

Prijemni ispit

Matematika

1. Date su sledeće iskazne formule:

$$A_1 : (p_1 \vee \dots \vee p_5) \Rightarrow q$$

$$A_2 : \neg(\neg p_1 \wedge \dots \wedge \neg p_5) \vee r$$

Pokazati da je iskazna formula $A : q \vee r$ logička posledica tih formula bez upotrebe istinitosnih tablica. Rešavanje zadatka svodi se na pokazivanje da je iskazna formula $A_1 \wedge A_2 \Rightarrow A$ tautologija.

2. Date su funkcije: $a_1(x) = \log_3(2^x + 1)$, $a_2(x) = \log_9(4^x + 7 \cdot 2^x)$, $a_3(x) = \log_3(2^x + 2)$.

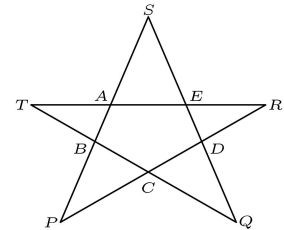
- (a) Odrediti domene ovih funkcija.
(b) Rešiti jednačinu $2 \log_9(4^x + 7 \cdot 2^x) = \log_3(2^x + 1) + \log_3(2^x + 2)$.
(c) Odrediti vrednost x tako da vrednosti funkcija a_1 , a_2 , a_3 u tački x tim redom čine prva tri člana aritmetičkog niza.

3. Data je funkcija $f(x) = \frac{\cos^2 x + \sin x \cos x - 1}{16 - x^2}$.

- (a) Odrediti domen funkcije f .
(b) Odrediti nule funkcije f .

4. Stranice petougla $ABCDE$ produžene su tako da se u preseccima dobiju temena petokrake zvezde $PQRST$: produžeci AB i DC seku se u tački P , produžeci BC i ED u tački Q itd. (Videti sliku.)

- (a) Ako su uglovi u temenima zvezde jednaki ($\angle BPC = \angle CQD = \angle DRE = \angle ESA = \angle ATB$), dokazati da petougao $ABCDE$ ima jednake unutrašnje uglove.
(b) Ako su uz to i stranice zvezde - duži PR , RT , TQ , QS i SP jednake, dokazati da je petougao $ABCDE$ pravilan (da su mu i sve stranice jednake).



5. Mladi asistent A. čuo je da profesor M. pravi svoju listu omiljenih filmova pa je rešio da i on napravi svoju. Negde je pročitao da na svakoj ozbiljnoj listi moraju da se nađu i stariji filmovi, pa je našao na IMDb-u po 5 filmova iz svake decenije od 20-tih do 90-tih godina XX veka. Na tu listu dodao je 20 novijih filmova o superherojima, i sada ima spisak od 60 filmova od kojih treba da izabere 10. Na koliko načina on to može da uradi, tako da iz svake od 8 pomenutih decenija XX veka bude izabran:

- (a) tačno po jedan film,
(b) bar po jedan film?

6. Napisati program koji učitava dimenziju niza $1 \leq K \leq 50$, a zatim i niz prirodnih brojeva manjih od 10000 zadate dimenzije K (vršiti kontrolu unosa). Potom je potrebno ispisati na ekranu sve elemente niza koji su deljivi minimalnim elementom niza. Npr. za $K = 7$ i niz $L = [7, 18, 4, 25, 3, 9, 11]$, ispisuju se elementi 18, 3 i 9, jer je minimalni element 3.

✓ Boduje se 5 najbolje urađenih zadataka.

✓ Vreme za izradu zadataka je 120 minuta.