

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b>
<p>1. <b>Датум и орган који је именовео Комисију</b> 5. 6. 2023. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</p> <p>2. <b>Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Др Розалија Мадарас Силађи, редовни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабрана у звање 26. 10. 1999. – председник комисије</li><li>• Др Петар Марковић, редовни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 1. 7. 2015. – члан комисије</li><li>• Др Бојан Башић, редовни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: дискретна математика, изабран у звање 1. 4. 2023. – ментор</li></ul>
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>
<p>1. <b>Име, име једног родитеља, презиме:</b> Николина, Милан, Михољчић</p> <p>2. <b>Датум рођења, општина, република:</b> 8. 4. 1999, Зворник, Босна и Херцеговина</p> <p>3. <b>Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:</b> 2021, Математика</p>
<b>III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b>
Комбинаторни „Nullstellensatz“
<b>ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА</b>
<p>Мастер рад заузима 98 страна и садржи 66 библиографских јединица. Подељен је на три главе, уз предговор, закључак, списак коришћене литературе и биографију.</p> <p>Прва глава укратко презентује Хилбертов „Nullstellensatz“ (као „духовни прецедент“ теореме која је главни део рада). Потом се прелази на неколико уводних речи о теорему формулисаној стотинак година касније и названој комбинаторни „Nullstellensatz“, чиме је дат шлагворт за прелазак на идући главу.</p> <p>Друга глава је подељена на две секције. У првој од њих се формулише и доказује једна помоћна лема потребна у наредној секцији. А у тој наредној секцији се формулише и доказује комбинаторни „Nullstellensatz“, централни резултат предметног мастер рада. Доказане су две верзије ове теореме, што припрема терен за наредну (и најобимнију) главу.</p> <p>Трећа глава посвећена је применама насловног резултата у различитим математичким дисциплинама. Ова глава је подељена на чак девет секција, а неке секције су подељене на и до пет одељака. У првој секцији презентује се Шевали–Варнингова теорема о заједничким нулама неког скупа полинома. У другој секцији презентује се Коши–Давенпортова теорема, што је једна од првих теорема у области теорије адитивних група. Трећа секција наставља сличном линијом, будући да се у њој презентују још неки резултати о рестрикованим сумама. Четврта секција посвећена је теорему Ердеш–Гинзбург–Зива, што је класичан резултат из (релативно младе) тзв. теорије нула-сума (енгл. zero-sum theory). Напоменимо да</p>

су у овој секцији презентована чак четири различита доказа именоване теореме (бар до тог момента у раду). У петој секцији доказује се тврђење из линеарне алгебре под називом лема о перманентама, а потом се она користи и за пети доказ теореме Ердеш–Гинзбург–Зива. Још неки резултати приказани су у укупно пет одељака ове секције. У шестој секцији прелази се на теорију графова и доказује се неколико тврђења из ове области. У седмој секцији наставља се линијом теорије графова, при чему је ова секција концентрисана на неке проблеме с бојењем графова. Ту бисмо издвојили, по критеријуму пријемчивости за аудиторјум научно-популарног нивоа, последњи од укупно пет одељака ове секције, у ком се комбинаторни „Nullstellensatz“ примењује на питање решивости популарне разбирке судоку. Осма секција бави се вишедимензионалном геометријом, и у њој се разматра један занимљив проблем о покривању темена хиперкоцке хиперравнима. Коначно, девета секција представља комбинацију линеарне алгебре и адитивне комбинаторике, и у њој се разматра одређени проблем сабирања скупова у векторским просторима над коначним пољима.

У закључку рада укратко се сумира шта је урађено.

## **V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА**

Рад *Комбинациони „Nullstellensatz“* садржи све битне елементе мастер рада: предговор, текст који је подељен у три главе, закључак и списак коришћене литературе. Рад је написан читко, прегледно и математички прецизно. Структура рада је добро конципирана: уводна глава приказује читаоцу мотивацију иза ове теореме, потом се у наредној глави презентује и доказује сама теорема, а у преосталој глави видимо изразито шаролик низ примена, што је и суштина предметног мастер рада (а и образложење популарности ове технике).

Посебно треба истаћи да се рад одликује не само високим квалитетом него и квантитетом, будући да запрема безмало троцифрен број страница, што надалеко превазилази очекиван обим једног мастер рада. Поменуто је већ да је теорема Ердеш–Гинзбург–Зива доказана на чак пет различитих начина, али и практично све остале теореме су доказане на (бар) два начина. Разлог томе је најчешће чињеница да је један доказ изведен на „класичан“ начин, а други применом теореме која је тема рада. Тиме се на упечатљив начин презентује моћ ове технике, будући да се по правилу докази њоме изведени испостављају као приметно концизнији у односу на класичне доказе.

## **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

За немачку реч „Nullstellensatz“ могло би се, у слободном преводу, рећи да значи „теорема о локацијама нула“. У домаћој и странијој математичкој литератури ова реч се везује за чувени резултат Давида Хилберта из 1893. којим је успостављена фундаментална веза између геометрије и алгебре, и на којој практично почива читава област данас позната под (прикладним) називом алгебарска геометрија.

Више од једног века касније, исту реч је позајмио Нога Алон када је 1999. формулисао и доказао тврђење које се може доживети као комбинаторна верзија Хилбертовог резултата (треба, међутим, напоменути, кредити за ово постигнуће ипак се не могу приписати у потпуности Алону, већ резултат вуче корене из рада Алона и Тарсија из 1989, уз додатно разрађивање у колаборацији Алона, Нејтансона и Руже 1996. год.). Управо овој чувеној техници, смештеној на међи више математичких области, посвећен је предметни мастер рад. У њему је детаљно изложен доказ ове теореме, а потом се прелази на разна тврђења из шароликог спектра дисциплина која се могу дедуковати као последица овог врло плодносног Алоновог резултата.

## **VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Садржај и структура мастер рада су у потпуности урађени у складу са одобреном темом. Прегледно и детаљно су наведени најављени резултати, коришћена литература је релевантна а докази су математички коректно и прецизно изведени. Уопште, материја је изложена на начин који показује да је кандидаткиња у великој мери овладава овом облашћу.

## VIII ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно речено, Комисија предлаже да се мастер рад *Комбинајорни „Nullstellensatz“* прихвати а кандидаткињи Николини Михољчић одобри одбрана.

Нови Сад,

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

---

Др Розалија Мадарас Силађи,  
редовни професор ПМФ-а, председник

---

Др Петар Марковић,  
редовни професор ПМФ-а, члан

---

Др Бојан Башић,  
редовни професор ПМФ-а, ментор