брзо-оппадајућих функција, тј. Шварцовог простора.

У другом делу уводе се Лебегови  $L^p$  простори. Дефинише се Фуријеова трансформација, као и инверзна Фуријеова трансформација и показано је да је Фуријеова трансформација изоморфизам на простору брзо опадајућих функција.

Трећи део рада посвећен је појаму симбола и псеудо-диференцијалог оператора, датко је неколико примера оператора и симбола и показују се основна својства псеудо-диференцијалних оператора. Као кључни сегмент овог поглавља издваја се композиција псеудо-диференцијалних оператора, која се добро-дефинише увођењем појма осцилаторног интеграла. Посматрају се оператори са стандардним симболима.

Четврти и централни део рада посвећен је доказивању теорема о ограничености псеудо-диференцијалних оператора. Као главни резултат представљена је теорема о ограничености псеудо-диференцијалних оператора реда нула на Лебеговом простору  $L^p$ . Оператори су реда нула са стандардним Хермандеровим симболима и дата су два доказа наведене теореме. У првом доказу, као помоћно тврђење прво се показује ограниченост псеудо-диференцијалног оператора реда нула на простору  $L^2$ . Затим се доказује теорема да ако је неки псеудо-диференцијални оператор  $T$  ограничен када пресликава  $L^{p_0}$  у  $L^{p_0}$ , за неко  $p_0$ , са језгром  $k$  које задовољава одређене особине, онда се псеудо-диференцијални оператор  $T$  може проширити на ограничено пресликавање из  $L^p$  у  $L^p$ , гдје је  $1 < p \leq p_0$ . Узимајући да је  $p_0=2$  прелази се са пресликавања из  $L^p$  простора на доказ ограничености на  $L^{p'}$  просториим где је  $p'$  коњуговани индекс, односно  $1/p + 1/p' = 1$ .

У другом доказу, теорема се доказује тако што се простор  $R^n$  запише као унија јединичних коцки са центрима у целобројним координатама. Затим се дефинишу помоћни псеудо-диференцијални оператори над коцкама и показује се њихова ограниченост. Затим се прелази на цео простор  $R^n$  који је записан као унија коцака. На крају се добија ограниченост на простору брзо опадајућих функција, па како је Шварцов простор густ у  $L^p$  за свако  $1 < p < \infty$ , добија се ограниченост псеудо-диференцијалних оператора реда нула на Лебеговима  $L^p$  просторима.

## **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

У мастер раду се истражује питање ограничености псеудо-диференцијалних оператора на Лебеговим  $L^p$  просторима, што је од суштинског значаја за анализу и примене ових оператора у различитим гранама математике и физике. Уведена је основна теорија псеудо-диференцијалних оператора са стандардним симболима и показане су основне особине оператора. Конкретно, највећа пажња је посвећена ограничености псеудо-диференцијалних оператора реда нула и дата су два различита доказа да је псеудо-диференцијални оператор реда нула ограничен на одговарајућим Лебеговим просторима. На крају је дат преглед теорема о ограничености псеудо-диференцијалних оператора на Лебеговим просторима који не морају бити реда нула.

## **VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Мастер рад је у потпуности написан у складу са образложењем наведеним у пријави теме. Рад је прегледно написан и садржи све неопходне целине. Сви проблеми су детаљно анализирани и приказани, а главни резултати су коректно и јасно формулисани. Докази су прегледно и математички коректно изведени.

## **VIII ПРЕДЛОГ**

На основу укупне оцене мастер рада и сагласно свим претходно изнетим чињеницама, комисија предлаже да се мастер рад под називом „Ограниченост псеудо-диференцијалних оператора  $L^p$  на просторима“ прихвати, а кандидату Ивану Меденици одобри одбрана.

Нови Сад, 5.2.2024.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

---

др Милица Жигић,  
ванредни професор ПМФ-а, председник

---

др Ивана Војновић,  
ванредни професор ПМФ-а, ментор

---

др Бориша Кузељевић,  
ванредни професор ПМФ-а, члан