

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b>
<p><b>1. Датум и орган који је именовао Комисију</b> 26.06.2023. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</p> <p><b>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</b> Др Дора Селеши, редовни професор, Анализа и вероватноћа, 17.10.2017, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, председник комисије</p> <p>Др Србољуб Симић, редовни професор, Математичко моделирање, 01.11.2017, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, члан</p> <p>Др Марко Недељков, редовни професор, Анализа и вероватноћа, 01.07.2005, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, ментор</p>
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>
<p><b>1. Име, име једног родитеља, презиме:</b> Марко, Маја, Гогич</p> <p><b>2. Датум рођења, општина, република:</b> 02.10.1995, Нови Сад, Србија</p> <p><b>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:</b> 2020/2021, Мастер студије Примењене математике – техноматематика</p>
<b>III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b>
О вискозним решењима елиптичних једначина
<b>IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА</b>
<p>Рад се састоји из предговора, четири поглавља, биографије и закључка. Након кратког увода (прва глава) наведени су неки основни појмови функционалне и хармонијске анализе који су неопходни за прецизну карактеризацију регуларности произвољне једначине. Потом, у другој глави, излажу се особине моделног представника елиптичних једначина - Лапласове једначине, њених особина које карактеришу све елиптичне парцијалне диференцијалне једначине, посебно истичући њихову пробабилистичку интерпретацију преко случајног хода, а са намером да се апострофира реална мотивација за истраживање ових једначина. У трећој глави, са истом намером, наведена је варијација проблема случајног хода и вероватносна интерпретација потпуно нелинеарних елиптичних једначина. Изучавано је постојање и регуларност њихових вискозних решења и наведени су неки, још увек отворени, проблеми из ове области. У четвртој, завршној глави, обрађена је нелокална верзија потпуно нелинеарних елиптичних једначина –</p>

потпуно нелинеарне интегро-диференцијалне једначине које представљају најопштији оквир у коме се даље развија теорија регуларности, постојања и стабилности вискозних решења. На крају је дат списак литературе са 38. одредница. Рад је написан на 74. стране. садржи 9 слика.

## **V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА**

У првом уводном поглављу концизно је наведен и образложен основни разлог увођења уопштених неklasичних решења ПДЈ и конкретно наведен рад који је основна референца за резултате у теорији вискозних решења. Потом су дате неке основне особине функционалних ЛП Соболевих и Хелдерових простора, као основни простори функција у којима се може говорити о регуларности ових решења.

У другом поглављу дат је преглед Лапласове једначине и Дирихлеовог граничног проблема. Дата је мотивација кроз интерпретацију Лапласове једначине стохастичким процесима случајног хода. Поред тога, наведени су неки конкретни примери примене. Дискутовано је постојање решења варијационим методом и принципом поређења. Наведене су основне особине хармонијских функција, једнакост у средњем, Лиувилова теорема, Хопфова лема, принцип максимума и његова директна последица – принцип поређења. На крају поглавља дат је кратак резиме о постојању решења Лапласове једначине.

У трећем, главном поглављу, разматране су произвољне потпуно нелинеарне елиптичне једначине. Образложено је шта значи елиптичност за решење ових једначина. Такође су разматрани постојање, јединоственост и регуларност решења. Описане су неке варијације проблема случајног хода из којих се може извести свака потпуно нелинеарна елиптична једначина. Дате су вероватносне интерпретације ових једначина стохастичким процесима, њиховим инфинитезималним генераторима, примерима из оптималног управљања и контролисане дифузије. На крају је дат табеларни приказ кореспонденције конкретних једначина са реалним применама. Наведена је теорема о процени регуларности класичних решења у две димензије. Уведена су вискозна решења, размотрени принципи поређења и процене регуларности за вискозна решења. Такође, уведени су Пучијеви екстремални оператори коришћени у доказима теорема о вискозним решењима. На крају главе дати су најновији резултати у овом правцу и наведени су неки још увек отворени проблеми из ове области.

У последњој, четвртој глави, изложена је материја из нелокалних верзија једначина које су изучаване у трећем поглављу. Дате су мотивације за увођење оваквих једначина, како са теоријског аспекта, тако и са становишта примене. Дата је дефиниција елиптичности у овом контексту и конкретни облици линеарних оператора који су елиптични у смислу новоуведене дефиниције. Такође, дате су дефиниције субрешења и суперрешења у вискозном смислу за ову врсту једначине. Дата је паралела између основног примера класичног елиптичног оператора – Лапласовог оператора, и основног примера нелокалног оператора – фракционог Лапласијана. На крају главе изнети су резултати из теорије регуларности вискозних решења за потпуно нелинеарне интегро-диференцијалне једначине у којима је оправдано увођење Пучијевих екстремалних оператора из претходне главе.

**VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

Циљ овог мастер рада је да се да преглед главних прекретница у развоју теорије процене регуларности решења једнчина варијационе анализе од постављања XIX Хилбертовог проблема на самом почетку 20. века, 1900. године на другом математичком конгресу, до најактуелнијих истраживања у данашњем тренутку. У складу са тим, у предговору се наводи решење овог проблема који је уследио много година касније, тек у другој половини двадесетог века, и потом се даље у раду говори о основним општим теоријским оквирима линеарних проблема са условима из Хилбертовог проблема, њиховим уопштењима, регуларности и постојању класичних решења ових уопштених проблема, увођењем концепта ослабљења услова за решење – вискозним решењима. Дат је такође преглед нових поприлично савремених резултата из теорије регуларности вискозних решења и на крају је отворена будућа траса истраживања у оквиру нелокалних потпуно нелинеарних интегро-диферцијалних елиптичних једначина, које су такође мотивисане стварањем што бољих математичких модела појавама из широког спектра тема у реалном свакодневном животу, што је основни разлог потребе за добрим познавањем теорије ПДЈ уопште.

**VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Мастер рад је урађен у складу са одабраном темом. Сви аспекти изучавања наведени у пријави теме су детаљно анализирани и приказани. Рад је прегледно и добро написан. Дати су адекватни примери који омогућавају разумевање изложеног материјала. Кандидат је у потпуности овладао датом тематиком.

**VIII ПРЕДЛОГ**

На основу укупне оцене комисија предлаже да се мастер рад прихвати, а кандидату Марку Гогићу одобри одбрана.

Нови Сад, 05.09.2023.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

---

Др Дора Селеш  
редовни професор ПМФ-а, председник

---

Др Србољуб Симић  
редовни професор ПМФ-а, члан

---

Др Марко Недељков  
редовни професор ПМФ-а, ментор