

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<ol style="list-style-type: none">1. Датум и орган који је именовao Комисију 2. 9. 2021. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:<ul style="list-style-type: none">• Др Бојан Башић, ванредни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: дискретна математика, изабран у звање 1. 4. 2018. – председник комисије• Др Петар Ђапић, ванредни професор на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 1. 6. 2018. – члан комисије• Др Ана Сливкова, доцент на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабрана у звање 14. 2. 2019. – ментор
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
<ol style="list-style-type: none">1. Име, име једног родитеља, презиме: Милан, Радослав, Богич2. Датум рођења, општина, република: 15. 8. 1995, Сомбор, Србија3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење: 2017, мастер математике
III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА
Харшад бројеви
IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА
<p>Мастер рад садржи 9 библиографских јединица и подељен је на шест глава. У првој, уводној, глави садржана је дефиниција харшад бројева, као и општа тврђења која су потребна у наредним главама.</p> <p>У другој глави су најпре наведене неке особине суме цифара бројева у декадном запису. Даље се разматра која је највећа могућа дужина низа узастопних природних бројева који су сви харшад бројеви, и доказано је да не постоји такав низ дужине 21. Такође је показано да, ако постоји такав низ дужине 20, онда он мора почињати бројем чији је двоцифрени завршетак 90. Најзад, за сваки ненегативан цео број m конструисан је пример једног таквог 20-чланог низа чији чланови имају по $44363342786 + m$ цифара.</p>

Трећа глава се бави конструкцијом примера низова који су анализирани у претходној глави, али са члановима који имају мањи број цифара. Уведени су помоћни појмови који имају погодне особине за тражење низова са мањим бројевима и на којима се заснива метод за налажење таквих примера. Коришћењем овог метода пронађен је низ чији почетни члан има 1788 цифара. На крају је доказано да најмањи низ 20 узастопних бројева који су сви харшад бројеви почиње бројем који има бар 1760 цифара, што имплицира да је претходна конструкција врло близу оптималне (уколико није и оптимална).

Четврта глава разматра n -харшад бројеве (харшад бројеве у бројевном систему са основом n). Има две целине. У првом делу, слично као у декадном систему, показано је да не постоји низ од $2n$ узастопних природних бројева који су сви n -харшад бројеви. У другом делу је показано да је оцена $2n$ најбоља могућа, будући да се може конструисати бесконачно много таквих низова. Такође су дати примери у бројевном систему са основом 2.

У петој целини анализирани су n -харшад бројеви чији је збир цифара унапред задато k . Посебно су посматрани такви бројеви у бинарном систему, представљене су оштре горња и доња граница за најмање такве бројеве (за задато k), као и додатно побољшане границе валидне за скоро све непарне вредности k .

У последњој, шестој, глави је презентована карактеризација свих харшад бројева који се пишу само помоћу цифре 1 (тј. који су облика 111...111 и које називамо монојединични бројеви). Обухваћен је и поступак генерисања монојединичних харшад бројева који је заправо последица дате карактеризације, тј. користи се тврђење да су сви монојединични бројеви са 3^t цифара (за произвољно t) харшад бројеви.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Рад *Харшад бројеви* садржи све битне елементе мастер рада: предговор, текст који је подељен у шест глава и списак коришћене литературе. Рад је написан читко, математички прецизно и пружа увид у неке од битних особина харшад бројева. Заступљени су и примери који јасно илуструју уведене појмове и тврђења.

VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

У раду су представљени харшад бројеви, разматрана је дужина и постојање најдужега низа узастопних природних бројева који су сви харшад бројеви, како у декадном бројевном систему тако и у бројевном систему са основом n . Изложени су поступци за налажење таквих примера као и сами примери. Такође су изложене доње и горње границе за најмање харшад бројеве који су дељиви унапред задатим бројем k . Презентована је карактеризација свих монојединичних харшад бројева и поступак за генерисање таквих бројева.

VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА

Садржај и структура мастер рада су у потпуности урађени у складу са одобреном темом. Прегледно и детаљно су наведени актуелни резултати у овој области, коришћена литература је релевантна и актуелна, а докази су математички коректно изведени.

VIII ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно речено, Комисија предлаже да се мастер рад **Харшад бројеви** прихвати а кандидату **Милану Богићу** одобри одбрана.

Нови Сад, 18. 10. 2021.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

Др Бојан Башић,
ванредни професор ПМФ-а, председник

Др Петар Ђапић,
ванредни професор ПМФ-а, члан

Др Ана Сливкова,
доцент ПМФ-а, ментор