

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b>
<p><b>1. Датум и орган који је именовao Комисију</b> 22.06.2021. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</p> <p><b>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</b> др Наташа Крклец Јеринкић, ванредни професор, ужа научна област: нумеричка математика, Природно-математички факултет у Новом Саду, 21.7.2019. – председник</p> <p>др Ивана Војновић, доцент, ужа научна област: анализа и вероватноћа, Природно-математички факултет у Новом Саду, 01.04.2018. –ментор</p> <p>др Милица Жигић, ванредни професор, ужа научна област: анализа и вероватноћа, Природно-математички факултет у Новом Саду, 15.05.2020. – члан</p>
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>
<p><b>1. Име, име једног родитеља, презиме:</b> Мирјана, Миодраг, Чивчић</p> <p><b>2. Датум рођења, општина, република:</b> 09.06.1994., Купрес, БиХ</p> <p><b>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:</b> 2017, Примењена математика – математика финансија</p>
<b>III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b>
Нумеричко решавање Хелмхолцове једначине методом коначних елемената
<b>IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА</b>
<p>Рад се састоји из увода, три поглавља и закључка. Након кратког увода у коме је представљена мотивација за проучавање и решавање једначине, у другом поглављу су представљени теоријски појмови у вези са методом коначних елемената. У трећем поглављу је описана конструкција методе коначних елемената за елиптични гранични проблем, која представља основу за нумеричко решавање Хелмхолцове једначине. У четвртном поглављу, једначина је прво представљена из угла математичке физике, а затим и нумерички решена коришћењем Матлаба. На крају петог поглавља су изведене оптималне оцене грешке и дата је кратка анализа грешке тестног примера. Затим следи кратак закључак и на крају је дат списак литературе са 9 одредница.</p> <p>Рад је написан на 59 страна и садржи 11 слика ( графикони и кодови приложени из Матлаба).</p>
<b>V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА</b>
Након кратког увода датог у првом поглављу, где је представљена примена

Хелмхолцове једначине у различитим областима науке, друго поглавље је посвећено теоријској основи за изучавање и примену методе коначних елемената. Уведени су неки од кључних појмова као што су простори непрекидних и интегралних функција, Собољевљеви простори, појам слабог решења.

У трећем делу рада је по корацима описана конструкција методе коначних елемената. Кроз једноставан пример су објашњене по деловима линеарне базне функције и њихов значај за апроксимације проблема по ФЕМ методи. Уведена је триангуларна подела домена и дефинисан је само-адјунговани елиптични проблем. У наредном поглављу је изведена оптимална оцена грешке за апроксимацију добијену методом коначних елемената (априорна оцена грешке), а након тога је урађена и апостериорна анализа грешке преко дуалности.

Веза између Хелмхолцове једначине и појединих хиперболичких и параболичких једначина долази из њене веома важне улоге у математичкој физици, због своје једноставности али и процеса који доводе до ње (таласни процеси, проток топлоте, дифузија, итд.). У четвртом поглављу имплементиран је код за поједностављени ФЕ метод за Хелмхолцову једначину који представља модификацију методе коначних елемената. Прво је уведена теоријска основа за поједностављени ФЕ метод, а затим су приказани резултати добијени у Матлабу. Поједностављени ФЕ метод је врло користан због једноставније имплементације, а грешка која настаје је занемарљива у поређењу са грешком апроксимације добијене методом коначних елемената.

Као најважнији резултат, приказан је график решења једначине, график апроксимације решења добијен генерисањем кода у Матлабу, као и одговарајући график грешке.

Последњи део поглавља усмерен је на анализу имплементације, односно на анализу грешке дате апроксимације. Увели смо оптималне оцене грешке за апроксимацију добијену методом коначних елемената, ако су дате линеарне базне функције. Прво је изведена априорна, а након тога и апостериорна оцена грешке, која је касније примењена у адаптивном алгоритму.

Тестирањем произвољне једначине, за коју већ знамо егзактно решење, можемо да закључимо да за задату толеранцију  $ТОЛ > 0.4$ , подела интервала је таква да је одмах постигнут критеријум заустављања. У супротном, требали бисмо наставити да делимо интервал како бисмо постигли критеријум профићења. У пракси, коришћењем ФЕА софтвера постоји неколико начина којима се критеријум профићења постиже (смањењем величине елемената у мрежи, повећање редоследа елемената у мрежи, глобално адаптивно профићење мреже, локално адаптивно профићење мреже итд.).

Главни део рада се завршава кратком дискусијом предности и недостатака коришћене методе, као и закључцима који дају сажет хронолошки осврт на развој методе од постанка, па све до њене примене у науци и техници.

## **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

Циљ овог мастер рада је да се нумерички реши Хелмхолцова парцијална диференцијална

једначина другог реда. Мотивација за проучавање ове једначине долази из њене широке примене у готово свим областима науке (механика таласа, квантна механика, електростатика, итд.). Ако се осврнемо на примену у механици таласа, примери где Хелмхолцову једначину налазимо су ласери, вибрационе мембране, звучни таласи који се шире, земљотреси, итд. Из тих разлога, примена и проналазак одговарајућих метода којима се долази до нумеричког решења ове једначине, представља значајан допринос за многе области науке.

#### **VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Мастер рад је урађен у складу са одобреном темом. Проблеми наведени у пријави теме су детаљно анализирани и приказани. Рад је прегледно и добро написан, садржи све неопходне елементе. Главни резултати су приказани у виду теорема, примера и извршених симулација преко Матлаба. Добијени резултати су анализирани и интерпретирани.

#### **VIII ПРЕДЛОГ**

**На основу оцене Комисија предлаже да се мастер рад Нумеричко решавање Хелмхолцове једначине методом коначних елемената прихвати, и да се кандидаткињи Мирјани Чивчић одобри одбрана.**

Нови Сад,  
23.2.2022.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

---

др Наташа Крклец Јеринкић  
ванредни професор ПМФ-а, председник

---

др Ивана Војновић  
доцент ПМФ-а, ментор

---

др Милица Жигић  
ванредни професор ПМФ-а, члан