

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<p>1. Датум и орган који је именовео Комисију 5.10.2022. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</p> <p>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <ul style="list-style-type: none">• др Милош Курилић, редовни професор ПМФ-а у Новом саду, ужа н.о. анализа и вероватноћа, изабран 15.6.2004. године - председник• др Борис Шобот, ванредни професор ПМФ-а у Новом саду, ужа н.о. алгебра и математичка логика, изабран 4.5.2022. године - члан• др Бориша Кузељевић, ванредни професор ПМФ-а у Новом саду, ужа н.о. алгебра и математичка логика, изабран 1.9.2023. године - ментор
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
<p>1. Име, име једног родитеља, презиме: Маја (Милован) Самарцић</p> <p>2. Датум рођења, општина, република: 15.05.1995. Лозница, Србија</p> <p>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење: 2018. године, Интегрисане академске студије – Мастер професор математике</p>
III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА
Чех-Стоунова компактификација природних бројева
IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА
<p>Мастер рад „Чех-Стоунова компактификација природних бројева“ написан је на 76 страна и природно је подељен у 5 глава. Попис коришћене литературе садржи 24 библиографске јединице.</p> <p>Прва глава представља преглед предзнања неопходног за даље читање. Покрива резултате из Булових алгебри, теорије скупова и топологије. На крају ове главе уведен је појам компактификације, као и начин за поређење компактификација тополошког простора. Чех-Стоунова компактификација, којом се бави овај рад, максимална је компактификација тополошког простора који задовољава аксиому сепарације Тихонова.</p>

У другој глави се анализира Чех-Стоунова компактификација скупа природних бројева уз претпоставку да важи Континуум хипотеза. Дата је једна карактеризација Булове алгебре $P(\omega)/fin$, као и једна карактеризација тополошког простора ω^* , простора неглавних ултрафилтера на пребројивом скупу. Осим тога, у овој глави је представљен и доказ да ω^* није хомоген простор под Континуум хипотезом.

У трећој глави се анализира Чех-Стоунова компактификација скупа природних бројева у моделима теорије скупова у којима не важи Континуум хипотеза. Приказана су два централна резултата. Први да је Континуум хипотеза еквивалентна тврђењу да су све Булове алгебре кардиналности континуума које задовољавају услов H_ω међусобно изоморфне. Други је да Мартинова аксиома имплицира да је сваки компактан простор тежине мање од континуума непрекидна слика ω^* .

У четвртој глави су уведена два предуређења на простору $\beta\omega$ – простору свих ултрафилтера на пребројивом скупу, који је, са одговарајућом топологијом, једна презентација Чех-Стоунове компактификације скупа природних бројева. То су Рудин-Кислер и Рудин-Фролик уређење. Између осталог представљен је Куненов резултат да постоје два Рудин-Кислер неупоредива ултрафилтера. Такође, представљен је и ZFC доказ да простор ω^* није хомоген.

У петој глави су детаљније анализиране неке специјалне тачке у простору $\beta\omega$. Конкретно, показано је да простор ω^* садржи слабе П-тачке.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Уводни део рада је прва глава у којој су уведени сви неопходни појмови. На почетку су дате дефиниција и основне особине Булових алгебри, као и основни елементи Стоунове дуалности. Након тога су уведени ординали и кардинали. Ови појмови су неопходни за разумевање остатка рада, а представљени су без подразумевања било каквог предзнања. На крају уводног дела дате су основе из топологије, заједно са дефиницијом и почетним тврђењима о компактификацијама тополошких простора. Овај почетни део рада може бити занимљив увод свима које занима ова област математике.

Главни део мастер рада чине преостале четири главе. У овом делу рада су представљене најважније особине простора ултрафилтера $\beta\omega$ и ω^* , који су хомеоморфни Чех-Стоуновој компактификацији скупа природних бројева и њеном остатку. Приказано је како особине ових објеката зависе од аксиома теорије скупова које се посматрају у датом случају. Неки од резултата су доказани у ZFC систему аксиома, а чињеница да је ω^* нехомоген простор је изведена и из Континуум хипотезе и у ZFC (из историјских разлога). Овај део рада је прегледан, са комплексним доказима и може се користити као почетна литература на српском језику за оне који желе да се дубље баве скуп-теоретском топологијом.

Рад садржи неколико веома сложених конструкција трансфинитном рекурзијом уз коришћење суптилних комбинаторних аргумената, као и дубоких примена Стоунове дуалности. Његово писање захтевало је комбиновање метода топологије и теорије скупова.

VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

У раду су приказане неке од најважнијих особина Чех-Стоунове компактификације скупа природних бројева. Приказани су резултати који важе у свим моделима ZFC теорије скупова, као и они који важе у неким специјалним моделима. Централни резултати који су приказани у раду су да простор ω^* није хомоген, као и да постоје Рудин-Кислер неупоредиви ултрафилтери у ω^* .

VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА

Мастер рад је у потпуности урађен у складу са одобреном темом. Материја је изложена прегледно, а коришћена литература је релевантна за ову област математике. Математички докази су коректно и тачно изведени.

VIII ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно речено, Комисија предлаже да се мастер рад „**Чех-Стоунова компактификација природних бројева**“ прихвати, а кандидаткињи **Маји Самарцић** одобри одбрана мастер рада.

Нови Сад, 9.9.2023.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

др Милош Курилић
редовни професор, председник

др Борис Шобот
ванредни професор - члан

др Бориша Кузељевић
ванредни професор - ментор