

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b>
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Датум и орган који је именовao Комисију 08.05.2023. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</li><li>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:<ul style="list-style-type: none"><li>• др Ненад Теофанов, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: Анализа и вероватноћа, изабран у звање 01.10.2010. године - председник</li><li>• др Сања Коњик, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: Анализа и вероватноћа, изабрана у звање 29.03.2020. године - члан</li><li>• др Милица Жигић, ванредни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: Анализа и вероватноћа, изабрана у звање 15.05.2020. године - ментор</li></ul></li></ol>
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Име, име једног родитеља, презиме: Јелена (Звездан) Димитрић</li><li>2. Датум рођења, општина, република: 02.02.2000. године, Шабац, Савезна Република Југославија</li><li>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење: 2018, Интегрисане академске студије – Мастер професор математике</li></ol>
<b>III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b>
„Довољни услови за постојање екстрема варијационог проблема и примери“
<b>IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА</b>
<p>Мастер рад „Довољни услови за постојање екстрема варијационог проблема и примери“ је написан на 99 страна и подељен у 5 глава: 1. Увод, 2. Прва варијација, 3. Примери, 4. Друга варијација и 5. Довољни услови, које су издељене на мања поглавља и потпоглавља (укупно 16 поглавља и 13 потпоглавља). У садржај мастер рада уврштено је и 30 слика. Такође, мастер рад садржи Предговор, Закључак и Литературу. Попис цитиране литературе броји 15 библиографских јединица.</p> <p>У мастер раду изучавани су потребни и довољни услови за постојање екстрема варијационих проблема употребом друге варијације. Посебна пажња је посвећена довољним условима који су познати као Лежандрови и Вајерштрасови услови и примерима који илуструју ове методе. Из примера се уочавају и одређене предности и недостаци представљених приступа. Зато се у наставку рада уводе методе јаких варијација које између осталог препознају и користе диференцијалне карактеристике</p>

решења посматраног варијационог проблема.

## **V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА**

### **Увод (2 поглавља и 1 потпоглавље)**

У уводном поглављу формулисан је проблем брахистохроме, који ће се разрађивати кроз цео рад, и дат је преглед основних појмова теорије диференцијалних једначина потребних за наставак рада.

### **Прва варијација (3 поглавља и 2 потпоглавља)**

У другом поглављу представљен је један једноставан проблем и наставак рада се бави његовим решавањем. Прво је дефинисана функционела у виду одређеног интеграла одговарајућег облика, као математички опис посматраног проблема. Решење проблема је у налажење екстрема те функционеле, при чему су задовољени одговарајући гранични услови. Због тога се у овом поглављу дефинише и проучава појам прве варијације, као диференцијала функционеле. Затим се тражи услов који је еквивалентан томе да је прва варијација поменуте функционеле једнака нули, као метод за тражење потенцијалних екстрема посматране функционеле. Тако се стиже до Ојлер-Лагранжове једначине. С обзиром на важност овог резултата, он је изведен на три различита начина. Почине се са Ојлеровим приступом, а онда се наставља са Лагранжовим. Разматран је и начин на који је Ди Боа Рејмонд модификовао Лагранжово извођење.

### **Примери (2 поглавља и 3 потпоглавља)**

Треће поглавље посвећено је анализирању примера код којих су функционеле специјалног облика. Такође, у овом поглављу је детаљније обрађен проблем брахистохроме који је представљен у првом поглављу.

### **Друга варијација (5 поглавља и 7 потпоглавља)**

У четвртном поглављу изводе се додатни потребни и довољни услови за постојање локалних екстрема функционеле, али сад у светлу њене друге варијације. Почине се са Лежандровим приступом овом проблему и сагледавају се његове предности и недостаци, а затим се проучава и Јакобијев приступ. Такође, на примеру навигације брода илустрован је проблем код ког нису задата оба гранична услова, што је био случај у претходном делу рада. Глава се завршава упознавањем са јаким варијацијама, у тополошком смислу, као одговором на недостатке који постоје код слабих варијација, те се изводи Вајерштрасов услов који је још један у низу потребних услова за постојање екстрема.

### **Довољни услови (4 поглавља)**

Последња, пета глава посвећена је довољним условима за постојање јаких екстрема. Проучавани су Вајерштрасови довољни услови и дати Хилбертови докази истих. Ради тога, уведен је појам поља екстремала, а затим Хилбертов инваријантни интеграл и Вајерштрасова Е-функција. На крају је приказан и Каратеодоријев метод еквивалентних варијационих проблема, који се понекад назива и „краљевски пут” до варијационог рачуна и представља најбржи и најелегантнији начин за извођење довољних услова за проблеме варијационог рачуна.

## **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

Мастер рад „Довољни услови за постојање екстрема варијационог проблема и примери“ садржи све битне елементе једног мастер рада: предговор, садржај, текст подељен у 5 глава и закључак, списак коришћене литературе са 15 библиографских јединица. У раду је консултована актуелна и релевантна литература.

Материја је изложена јасно и концизно, са неопходним теоријским математичким основама. Рад представља преглед познатих резултата у оквиру области: оптимизација, конкретно варијациони рачун. Пре свега прецизно је представљена теорија варијационог рачуна и истражене њене најважније карактеристике кроз теорију и примере. Фундаменталне теореме ове области, као што су Ојлер-Лагранжова једначина, Јакобијева једначина и Вајерштрасов услов, су доказане пратећи свој историјски развој, што значајно осветљава њихов унутрашњи смисао. Посебан акценат је стављен на представљање довољних услова за постојање слабих и јаких екстрема функционала датих преко интеграла. Сви основни појмови који су коришћени у раду су наведени у уводном делу, што значајно олакшава читање самог рада. Такође, теорија је допуњена пажљиво изабраним примерима.

## **VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Садржај и структура мастер рада су у потпуности урађени у складу са одобреном темом и задацима који су били постављени у њој. Сви коришћени појмови су детаљно анализирани и приказани.

Рад је прегледно и добро написан и садржи све неопходне елементе; дефиниције су јасне, теоријски резултати су прецизно формулисани, докази су темељно и математички коректно изведени, а теорија је илустрована добро изабраним примерима.

Кандидат је показао прецизност, систематичност, методичност, заинтересованост и самосталност у раду, те разна теоријска знања из дате области и њен историјски развој успешно уклопио у целину.

## **VIII ПРЕДЛОГ**

На основу укупне оцене, Комисија предлаже да се мастер рад „Довољни услови за постојање екстрема варијационог проблема и примери“ прихвати, а кандидаткињи Јелени Димитрић одобри одбрана.

Нови Сад, 29. мај 2023. година

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

др Ненад Теофанов  
редовни професор ПМФ, председник

др Сања Коњик  
редовни професор ПМФ, члан

др Милица Жигић  
ванредни професор ПМФ, ментор