

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b>
<b>1. Датум и орган који је именовao Комисију</b>  22.6.2021. године, Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду
<b>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Проф. др Милош Курилић, редовни професор ПМФ-а у Новом Саду, ужа н.о. Анализа и вероватноћа, изабран 15.6.2004. године – председник</li><li>• Др Бориша Кузељевић, доцент ПМФ-а у Новом Саду, ужа н.о. Алгебра и математичка логика, изабран 1.9.2018. године – ментор</li><li>• Проф. др Игор Долинка, редовни професор ПМФ-а у Новом Саду, ужа н.о. Алгебра и математичка логика, изабран 1.4.2008. године – члан</li></ul>
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>
<b>1. Име, име једног родитеља, презиме:</b>  Тања (Милан) Малиновић
<b>2. Датум рођења, општина, република:</b>  10.9.1992., Травник, Босна и Херцеговина
<b>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:</b>  2020. године, Интегрисане академске студије - Мастер професор математике
<b>III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b>
 Тополошке групе

#### **IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА**

Рад је природно подељен на три дела.

У првом, уводном делу, дат је преглед основних појмова и тврђења која ће се користити у излагању о тополошким групама. Прва секција посвећена је основним појмовима о скуповима и функцијама, друга теорији група, а трећа топологији.

Други део рада развија теорију тополошких група. У првој секцији је уведена дефиниција тополошке групе и дати су основни примери, као што су адитивна група реалних бројева, јединична кружница у комплексној равни, група инвертибилних квадратних матрица са реалним коефицијентима реда  $n$  и адитивна група кватерниона. У другој секцији се описује база тополошке групе и показује се да је свака тополошка група регуларан простор. У трећој секцији се посматрају тополошки оператори у тополошким групама. У четвртој секцији се анализира повезаност тополошких група, а у петој фактор групе.

Трећи део рада бави се метризабилношћу тополошких група. У првој секцији се уводи појам преднорме, даје се карактеризација преднорми и доказује се техничка лема 3.1.8. која заузима централно место у доказима теорема у трећем делу. Осим тога, у овој секцији је доказана теорема Маркова која тврди да за сваку отворену околинду неутралног елемента тополошке групе, постоји непрекидна преднорма чија јединична лопта је садржана у датој отвореној околини. На крају ове секције доказано је и да је свака тополошка група простор Тихонова. У другој секцији трећег дела доказана је теорема Биркоф-Какутани која тврди да је у контексту тополошких група прва аксиома пребројивости еквивалентна метризабилности. Прецизније, тополошка група је метризабилна ако и само ако задовољава прву аксиому пребројивости. У наставку ове секције детаљније је изучаван појам метризабилности па је показано и да постоји инваријантна метрика компатибилна са топологијом тополошке групе ако и само ако је група уравнотежена. Такође је, између осталог, показано да је свака Абелова тополошка група тополошки изоморфна подгрупи производа неке фамилије метризабилних Абелових тополошких група. На крају је посматрана и метризабилност фактор група па је, између осталог, доказано да ако је  $H$  затворена нормална подгрупа метризабилне групе  $G$ , онда је и фактор група  $G/H$  метризабилна.

#### **V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА**

После добро написаног увода, који рад чини комплетним, следи систематско излагање теорије тополошких група. Теореме су дате са детаљним доказима, а рад је одлично организован и прегледан. Између осталог, дат је комплетан доказ теореме Биркоф-Какутани. На крају је дата добро изабрана литература. Главни извор је монографија

1. M. Tkachenko and A. Arhangel'skii, *Topological groups and related structures*, World Scientific, 2008.

#### **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

Иако су тополошке групе важна и доста изучавана област математике која има врло јаке везе са многим другим наизглед неповезаним областима, систематска анализа ових структура се, бар када је о публикацијама на нашем језику реч, не може наћи у стандардним уџбеницима и монографијама.

Циљ овог рада био је да се ови резултати обједине и систематски изложе на једном месту. Посебан изазов био је захтев да се дају детаљни докази теорема. Као резултат истраживања ауторка даје текст у којем су поменути захтеви потпуно задовољени: систематску и врло комплетну анализу тополошких група.

#### **VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Ауторка је у потпуности достигла поменуте циљеве, у налажењу оптималних доказа испољила висок степен креативности, а у организацији текста показала систематичност и одлично разумевање материје. Рад представља одличан експозиторни текст о Тополошким групама – материјал користан свима које занима ова област математике.

#### **VIII ПРЕДЛОГ**

Већу Департамента за математику и информатику ПМФ у Новом Саду

**предлажемо да рад „Тополошке групе“ кандидата Тање Малиновић прихвати као успешан и да дозволи одбрану рада.**

Нови Сад, 24.08.2021.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

\_\_\_\_\_  
проф. др Милош Курилић - председник

\_\_\_\_\_  
др Бориша Кузљевић - ментор

\_\_\_\_\_  
проф. др Игор Долинка - члан