



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I INFORMATIKU



-MASTER RAD-

**ULOGA NASTAVNIH SREDSTAVA U NASTAVI
MATEMATIKE U OSNOVNOJ ŠKOLI**

Duška Zečević

mentor: dr Zorana Lužanin

Novi Sad, 2021

“Tell me mathematics, and I will forget; show me mathematics and I may remember; involve me...and I will understand mathematics. If I understand mathematics, I will be less likely to have math anxiety. And if I become a teacher of mathematics, I can thus begin a cycle that will produce less math anxious students for generations to come.”

Furner (1999)

Uvod	4
1. NASTAVNA SREDSTVA I POMAGALA	6
2. NASTAVNA SREDSTVA U NASTAVI MATEMATIKE	9
2.1. Značaj upotrebe nastavnih sredstava u nastavi matematike.....	9
2.2. Nastavna sredstva u programima nastave i primeri iz udžbenika	22
2.3. Tradicionalna nastavna sredstva ili savremena nastavna sredstva	31
3. EMPIRIJSKO ISTRAŽIVANJE.....	34
3.1. Metodologija	34
3.2. Rezultati istraživanja	35
3.3. Ključni nalazi	43
4. PREDLOG KORIŠĆENJA NASTAVNIH SREDSTVA U NASTAVI MATEMATIKE	44
Tangram u nastavi matematike	44
Zaključak	51
Literatura	52
Prilog.....	54
Biografija.....	56

Uvod

Za ostvarivanje plana i programa nastave kako matematike, tako i drugih predmeta koji se izvode u osnovnoj školi pored sproveđenja određenog sistema didaktičkih principa, i kvalitetnog izbora nastavnih metoda i oblika rada neizbežna su i nastavna sredstva.

Nastavna sredstva omogućavaju učenicima da povežu saznanje i objektivnu stvarnost, odnosno nastavna sredstva ili didaktički materijal u nastavi nadoknađuju izvornu, objektivnu stvarnost koja nije uvek pristupačna zbog prostorne udaljenosti i svoje složenosti.

Postavlja se pitanje: „*Šta su to nastavna sredstva?*“

„*Nastavnim sredstvom možemo smatrati samo ono čime se potpomaže razumevanje, usvajanje i interpretacija sadržaja nastave učenja.*“ (Simeunović, Spasojević, 2009.)¹

„*Nastavna sredstva su svi oni predmeti, modeli, makete, crteži itd. koji su odabrani i/ili proizvedeni za potrebe nastave.*“ (Baković, 1998.)²

„*Rezultat svakog procesa jeste novo stanje, ostvarenje nekih novih kvaliteta, pa se to u podjednakoj mjeri odnosi i na nastavni proces.*“ (Poljak, 1991.)³

Ne postoji konkretna definicija koja bi definisala pojam nastavnih sredstava, ili didaktičkih materijala, ali mogli bismo reći da u nastavna sredstva spadaju razne vrste materijala, tehničkih i tehnoloških sredstava koja u procesu vaspitno-obrazovnog rada doprinose razumevanju, usvajanju znanja, i sticanju potrebnih navika. U vaspitno-obrazovnom radu nastavna sredstva mogu da budu nosioci informacija, ili spadati u grupu nastavnih pomagala, odnosno biti samo prenosioci informacija. Adekvatnija, pravilnija i raznovrsnija primena nastavnih sredstava kod učenika razvija veća interesovanja, podstiče razvoj misaonih sposobnosti, ubrzava i olakšava izgradnju modela, formiranje hipoteza, izvođenje zaključaka i rešavanje problema.

U nastavi matematike najzastupljenije nastavno sredstvo i osnovno nastavno sredstvo kao izvor znanja za ostvarenje obrazovnih ciljeva utvrđenih nastavnim planom i programom jeste udžbenik. Uz ovo nastavno sredstvo na časovima matematike u upotrebi je još i zbirka zadataka, nastavni listići za učenike, priručnik za nastavnike, sveska i slično. Koriste se još

¹ Simeunović, Spasojević (2009) – „*Savremene didaktičke teme*“

² Baković (1998) – „*Osnovi pedagogije*“

³ Poljak (1991) – „*Didaktika*“

kompleti modela, model pravouglog koordinatnog sistema, drveni i žičani modeli geometrijskih tela, kao i modeli za kvadriranje binoma i proizvoda zbira i razlike dva broja, model Pitagorine teoreme, model centralnog i periferijskog ugla...

Teorijski uvod rada daje definiciju i prikaz nastavnih sredstava sa osvrtom na moguća korišćenja u nastavi matematike.

Drugi deo se odnosi na nastavna sredstva u nastavi matematike. Dat je prikaz izabranih publikacija o primeni i značaju nastavnih sredstava. Poseban akcenat je stavljen na analizu udžbenika u nastavi matematike, odnosno na prikaz primera koliko se i kako u udžbenicima učenici upućuju na korišćenje nastavnih sredstava. Takođe, u ovom delu dat je prikaz korišćenja tradicionalnih nastavnih sredstava najčešće korišćenih od strane učenika i to već decenijama, i savremenih nastavnih sredstava u nastavi matematike u osnovnim školama, kao i da li je i u kolikoj meri moguće zameniti tradicionalna nastavna sredstva savremenim softverima i aplikacijama.

Na osnovu analize iz drugog dela razvijen je instrument (upitnik) za učenike VII i VIII razreda osnovne škole. Istraživanje je sprovedeno na 32 učenika i predstavljeni su rezultati i ključni nalazi.

Igre su, kao i nastavna sredstva, veoma korisne u nastavi matematike, pa je kao završni deo rada predstavljena mogućnosti za primenu igara u nastavi matematike u osnovnoj školi sa akcentom na igri *Tangram* koja će biti prikazana kao moguće nastavno sredstvo za usvajanje nastavnog sadržaja iz oblasti geometrije – *računanje površine geometrijskih figura, kao i sličnost trouglova i podudarnost trouglova*. Pored tradicionalnog predstavljanja igre *Tangram* (korišćenje manualne igre) dat je prikaz upotrebe igre *Tangram* na računaru.

I. NASTAVNA SREDSTVA I POMAGALA

Postoje nastavna sredstva stara koliko i nastava. U početku svoje primene nastavna sredstva su bila i po broju, i po načinu vrlo oskudna i vrlo ograničena. Sveska, olovka, lenjir spadaju u elementarnu grupu nastavnih sredstava koja se koriste decenijama unazad. Razvojem nastavnih sredstava dolazimo do različitih aplikacija i softvera za adekvatnije i efikasije praćenja procesa nastave. Sa razvojem i unapređivanjem nastavnog procesa razvila su se i modernizovala nastavna sredstva kao osnovni instrumeni nastavnog rada kojima se služe nastavnik i učenik. U nastavna sredstva kako nastave matematike, tako i drugih predmeta koji se predaju u osnovnoj školi spadaju udžbenici, zbirke zadataka, nastavni listići za učenje, priručnik za nastavnike, sveska i slično. Kada govorimo o elektronskom učenju u nastavi se koriste nastavna sredstva kao što su računari, moderna tehnologija, kao i obrazovni programi poput *GeoGebre*, *kalkulatora*, *Microsoft Mathematics* i slučno.

Ako bismo se osvrnuli na prošlost i uporedili priče naših baka i deka, roditelja i onoga što mi imamo u ponudi danas, vidimo da se školstvo, pa tako i nastavna sredstva znatno menjaju u toku vremena. I više je nego očigledno primetiti da na nastavu i nastavna sredstva utiču različiti faktori. Jedan od osnovnih problema u prošlim vremenima jeste bio nedostatak udžbenika i drugih didaktičkih materijala i sredstava. Sporim razvojem tehnike i tehnologije, sporo se i razvijala potreba za nastavnim sredstima.

U narednim decenijama u nastavu se uvode udžbenici i radne sveske za svaki predmet, a zatim i savremena tehnološka nastavna sredstva. „*Zahvaljujući tehnologiji u naučnim oblastima, bilo je moguće razvijati modernu pedagošku tehnologiju koja je doprinela i doprinosi unapređenju nastave, podizanju kvaliteta učenja i nastave. Ovo je, svakako, tačno samo pod uslovima da se pedagoška tehnologija stručno opremi programima.*“⁴

Činjenica je da su poslednjih godina brojna savremena sredstva, kao što su obrazovni video materijali projektovani pomoću računara ili interaktivne table, dinamični softveri i slično, pronašla svoje mesto u nastavi, ali je i dalje najzastupljenija tradicionalna nastava čija je osnova predavanje (verbalno prenošenje znanja) uz korišćenje didaktičkih sredstava ili bez njih.

Nastavna sredstva su zajednička potreba kako nastavnika, tako i učenika i kao takva omogućavaju interakciju sa nastavnim sadržajima. Njihov cilj je olakšavanje zadatka

⁴ <http://elisa-77.blogspot.com/2015/03/savremena-nastava-u-savremenoj-skoli.html>

nastavnika i rad učenika. Nastavna sredstva su posrednik između nastavnih sadržaja, odnosno programa, i učenika, ali takođe i između nastavnika i učenika.

Zakonom o udžbenicima i drugim nastavnim sredstvima odobravaju se sledeća nastavna sredstva za korišćenje u nastavi⁵:

- Udžbenik - osnovno didaktički oblikovano nastavno sredstvo, u bilo kom obliku ili mediju, koje se koristi u obrazovno-vaspitnom radu u školi za sticanje znanja, veština, formiranje stavova, podsticanje kritičkog razmišljenja, unapređivanje funkcionalnog znanja i razvoj intelektualnih i emocionalnih karakteristika učenika i polaznika, čiji su sadržaji utvrđeni planom i programom nastave i učenja i koji je odobren u skladu sa zakonom.
- Priručnik - predstavlja nastavno sredstvo, u bilo kom obliku ili mediju, koje se koristi za sticanje znanja, veština, formiranje vrednosnih stavova razvoj intelektualnih i emocionalnih karakteristika učenika i polaznika, čiji sadržaj prati plan i program nastave i učenja i odobren je u skladu sa zakonom.
- Drugo nastavno sredstvo - nastavno sredstvo koje doprinosi ostvarivanju ciljeva datog predmeta, prati udžbenik i može da se koristi za savladavanje, proveru, i proširivanje znanja stečenih korišćenjem udžbenika i za samostalni rad učenika i koje je usklađeno sa programom predmeta i, zavisno od predmeta i razreda, može biti:
 - radna sveska;
 - zbirka zadataka;
 - geografski atlas, istorijski atlas, zidna karta i slično;
 - zbirka tekstova, reprodukcija dokumenata, umetničkih dela, fotografija, ilustracija, crteža i slično;
 - notni zapis;
 - digitalni zapis;
 - praktikum za vežbe;
 - audio zapis;
 - audio-vizuelni zapis;
 - materijal za konstruktorsko oblikovanje;
 - gramatika i rečnik stranih jezika;

⁵ [Zakon o udžbenicima – \("Sl. glasnik RS", br.27/2018\)](#)

- Udžbenički komplet – udžbenički komplet čini udžbenik i drugo nastavno sredstvo za određeni predmet, program ili aktivnost, odnosno nastavnu oblast ili predmet u određenom razredu. Udžbenik i udžbenički komplet može da sadrži i elektronski dodatak, koji pomaže učeniku u samostalnom savladavanju, proveri i proširenju znanja, veština i stavova ili kao podsticaj za kreativni rad i koji je odobren u skladu sa zakonom.
- Dodatno nastavno sredstvo - drugo nastavno sredstvo u bilo kom obliku ili mediju, koji nije sastavni deo udžbeničkog kompleta i može biti prilagođeno na način koji posebno doprinosi ostvarivanju ciljeva i ishoda datog predmeta, koje kao takvo prati potrebe i mogućnosti učenika i polaznika kojima je potrebna dodatna podrška.
- Didaktičko sredstvo i didaktičko igrovno sredstvo – koristi se u vaspitno-obrazovnom radu u predškolskoj ustanovi, kao i obrazovno-vaspitnom radu u školi i školi za obrazovanje učenika sa smetnjama u razvoju i invaliditetom. Didaktički oblikovan sadržaj, u bilo kom obliku ili mediju, prema uzrastu dece i učenika, kao što su slikovnice, radni listovi, knjige za decu, enciklopedije, igračke, muzičke igračke, muzički instrumenti, igračke sa mehanizmom za pokretanje, audio-vizuelna sredstva i drugi predmeti i materijali.

2. NASTAVNA SREDSTVA U NASTAVI MATEMATIKE

2.1. Značaj upotrebe nastavnih sredstava u nastavi matematike

Matematička nastavna sredstva postoje već decenijama unazad. U 20. veku, švajcarski psiholog **Žan Pijaže** je razvio teoriju o razvoju dečijeg mišljenja. Pijažeova shvatanja o stadijumu u intelektualnom razvoju oblikovala su mnoge smernice za obrazovnu praksu. Prema Pijažeu, deca pre sedme godine spoznaju svet kroz opažaje i praktične aktivnosti i uče kroz igru, ali imaju problem sa logikom i uzimaju tačku gledišta drugih ljudi. Od sedme do jedanaeste godine traje *faza konkretnih operacija*. U ovoj fazi pojavljuje se logička misao, ali se deca još uvek bore sa apstraktnim i teorijskim mišljenjem. *Faza formalnih operacija* traje od dvanaeste do šesnaeste godine. U ovoj fazi deca postaju mnogo veštija i razvija se apstraktна misao i dedukcija. Prelazi se sa pojedinačkog na opšte, sa konkretnog na apstraktno.⁶ Montesori škole su se dugo zalađale za podučavanje koristeći konkretne predmete zajedno sa Pijažeovim naglasom na podučavanju od konkretnog, do reprezentativnog, i na kraju do apstraktnog, kako bi se mladim učenicima pomoglo da shvate i razumeju matematiku.⁷

Filozofije Pijažea i Montesorije koriste se i danas tokom učenja matematike. CRA model (Konkretno-Reprezentativno-Apstraktno) za učenje matematike je glavni pristup za učenje mnogih matematičkih pojmoveva. Kada podučavaju matematiku, preporuka je da nastavnici uvek počnu sa konkretnim nastavnim materijalom, nakon čega se prelazi na reprezentativne modele kao što su slike ili dijagrami, čime se vode do apstraktnog nivoa razumevanja simbola i znakova tako da učenicima nisu potrebni nastavni modeli da bi radili matematiku.

U današnjoj nastavi matematike važno je da nastavnici koriste matematička nastavna sredstva kako bi matematičke koncepte učinili konkretnijim. Nastavnici se mogu služiti već napravljenim nastavnim sredstvima, a mogu ih i sami praviti, i pomoći učenicima u kreiranju njihovih nastavnih sredstva. Primeri nastavnih sredstava jesu novac, dugmići, blokovi, tangrami, geotable, modeli geometrijskih figura, geometrijski pribor, kalkulator i slično. Upotreba ovakih vrsta nastavnih sredstava pruža nastavnicima odličan potencijal da iskoriste svoju kreativnost za dalji rad na matematičkim konceptima, umesto da se oslanjaju samo na

⁶ <https://matematika.pmf.uns.ac.rs/wp-content/uploads/2020/08/MajaZavisic.pdf>

⁷ Lj. Miočinović (2002) – Pijažeova teorija intelektualnog razvoja

udžbenike i radne listove. Shodno tome, učenici uče matematiku na ugodan način, praveći veze između konkretnih i apstraktnih pojmoveva.

Postoji veoma velik izbor nastavnih sredstava koja se koriste u nastavi, pa to daje mogućnost za različite podele.

„Epling je klasifikovao nastavne metode prema intenzitetu draži koje oni izazivaju. On je učenička iskustva podelio u četiri grupe: akustička iskustva, neposredna iskustva izopštena sa ljudima, neposredna iskustva sa predmetima i vizuelna iskustva.“ (Vilotijević M., 1999)⁸

„Nastavna sredstva možemo razvrstati i u nizu, počevši od najkonkretnijih pa do najapstraktnijih. Takvu podelu izveo je američki pedagog Edgar Dejl na: neposredna iskustva, udešena iskustva (modeli), dramatizacije, demonstracije, izleti, izložbe (eksponati), televizija, filmovi, statističke slike, radio i zvučni snimci, vizuelni simboli i verbalni simboli.“ (Bogićević M., 1974)

Kada govorimo o vrednosti primene i značaju upotrebe nastavnih sredstava prema mišljenju većine pedagoga vrednost primene odgovarajućih nastavnih sredstava bi se mogla svesti na sledeće, već proverene činjenice: (Simeunović, Spasojević, 2009.)

- Da bi se učenici upoznali sa određenim pojmovima, na osnovu kojih bi stekli znanje ili ga proverili, uz pomoć nastavnih sredstava im se obezbeđuje doslednije ostvarivanje najznačajnijih principa učenja;
- Značaj nastavnih sredstava je što oslobođaju i učenika i nastavnika rutinskih poslova, a omogućavaju im da iskažu veći stepen kreativnosti;
- Zahvaljujući nastavnim sredstvima nastava se prilagođava individualnim sposobnostima učenika, njihovim predznanjima i interesovanjima;
- Nastavna sredstva omogućavaju učenicima viši stepen samostalnosti u radu, učenici uče uviđanjem, rešavanjem i istraživanjem nastavnog problema;
- Nastavna sredstva omogućavaju veći stepen očiglednosti, a time se gradivo brže usvaja i znanja postaju trajnija;

Kada govorimo o nastavnim sredstvima neophodnim za podučavanje matematike, izdvojićemo kalkulator, kao i geometrijski pribor u koji spadaju lenjir, uglomer i šestar.

⁸ Vilotijević, M. (1999). *Didaktika 1, Predmet didaktike*. Beograd: Naučna knjiga i Učiteljski fakultet.



Slika 1: Geometrijski pribor

(izvor: https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/6dae69ec-6731-4a83-ac2c-6e898cc030b9/html/439_pribor_za_tehnicko_crtanje_i_a_formati_papira.html)

U geometriji postoje brojne geometrijske figure kao što su krugovi, kvadrati, pravougaonici, i slično. Prilikom crtanja geometrijskih figura preporuka je da učenici koriste pribor za crtanje kako bi geometrijske figure bile preciznije. Što su figure preciznije nacrtane, to su lakše za razumevanje. Decenijama unazad ljudi su koristili raznovrsni pribor za crtanje geometrijskih figura, ali moglo bi se reći da su najpopularniji među njima i tada bili lenjir, uglomer i šestar. Lenjir, uglomer i šestar koristili su se još u atičkoj Grčkoj.⁹ Kao i u prošlosti i danas ljudi koriste ovaj geometrijski pribor za crtanje mnogih geometrijskih figura. Da bi se pribor pravilno koristio moraju se znati karakteristike i funkcije svakog dela pribora.

Šta je lenjir, kako se i za šta koristi?

Lenjir je deo geometrijskog pribora koji služi za crtanje ravnih linija, kao i za merenje dužine. Na lenjiru postoji obeležena skala za merenje koja nam pomaže da otkrijemo koliko je linija dugačka.

Kada merimo rastojanje između zadatih oznaka, ne možemo uvek biti potpuno sigurni kolika je dužina. To je zato što je merenje pomoću lenjira ustvari uvek aproksimacija dužine. Da biste koristili lenjir treba ga postaviti u ravan crtanja kao smernicu kod crtanja prave linije ili u slučaju da treba izmeriti dužinu.

⁹ Albrecht W A, 1952 *A critical and historical study of the role of ruler and compass constructions in the teaching of high school geometry in the United States* (Doctoral dissertation, The Ohio State University)

Šta je uglomer, kako se i za šta koristi?

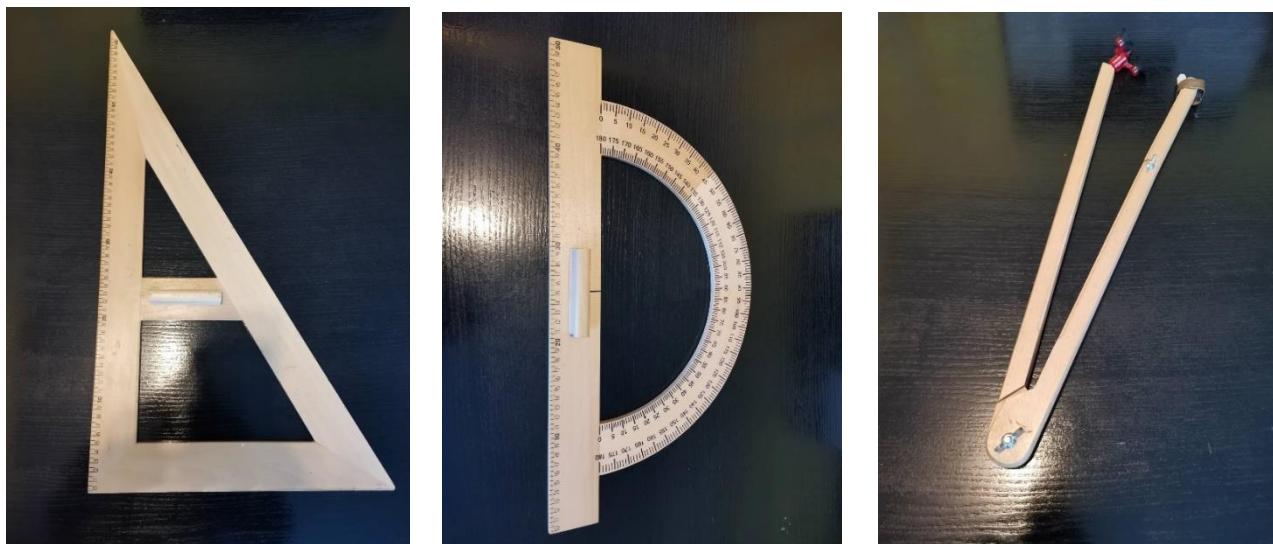
Za razliku od lenjira, uglomer je alat za merenje ugla, kao i za crtanje uglova određene veličine. Uglavnom je uglomer oblikovan kao polukrug sa skalom za merenje na ivici. Za merenje ugla koristi se merna jedinica stepen, ali u nekim slučajevima se koriste i radijani. Slično kao i lenjir, da biste koristili uglomer treba ga postaviti na ravan crtanja sa centrom u temenu ugla i ivicom na kraku ugla.

Šta je šestar, kako se i za šta koristi?

Pored lenjira i uglomera neizostavan alat za crtanje na časovima matematike jeste šestar. Karakteristike i funkcije šestara su veoma različite od karakteristika i funkcija lenjira i uglomera. Osnovna funkcija šestara je crtanje kruga ili kružnog luka, dok šestar može služiti još i za prenošenje rastojanja, kao i za prenošenje veličine uglova i dužine stranica. Šestar se sastoji od dva kraka od kojih se jedan završava iglom i koristi se kao središnja tačka prilikom crtanja, dok drugi ima olovku ili nešto slično i služi za crtanje. Pomoću šestara možemo nacrtati krug, kao i preslikati neke segmente bez merenja. Korišćenje šestara kod preslikavanja je bolje od korišćenja lenjira jer nam daje tačnu kopiju, dok nam lenjir, kao što smo već i spomenuli, daje aproksimaciju.

Postoje identična nastavna sredstva za rad na tabli, odnosno sredstva namenjena za rad nastavnika - geometrijski pribor za crtanje na časovima matematike jeste lenjir za tablu, šestar za tablu (šestar za tablu – vakuum koji služi za crtanje po belim tablama). Pomenuti geometrijski pribor se po funkcijama ne razlikuje od pribora koji koriste učenici, kao ni po karakteristikama. Razlika jeste u dimenzijama, kao i u materijalu, jer je pribor za potrebe nastavnika pretežno pravljen od drveta. Prema tome geometrijski pribor za crtanje po tabli može biti težak i komplikovan za korišćenje. Problem predstavlja i dostupnost adekvatnog pribora u školama.

Na sledećim slikama vidimo primere nastavnih sredstva za crtanje po tabli:



Slika 2: Drveni šestar za crtanje po tabli

Primer upotrebe geometrijskog pribora u nastavi matematike:

- Konstrukcija ugla od 60° (str. 54, [17])

Svi uglovi jednakostraničnog trougla međusobno su jednaki i veličina svakog od njih je 60° .

Ugao od 60° konstruišemo pomoću geometrijskog pribora kao na slici ispod.

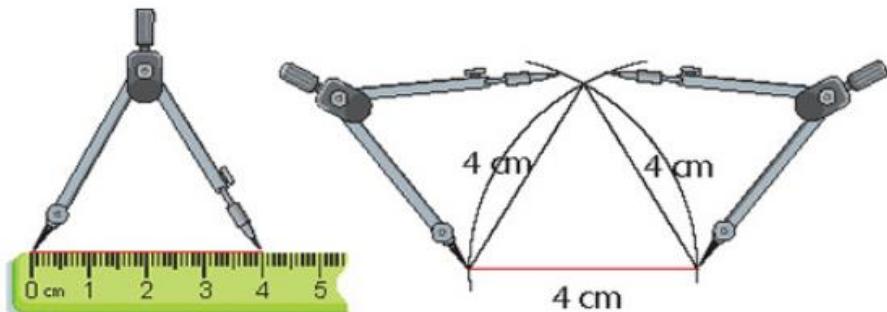


Slika 3: Konstrukcija ugla od 60° (str. 54, [18])

Objašnjenje: Koristeći lenjir nacrtamo proizvolju polupravu u čiju početnu tačku zabodemo iglu šestara i opišemo luk proizvoljne veličine. Nakon toga, istim otvorom šestara presečemo nacrtani luk, tako što iglu šestara zabodemo u presečnu tačku poluprave i opisanog luka. Na kraju, lenjirom povučemo polupravu kroz presek kao na slici.

Primetiti da su konstrukcijom određena, zapravo, temena jednog jednakostraničnog trougla. Pritom, stranicu tog jednakostraničnog trougla proizvoljno smo izabrali.

Konstrukcija jednakostraničnog trougla zadate stranice u suštini je ista kao i upravo opisana konstrukcija, s tom razlikom što je ovog puta stranica unapred zadata.



Slika 4: Konstrukcija jednakostraničnog trougla (str. 55, [18])

Pomenuti primer upotrebe geometrijskog pribora u nastavi matematike moguće je predstaviti učenicima koristeći različite nastavne metode. Nastavna metoda predstavlja način ili postupak koji se primenjuje radi ostvarivanja nekog cilja. Izbor nastavnih metoda pored postavljenog cilja časa, sastava odeljenja, uzrasta učenika zavisi i od prirode gradiva.

Prilikom obrade i utvrđivanja nastavnog sadržaja u nastavi matematike koji zahteva upotrebu geometrijskog pribora možemo koristiti *metod ilustrativnih radova*.

Pomenuti primer konstrukcije ugla od 60° moguće je prezentovati učenicima crtanjem po tabli pomoću geometrijskog pribora predviđenim za te svrhe. Prilikom crtanja po tabli, nastavnik mora da objašnjava učenicima ono što crta. Neophodno je da učenici prate instrukcije koje dobijaju od nastavnika i da oponašaju njegove pokrete i postupke crtanja. Prednost ove metode jeste to što nastavnik prilagođava brzinu rada učenicima, učenici mogu uspešno pratiti nastavnika, dok se sadržaji mogu racionalno i sistematski izlagati. Omogućuje da se složene pojave i procesi pojednostavljeni prikažu i tako lakše razumeju, a sadržaji zapamte i postanu trajna svojina učenika.

Jasno je da uspešnost realizacije ovakve vrste časa zavisi od uslova, mogućnosti i sposobnosti nastavnika. Dakle, postavlja se sledeće pitanje:

Da li se pomenuti geometrijski pribor koristi na časovima matematike?

Jedno od istraživanja koje se bavi upotrebom i funkcionalnošću geometrijskog pribora u nastavi matematike ([10]) govori o upotrebi geometrijskog pribora kako od strane učenika, tako i od strane nastavnika u nekoj od škola u Indoneziji. Nakon sprovedenog istraživanja, odgovori ispitanika su skupljeni i kategorizovani. Rezultati govore o tome da 100% ispitanih nastavnika, odnosno svi ispitani nastavnici koriste lenjur pri crtaju geometrijskih figura, zatim

41,38% nastavnika koristi uglomer, i 44,83% koristi šestar. Ova tri nastavna sredstva su nastavna sredstva koja se najviše koriste od strane nastavnika. 89,66% pribora je napravljeno od drveta. Ovo pokazuje da je pribor od drvenog materijala u velikoj prednosti u procesu učenja.

Iako je ovaj pribor najdostupniji u školama, samo 68,97% ga zapravo koriste u crtaju geometrijskih figura. Jedan od razloga je zbog toga što je tabla klizava jer 90% škola koristi bele table u učionicama. Čak 44,83% nastavnika oseća nelagodu pri korišćenju ovog pribora. Neki imaju poteškoće jer je pribor prevelik ili za pisanje po tabli koriste markere koji nisu bas praktični. Stoga se 86,21% nastavnika slaže sa tim da bi jedini pribor koji može biti bolji za učenje geometrije od gore pomenutih mogao jedan biti pribor koji može da funkcioniše kao lenjir, šestar i uglomer u jednom.

Kod analize rezultata učenika dolazi se do istog zaključka, da 100% učenika koristi lenjir za crtanje geometrijskih figura. 73,33% učenika koriste uglomer i 80% koriste šestar. Ova tri nastavna sredstva se najviše koriste od strane učenika. Međutim, 46,6% učenika se izjasnilo da im je teško da ih koriste. Čak 86,67% učenika se složilo sa izjavom da bi bilo bolje da postoji pribor za učenje geometrije koji može da funkcioniše kao lenjir, uglomer i šestar u jednom.

Nakon analiziranih podataka identificuju se sledeći problemi sa kojima se suočavaju nastavnici i učenici:

- Geometrijski pribor je neefikasan

Ponekad upotreba pribora za crtanje na času nije toliko efikasna koliko se misli. To je zato što crtanje pomoću pribora „košta“ znatno više vremena nego crtanje bez njihove upotrebe. 10,35% nastavnika se slaže da imaju poteškoće pri korišćenju pribora, a ponekad čak i traže od učenika da im pomognu pri crtaju. Slično tome, pribori za crtanje se takođe smatraju neefikasnim jer se mora nositi mnogo pribora da bi se crtali jednostavni predmeti. Na primer, ako želite da nacrtate ugao od 60° , za crtanje krakova ugla morate koristiti lenjir, uglomer za merenje ugla i na kraju pomoću šestara nacrtati luk. Na osnovu ankete 44,83% nastavnika ima slična iskustva poput navedenog i slažu se da pribori nisu efikasni.

- Geometrijski pribor je nekompatibilan

Većina škola je svoje stare klasične table zamenila novim belim tablama¹⁰. Na primer, većina šestara su bili prvobitno namenjeni za klasične table, opremljeni šiljakom kao središtem, koji može savršeno da se uhvati za podlogu. Međutim, nakon uvođenja belih tabli, šiljak nije bio kompatibilan sa belom površinom. 41,38% nastavnika ovo smatra problemom jer šestar klizi po površini i ne hvata se čvrsto. Na osnovu ankete, 96,55% škola koriste belu tablu u svojim učionicama. Iz ovoga se zaključuje da je potreban kompatibilniji pribor.

- Geometrijski pribor je ili težak ili lako lomljiv

Većina matematičkog geometrijskog pribora je napravljena od drveta. Neki pribori su napravljeni od drveta niskog kvaliteta što ih čini lako lomljivim. Ako se desi da pribor padne u toku korišćenja, lako je moguće da će se slomiti. U drugu ruku, ako je pribor napravljen od drveta visokog kvaliteta, tada će biti mnogo izdržljiviji. Međutim, visok kvalitet drveta će učiniti da pribor bude teži i komplikovaniji za korišćenje. 20,69% nastavnika misli da je postojeći pribor ili veoma tešak ili lako lomljiv.

Na osnovu opisa rezultata pomenutog istraživanja možemo zaključiti nekoliko stvari. Iako nastavnici i učenici smatraju da je pomenuti geometrijski pribor najpogodniji za crtanje geometrijskih figura, skoro polovina njih ne koristi pribor za crtanje kada je to potrebno. I pored iskustva koje nastavnici imaju u crtaju geometrijskih figura pomoću pomenutog geometrijskog pribora, ponekad imaju poteškoća pri njihovom korišćenju. Tokom ankete, neki nastavnici su tvrdili da je trenutni pribor neefikasan i nepraktičan za upotrebu. Neki pribor je takođe lošeg stanja, a dostupnost novih je retka.

Sledeći metod koji može biti koristan u nastavi matematike jeste *metod demonstracije*. Demonstracija omogućuje saznavanje vlastitog okruženja posmatranjem predmeta, pojava, procesa i radnji. Izbor sredstava za demonstraciju zavisi od nastavnikove sposobnosti da između većeg broja nastavnih sredstava odabere najpogodnije. Treba odabrati ono nastavno sredstvo koje najviše odgovara uzrastu učenika i koje će u najkraćem vremenskom periodu pomoći da što veći broj njih oblikuje konkretne i jasne predstave o prikazanom predmetu ili pojavi.

¹⁰ <https://mojakancelarija.com/bele-table-za-skole/>

Prednosti ove nastavne metode jesu u tome što čulni doživljaj više angažuje učenika, pa su znanja, stečena na ovakav način, trajnija. Razvijaju se misaone i gorovne sposobnosti učenika, jer je posmatranje osnova za zaključivanje i precizno istraživanje. Bitno je imati na umu to da nedostatak ove metode jeste u tome što pokazivanje i posmatranje sami po sebi nisu dovoljni ako ih ne prate usmena objašnjenja, tumačenje i razne aktivnosti. Demonstriranju ne treba pribegavati po svaku cenu i ne treba pokazivati radi pokazivanja. Cilj pokazivanja nije da učenici samo vide, čuju, omirišu, okuse već da se intelektualno aktiviraju.¹¹ „*Drugim rečima, funkcija pokazivanja je omogućavanje aktivnog učenja. Pokazivanje mora, dakle, biti sredstvo, a ne cilj u nastavi.*“ (Bakovljev M.,2005)

Kalkulator u nastavi matematike

Možete li izračunati koliki je kvadratni koren broja 319225?

U savremenom svetu vladaju brojevi. Kalkulator je uređaj koji vrši aritmetičke operacije nad brojevima. Jednostavniji kalkulatori mogu raditi samo sabiranje, oduzimanje, množenje i deljenje. Napredniji kalkulatori mogu rukovati eksponencijalnim funkcijama, korenovanjem, logaritmovanjem, trigonometrijskim funkcijama, kao i hiperboličnim funkcijama.

Prenosni kalkulatori na baterije su popularni među ljudima različitih profesija, kao i medju učenicima i studentima. Jedan od najprimitivnijih kalkulatora jeste *abakus* koji se još uvek koristi. Računanje na abakusu se sprovodi pomeranjem kuglica. Kuglice su postavljene u nekoliko paralelnih redova i mogu se pomerati gore-dole i označavaju aritmetičke operacije. Vešt korisnik abakusa može da izvrši neke proračune jednako brzo kao i osoba opremljena savremenim kalkulatorom.

Kako su kalkulatori postajali napredniji tokom 1970ih, na njima je postalo moguće izvršiti proračune koji uključuju promenljive. To su bili prvi lični računari. Današnji računari i dalje mogu izvoditi takve operacije, a većina ima aplikaciju za kalkulator koji na ekranu izgleda kao ručni kalkulator.

Kada govorimo o kalkulatorima u nastavi matematike pokreće se velika rasprava o njihovoј upotrebi posebno u osnovnoј školi. Postoje oni koji kažu da u učionici nema mesta za

¹¹ „*Nastavne metode*“ – Predrag Spasojević (2010)

kalkulatore, bilo da se radi o osnovnoj ili srednjoj škola. Zatim postoje oni koji kažu da mentalna aritmetika, odnosno sposobnost brzog i tačnog računanja bez korišćenja olovke i papira ili drugog pomagala nije potrebna. To što živimo u doba tehnologije računanje i obrađivanje matematičkih podataka pomoću olovke i papira postalo je zastarelo i gubljenje vremena. Nastava matematike u kojoj je uključeno korišćenje kalkulatora omogućava učenicima da ispravno i uspešno koriste tehnologiju pri rešavanju zadataka, ali da bi učenici mogli da rešavaju probleme treba i dalje da razvijaju sposobnost mišljenja i zaključivanja.

Dakle, koja je tačno uloga kalkulatora u nastavi matematike?

Kalkulator može biti odličan alat u nastavi matematike, ako se koristi u odgovarajućem okruženju i na odgovarajući način. Na primer, postoje načini da se kalkulatori koriste u nastavi matematike, a da se ne koriste za računanje, već za istraživanje i otkrivanje. Korišćenje kalkulatora za istraživanje može dovesti do odličnih matematičkih rasprava i otkrića. Učenici pomoću kalkulatora mogu istražiti brojeve i naučiti činjenice broja. To im omogućava da se usredsrede na koncept i otkriju nove ideje, umesto da se „zaglave“ sa računanjem.

Ne možemo ignorisati kalkulatore u našim školama. Oni su deo svakodnevnog života. Deca treba da znaju kako da ih koriste, ali oni takođe treba da budu svesni njihovih ograničenja i treba da poseduju dobre veštine evaluacije.¹²



Slika 5: Kalkulator

Kalkulatori se, kako na časovima matematike, tako i, sudeći po odgovorima dobijenim od učenika u istraživanju, koriste i na nekim drugim predmetima, kao što je fizika, gde bi prilikom računanja bez kalkulatora učenici gubili puno vremena. Mogli bismo zaključiti da kalkulatori sigurno mogu poboljšati učenje i omogućiti otkrića ako se koriste na pravi način.

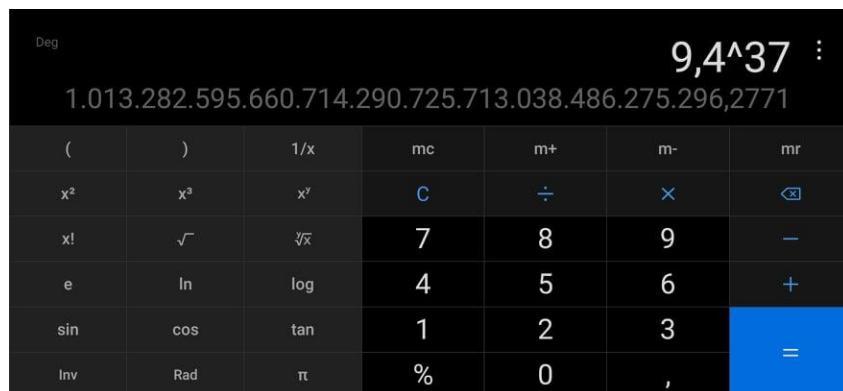
¹² http://kec-ks.org/wp-content/uploads/2016/06/BEP-Math_srb.pdf

Primer upotrebe kalkulatora u nastavi matematike:

- Algebarski izrazi

Ukoliko kalkulator ima taster x^y , onda se (približna) vrednost stepena realnog broja može neposredno izračunati. Na primer, ako želimo da izračunamo $9,4^5$, najpre unosimo osnovu 9,4, a nekon toga pritisnemo taster x^y i unosimo izložilac 5. Pritiskom na znak jednakosti, na ekranu će biti prikazana vrednost stepena.

$$9,4^5 = 730390,40224$$



Slika 6: Primer $9,4^5$ izračunat pomoću mobilnog telefona Honor 20

Kalkulator može prikazati samo određen konačan broj cifara, pa ukoliko povećamo izložilac i želimo da izračunamo $9,4^{37}$, na ekranu će biti ispisano samo konačno mnogo cifara traženog broja. Rezultat će biti standardan zapis traženog stepena, koji može biti prikazan na različite načine.

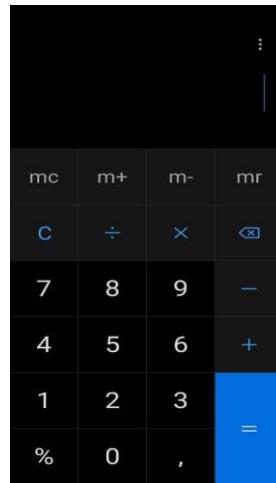
	Prikaz na ekranu	Značenje prikaza
$9,4^{37}$	1,0132825956607142907257130384863 <i>e + 36</i>	$1,0132825956607142907257130384863 * 10^{36}$
	1,013282596 <i>+ 36</i>	$1,013282596 * 10^{36}$
	1,013282596 ³⁶	

Tabela 1: Prikaz rezultata

Kalkulatori slabijih mogućnosti ne mogu da vrše izračunavanja kada su rezultati veliki brojevi poput stepena $9,4^{37}$, pa će se u tom slučaju na ekranu pojaviti samo slovo E kao skraćenica od engleske reči ERROR, što znači greška.

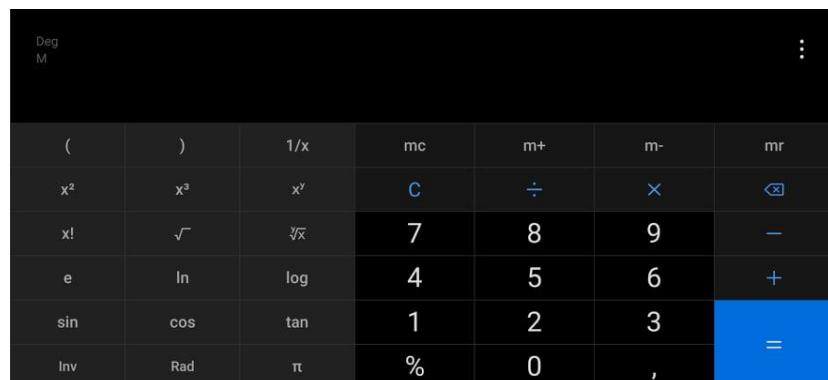
Problem primene kalkulatora u nastavi matematike jeste u tome što postoje različiti tipovi kalkulatora. Pozivajući se na primer upotrebe kalkulatora u nastavi matematike vidimo da je za rešavanje ovog tipa zadatka neophodno da kalkulator sadrži opciju x^y .

Predstavljamo primere kalkulatora na kojima je moguće, a na kojima nije moguće rešiti ovaj tip zadatka:



Slika 7: primer kalkulatora na mobilnom telefonu Honor 20

Na slici 7 vidimo primer kalkulatora na mobilnom telefonu Honor 20. Ovaj primer kalkulatora podseća na jednostavne kalkulatore koji sadrže samo osnovne računske operacije – sabiranje, oduzimanje, množenje i deljenje, i pomoću njih nije moguće rešiti ovaj tip zadatka na opisan način.



Slika 8: primer kalkulatora na mobilnom telefonu Honor 20

Slika 8 predstavlja primer naučnog kalkulatora takođe na mobilnom telefonu Honor 20. Ovaj primer kalkulatora podseće na kalkulatore koji sadrže složenije računske operacije. Kao što možemo primetiti, ovaj kalkulator sadrži opciju x^y , dakle moguće je rešiti ovaj tip zadatka.

Nastavnici moraju da nauče kako da podstiču učenke da istražuju, diskutuju i razmišljaju o matematičkim problemima. Ne smeju očekivati da će učenik nakon korišćenja navedenih i sličnih nastavnih sredstava automatski iz njih izvući ispravne zaključke o sadržaju koji se obrađuje.

Iako su ovakva nastavna sredstva dragocena u nastavi matematike, nastavnici moraju da nauče učenike kako da svoje znanje i razumevanje stečeno pomoću nastavnih sredstava primene u matematičkim problemima i da postepeno prelaze na razumevanje apstraktnih pojmove.

Metoda čitanja i rada na tekstu stavlja akcenat i dolazi do izražaja prilikom korišćenja udžbenika u nastavi matematike i omogućava nastavniku da pripremi učenike da samostalno i efikasno koriste knjigu. Prednosti ove metode jesu u tome što učenici uče da uočavaju i beleže na osnovu pročitanog, nastavnik ukazuje učenicima ono što je važno, razvija se samostalnost učenika, obogaćuje se izražavanje i podstiče nastanak različitih interesovanja. Loše strane ove metode jesu u tome što udžbenik ne prati individualne potrebe učenika, teže se savlada gradivo bez nastavnikovih objašnjenja.¹³ U nastavku rada bavićemo se analizom udžbenika, kao i istraživanjem na temu koliko se, kako i kada upotrebljavaju pomenuta nastavna sredstva.

¹³ <http://psh-skola.edu.rs/wp-content/uploads/2017/02/METODE-U-NASTAVI-i-kako-odrzati-dobar-cas.pdf>

2.2. Nastavna sredstva u programima nastave i primeri iz udžbenika

Cilj učenja matematike je da učenik, ovladavajući matematičkim konceptima, znanjima i veštinama, razvije osnove apstraktnog i kritičkog mišljenja, pozitivne stavove prema matematici, sposobnost komunikacije matematičkim jezikom i pismom, i primeni stecena znanja i veštine u daljem školovanju i rešavanju problema iz svakodnevnog života, kao i da formira osnov za dalji razvoj matematičkih pojmoveva. Ciljevi učenja nastave matematike ostvaruju se kroz očekivane ishode. Očekivani ishodi učenja pomažu učenicima da razumeju šta se od njih očekuje, a nastavnica omogućavaju da definišu znanja, veštine i stavove koje učenici treba da poseduju na kraju određenog razdoblja učenja.¹⁴

Predstavljamo neke od ishoda koji su predviđeni nastavnim planom i programom, gde se od učenika očekuje da će na kraju određenog razdoblja učenja steći potrebna znanja za korišćenje nastavnih sredstava u nastavi matematike, kao i primere udžbenika kao osnovnog nastavnog sredstva koji se koristi u nastavi matematike u ostvarivanju pomenutih ishoda.

V razred

Programom nastave predviđeno je da u oblasti – *osnovni pojmovi geometrije* čija je nastavna jedinica *odnos pravih u ravnim; paralelnost* kraljnji ishod bude sposobnost učenika da nacrtava pravu paralelnu datoj pravoj koristeći geometrijski pribor. U planu i programu nastave jasno je definisano:

„Formulisati kao očiglednu istinu da za svaku pravu i tačku van nje postoji jedinstvena prava koja prolazi kroz datu tačku i paralelna je datoj pravoj; zajedno sa ovom činjenicom pokazati crtanje (običnim i trougaonim lenjirom) prave paralelne datoj pravoj kroz tačku koja joj ne pripada.“

[17] Matematika 5, Udžbenik za peti razred osnovne škole,

Prvo izdanje (Avtori: Nebojša Ikonović, Slađana Dimitrijević; Izdavač: „Klett“ d.o.o, Beograd; Godina izdavanja: 2018.)

¹⁴ https://okc.rs/media.obrazovnokreativnicentar.com/public_html/2015/01/Materijal-sa-seminara-OKC-AON-matematika.pdf

U drugom poglavlju udžbenika (str.64,[17]) prilikom obrađivanja nastavne jedinice *odnos dve prave u ravni*, učenici se sreću sa pojmom paralelnost dve prave kroz sledeću definiciju:

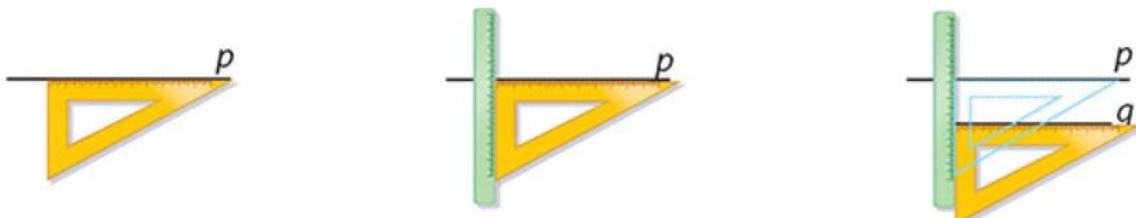


Ако праве p и q једне равни немају заједничких тачака, кажемо да су паралелне и пишемо $p \parallel q$ или $q \parallel p$.

Slika 9: Prikaz definicije paralelnih pravih (str. 64, [17])

Vidimo da data definicija ne razjašnjava dovoljno pojam paralelnih pravih, i da nije dobra za učenike petog razreda jer je pitanje da li su oni svesni toga da su prave „beskonačne“.

Crtanje paralelnih pravih predstavljeno je u udžbeniku (str. 65,[17]) sledećim slikama:



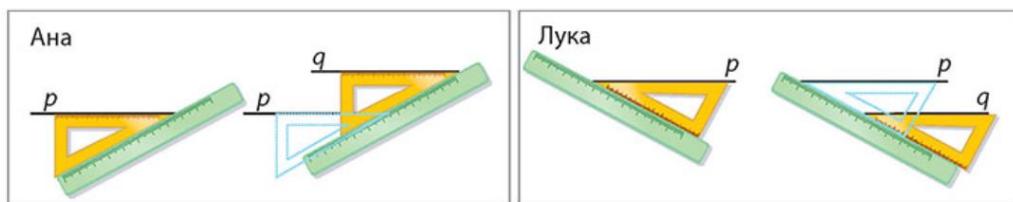
Slika 10: Ilustrovani prikaz crtanja paralelnih pravih (str. 65, [17])

Svaku od slika prati objašnjenje za pravilno korišćenje potrebnog geometrijskog pribora.

Nakon objašnjene postupke crtanjem paralelnih pravih pomoću dva lenjira dat je *zadatak 1* gde bi učenici trebali da prepoznaju da li je postupak crtanja pravih ispravan ili nije.



Задатак 1. Ана и Лука треба да нацртају праву q паралелну правој p . Њихови поступци приказани су на сликама испод. Да ли су правилно поступили?

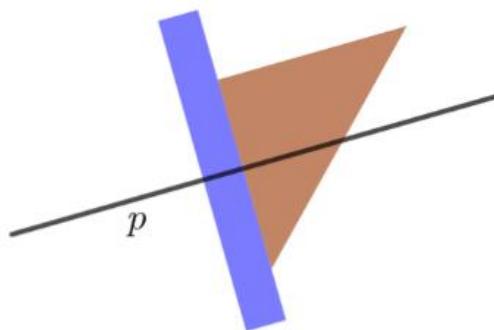


Slika 11: Primer zadatka iz udžbenika (str. 65, [17])

Prilikom korišćenja udžbenika u digitalnoj formi, moguće je videti animiran postupak crtanja paralelnih pravih koji bi mogao biti koristan prilikom uvežbavanja koristeći tradicionalna nastavna sredstva. Svaki korak u crtanju prati crvena traka gde se povlačenjem oponaša postupak opisan u datom koraku.

Да бисмо нацртали праву q која је паралелна правој p ,
поступамо на следећи начин:

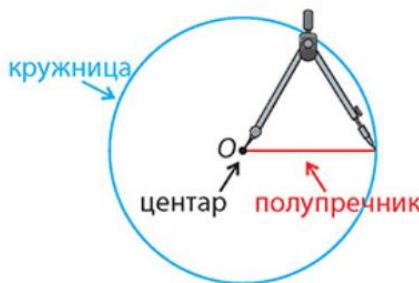
- 1) једну ивицу троугаоног лењира поставимо уз праву p ;
- 2) други лењир поставимо уз другу ивицу троугаоног лењира;
- 3) померамо троугаони лењир тако да клизи по ивици обичног лењира;
- 4) уз другу ивицу троугаоног лењира нацртамо праву q .



Slika 12: Animiran postupak crtanja paralelnih pravih iz udžbenika u digitalnoj formi

Po završetku petog razreda ученк мора бити у стању да „*опише основне појмове и вези са кругом (центар, полупрећник, тангента, тетива)*“ уз правилно коришћење геометријског прибора. „*Kористи шестар као геометријски инструмент за кретање кружница, упоредљавање дужи и операције над њима.*“

У другом pogлављу udžbenika (str. 74, [17]) prilikom obrađivanja nastavne единице – *кружница и круг* ученци se подсеćaju osnovnih pojmove vezanih za kružnicu i krug, где je naglašeno da se kružnica crta pomoću šestara, što se vidi na sledećoj slici.

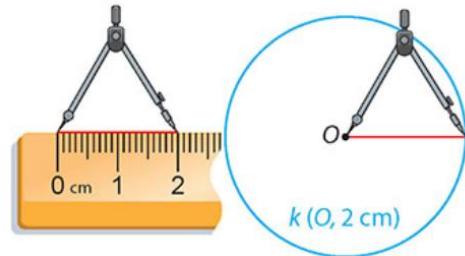


Slika 13: Ilustrovani пример crtanja кружнице помоћу шестара (str. 74, [17])

Nakon toga dat je primer konstrukcije kružnice ako su dati centar O i dužina poluprečnika r :

Na slici je dat postupak crtanja. Neophodno je da prethodno učenik u otvor šestara, pomoću lenjira, izmeri dati prečnik i zatim iz date tačke O konstruiše zadatu kružnicu.

Ако су дати центар O и дужина полупречника r , онда одговарајући кружницу обележавамо $k(O, r)$.



Slika 14: Postupak crtanja zadate kružnice (str.74, [17])

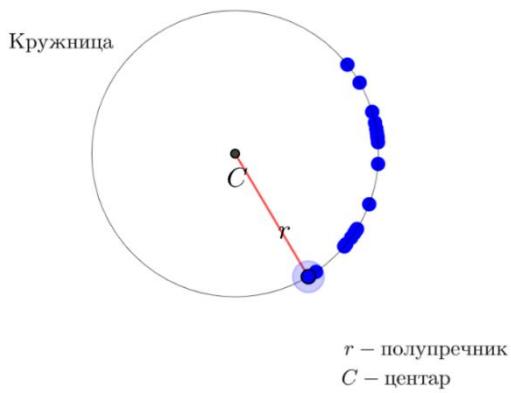


Кружницу (или кружну линију) чине све тачке равни које су једнако удаљене од једне одређене тачке те равни. Ту тачку зовемо центар, а било коју дуж чије су крајње тачке центар и нека тачка кружнице називамо полупречник.

Slika 15: Prikaz definicija kružnice (str.75, [17])

Prilikom korišćenja udžbenika u digitalnoj formi, moguće je definiciju kružnice prikazati učenicima koristeći savremena nastavna sredstva:

У равни постоји бесконачно много тачака које су једнако удаљене од једне утврђене тачке те равни.

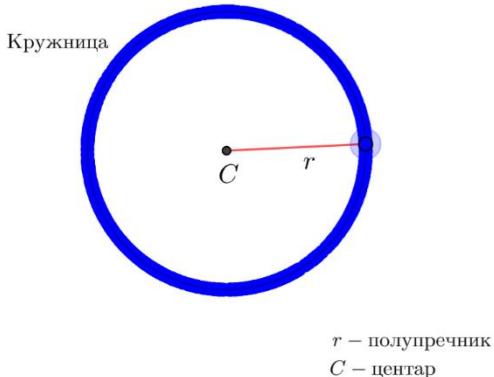


Slika 16: Prikaz definicije kružnice iz udžbenika u digitalnoj formi

Pomeranjem poluprečnika dobijamo tačke na kružnici koje su jednako udaljenje od centra kružnice. Problem prilikom korišćenja ove metode prikazivanja jeste то se u nekom momentu u toku pomeranja poluprečnika stiče utisak да не постоји više tačaka koje je moguće naći na kružnici, па се поjam бесконачно mnogo tačaka ne može jasno uočiti.



У равни постоји бесконачно много тачака које су једнако удаљене од једне утврђене тачке те равни.



Slika 17: Prikaz definicije kružnice iz udžbenika u digitalnoj formi

U četvrtom poglavlju udžbenika (str. 153, [17]) učenici se sreću sa *brojevnim izrazima*. Učenici se od jednostavnih brojevnih izraza vode ka složenim brojevnim izrazima, gde se prisećajući se prednosti računskih operacija, kao i zagrada koje predstavljaju prioritet izvršavanja operacija, vode ka rešenju. U udžbeniku (str. 154,[17]) preporučuje se da se izrazi sa višecifrenim brojevima ili decimalnim brojevima računaju uz pomoć kalkulatora ili računara. Već smo pomenuli da kalkulatori mogu biti različitog tipa, ali potrebe računanja brojevnih izraza u šestom razredu osnovne škole ispunice svaki kalkulator.

Na *primeru 5* vidimo objašnjenje za korišćenje digitrona pri računanju izraza

$$19,98435 + 436,786$$

Пример 5. Уз помоћ калкулатора збир $19,98435 + 436,786$ рачунамо притискајући тастере у датом редоследу.



Многи калкулатори имају децималну тачку уместо запете, јер се у неким земљама (нпр. САД и Велика Британија) тако пишу децимални бројеви.

Након тога на екрану калкулатора се исписује резултат.

Slika 18: Primer iz udžbenika (str. 154, [17])

Nakon ovog primera učenici стичу elementarna znanja о upotrebi kalkulatora за računanje vrednosti brojevnih izraza.

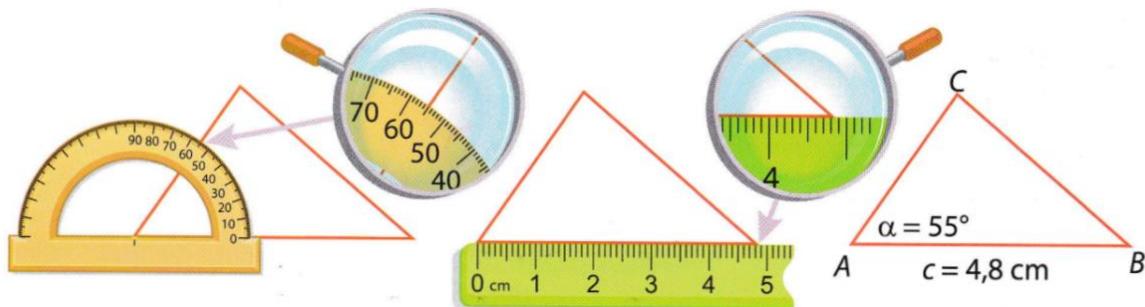
VI razred

[18] Matematika 6, Udžbenik za šesti razred osnovne škole,

Prvo izdanje (Avtori: Nebojša Ikoninović, Slađana Dimitrijević; Izdavač: „Klett“ d.o.o, Beograd; Godina izdavanja: 2018.)

Programom nastave za šesti razred osnovne škole u okviru oblasti – *trougao* predviđeno je da se, između ostalog, obrađuju i geometrijske konstrukcije – *Konstrukcije nekih uglova, osnovne konstrukcije trouglova.*

Obnavljanje gradiva vezanih za merenje uglova ispraćeno je u udžbeniku (str. 37, [18]) sledećim primerom:



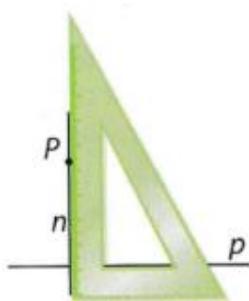
Slika 19: Primer crtanja ugla (str. 37, [18])

Učenici se ovim putem prisećaju pojma veličine uglova što je preduslov za prelazak na narednu nastavnu jedinicu *Uvod u geometrijske konstrukcije*, gde se sad akcenat stavlja na konstrukcije pomenutih geometrijskih pojmove pomoći lenjira i šestara.

„Uvesti visinu trougla kao duž koja sadrži teme trougla i normalna je na pravu određenu naspramnom stranicom“, „Konstrukcije visine lenjirom i šestarom povezati sa znanjima iz petog razreda – konstrukcijom normale iz tačke na pravu.“

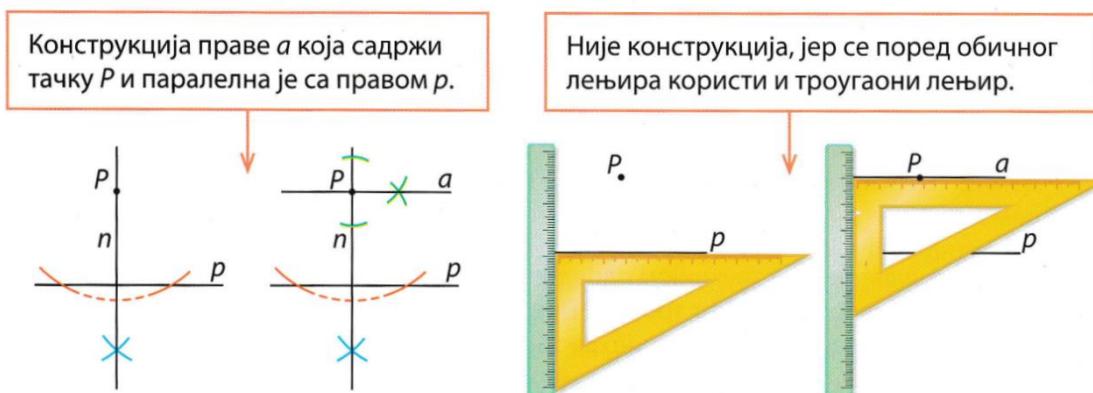
„Jasno istaći da je u (geometrijskim konstrukcijama) dozvoljena upotreba samo običnog lenjira i šestara.“

Citiran deo iz planiranja nastave i učenja, predviđen programom nastave ispraćen je sledećim sadržajem u udžbeniku [18]:



Slika 20: Slika na kojoj nije prikazana konstrukcija normale n na pravu p iz date tačke P , jer se koristi prav ugao trougaonog lenjira (str. 53, [18])

Kako su učenici već u petom razredu upoznati sa konstrukcijom normale iz tačke na pravu, učenicima je skrenuta pažnja na to da crtanje normale iz tačke na pravu pomoću pravog ugla trougaonog lenjira ne predstavlja konstrukciju. (slika 20), nakon čega sledi primer:



Slika 21: Prikaz konstrukcije normalne (str. 53, [18])

Kao što vidimo udžbenik [18] prati program nastave i na jednostavne načine, putem detaljnih i slikovitih objašnjenja upućuje na korišćenje nastavnih sredstava u nastavi matematike.

VII razred

[19] Matematika 7, Udžbenik za sedmi razred osnovne škole,

Prvo izdanje (Autori: Nebojša Ikonović, Slađana Dimitrijević; Izdavač: „Klett“ d.o.o, Beograd; Godina izdavanja: 2019.)

Jedan od ishoda koji učenik treba da ostvari na kraju sedmog razreda jeste da *izračuna stepen realnog broja i kvadratni koren i primeni odgovarajuća svojstva operacija, gde se pri*

izračunavanju vrednosti korena, kada su njihove vrednosti iracionalni brojevi, koristi kalkulatorom ili raspoloživim resursom.

Evo jednog primera iz udžbenika (str. 30, [19]) gde se učenici upućuju i savetuju da koriste kalkulator kao pomoćno nastavno sredstvo u nastavi matematike:

Zadatak: *Odredi približnu vrednost na jednu decimalu broja $\sqrt{5}$.*

„Pri izračunavanju vrednosti korena i računanja sa korenima, kada su njihovi vrednosti iracionalni brojevi, koristiti kalkulator ili raspoložive softvere“.

Пример 4. Уколико калкулатор има тастер $\sqrt{}$, онда се (приближна) вредност квадратног корена позитивног реалног броја може непосредно одредити.

Да бисмо израчунали $\sqrt{3}$, прво треба унети број чији квадратни корен тражимо, број 3, па након тога притиснути тастер $\sqrt{}$ (или код неких калкулатора ове тастере треба притиснути у обрнутом редоследу).

На екрану ће бити исписано коначно много цифара, при чему калкулатор најчешће заокругљује тражени број. На пример, на екрану се може појавити

$$1,73205080756887729352744634,$$

одакле знамо да је $\sqrt{3} \approx 1,73205080756887729352744634$.

Добијене резултате можемо додатно заокруглiti на мањи број децимала:

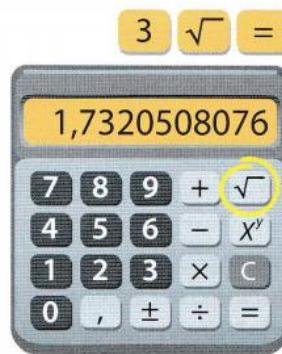
$$\sqrt{3} \approx 1,73.$$

Наравно, поступак је исти и у случају других позитивних реалних бројева. Уколико се тражи $\sqrt{3,2}$, прво треба унети број 3,2, па након тога притиснути тастер $\sqrt{}$ (или обрнуто). Добијамо да је

$$\sqrt{3,2} \approx 1,788854381999831757127338934985,$$

као и

$$\sqrt{3,2} \approx 1,79.$$



Slika 22: Primer iz udžbenika (str. 30, [19])

Nakon primera 4, односно računanja približne vrednosti броја $\sqrt{3}$ и броја $\sqrt{3,2}$ nailazimo на sledeće objašnjenje:

„Na nekim kalkulatorima nakon pokušaja izračunavanja kvadratnog korena nekog negativnog realnog broja pojavljuje se само слово E (početno слово engleske reči ERROR – greška) ili objašnjenje INVALID INPUT (NEODGOVARAJUĆI UNOS – ne može se računati kvadratni koren negativnog broja).“

VIII razred

Da bi se podstaklo ostvarivanje ishoda učenja predviđenih nastavnim planom i programom za osmi razred osnovne škole preporučeno je da sadržaje vezane za geometriju prate zadaci kojima se podstiče orijenatacija u prostoru, prostorna vizuelizacija, misaono sagledavanje prostora i slično. Budući da razvoju ovih sposobnosti značajno doprinosi veština predstavljanja prostornih odnosa slikama u ravni, neophodno je kod učenika podsticati veštinu crtanja (slobodnom rukom i geometrijskim priborom) prostornih figura. Kako bi učenici lakše upoznali geometrijska tela, njihove elemente, uočavali dijagonalne preseke i naučili da izračunavaju površinu i zapreminu ovih tela, treba koristiti njihove modele, skice i slike.

Po završetku analize udžbenika vidimo da se akcenat uglavnom stavlja na korišćenje tradicionalnih nastavnih sredstava kao što su lenjir, šestar, uglomer, pretežno u oblasti geometrije, dok se korišćenje kalkulatora u nastavi matematike kroz udžbenike preporučuje pri računskim operacijama u kojima se pojavljuju iracionalni brojevi, kao i kod računanja brojevnih izraza sa višecifrenim brojevima i brojevima u decimalnom zapisu. U nastavi matematike u osmom razredu osnovne škole akcenat se, pored korišćenja modela geometrijskih figura, stavlja na upotrebi tehnologije u nastavi. Postoji veliki broj obrazovnih softvera koji se mogu koristiti u nastavi matematike i većina softvera u potpunosti pokriva matematičke sadržaje. Neki od softvera su: *Wolfram Alfa*, *Microsoft Mathematics*, *FreeMath*, *GeoGebra*, *Octava* i sliči.

2.3. Tradicionalna nastavna sredstva ili savremena nastavna sredstva

Da li bi se učenici radije opredelili za tradicionalna nastavna sredstva ili savremena nastavna sredstva kada bi imali mogućnost da biraju?

U narednim redovima predstavićemo hipotezu o stavu učenika po ovom pitanju. Obzirom na trenutnu situaciju sa pandemijom virusa COVID – 19 bilo je nemoguće sprovesti istraživanje koje bi potvrdilo ili opovrglo ovu hipotezu, ali može biti zanimljiva tema nekog budućeg istraživanja.

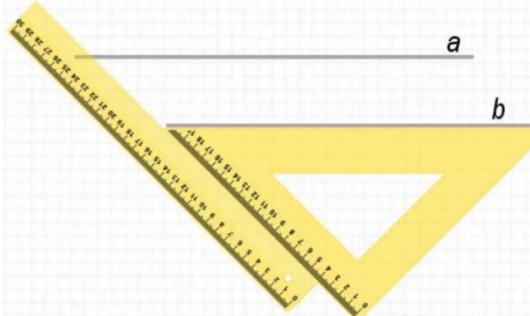
Prilikom obrade lekcije *odnos pravih u ravni; paralelnost* potrebno je da učenici savladaju tehniku crtanja paralelnih pravih. Obradu lekcije predstavićemo korišćenjem savremenih nastavnih sredstava pomoću dinamičkog softvera, kao i pomoću tradicionalnih nastavnih sredstava koji se koriste već decenijama. Potrebno je da svaki učenik ispred sebe ima računar, kao i tradicionalni geometrijski pribor.

Nastavna jedinica potrebno je da ima dve faze:

- U prvoj fazi će učenici upoznati tehniku crtanja paralelnih pravih pomoću tradicionalnih nastavnih sredstava.
- U drugoj fazi će učenici će upoznati tehniku crtanja paralelnih pravih pomoću savremenih nastavnih sredstva. (Učenicima se sadržaj projektuje pomoću projektoru i računara, ili pomoću interaktivne table).

Nakon ove dve faze potrebno je pitati učenike za koju metodu bi se radije opredelili i koja metoda im je jasnije predstavila dati nastavni sadržaj.

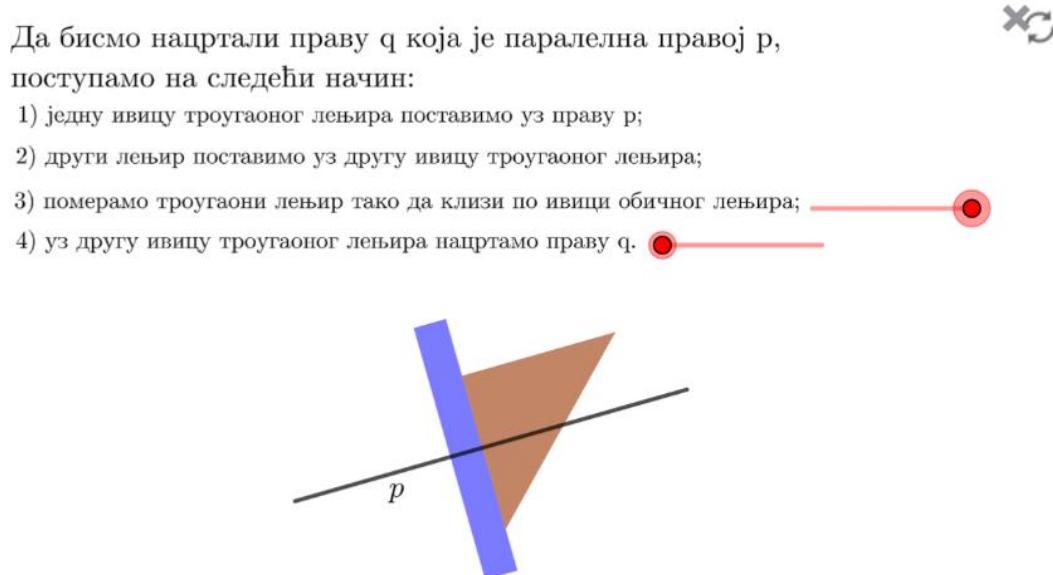
U prvoj fazi nastavnik koristi geometrijski pribor za crtanje po tabli, dok učenici koriste svoj pribor. Učenici prate nastavnikove instrukcije za crtanje paralelnih pravih i oponašaju ih u crtaju. Ovim načinom učenici savladavaju veština crtanja paralelnih pravih što je nemoguće korišćenjem dinamičkog softvera.



Slika 24: Primer crtanja paralelnih pravih pomoću pribora za crtanje po tabli

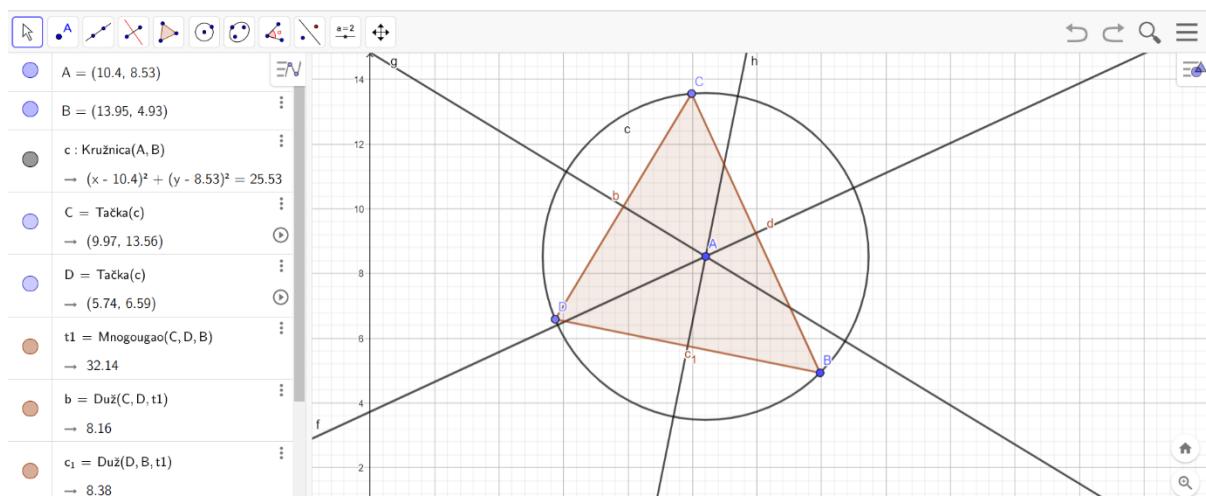
Prilikom korišćenja dinamičkog softvera učenici nemaju priliku da razviju veštinu crtanja paralelnih pravih jer je moguće da učenici samo klikom kursora na neke delove ekrana uspešno nacrtaju paralelne prave. Prednost ove metode jeste što je crtanje pomoću dinamičkog softvera preciznije od crtanja tradicionalnim nastavnim sredstvima.

Korišćenje ovakve vrste softvera videli smo u primerima iz digitalnih udžbenika:



Slika 23: Animiran postupak crtanja paralelnih pravih iz udžbenika u digitalnoj formi

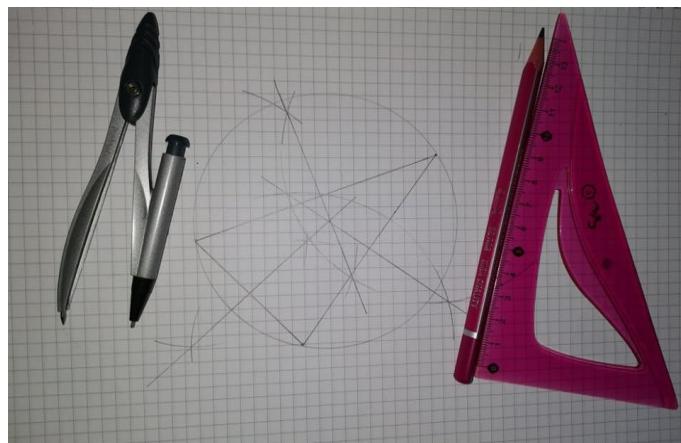
Preciznost dinamičkih softvera možemo videti na primeru crtanja opisane kružnice oko trougla. Da bismo nacrtali centar upisane kružnice, neophodno je prethodno nacrtati simetrale svake od stranica trougla. Na slici 24 predstavljena je konstrukcija opisane kružnice u dinamičkom softveru *GeoGebra* (<https://www.geogebra.org/classic?lang=sr>).



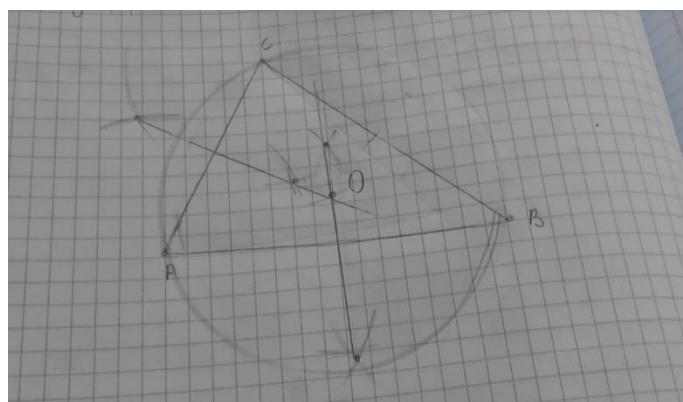
Slika 24: Konstrukcija opisane kružnice oko trougla pomoću dinamičkog softvera *GeoGebra*

Vidimo da se simetrale stranica trougla sekut u jednoj tački, kao i da opisana kružnica prolazi kroz svaku temu trougla.

Konstrukciju opisane kružnice oko trougla korišćenjem tradicionalnih nastavnih sredstva vidimo na sledećim slikama:



Slika 25. Konstrukcija opisane kružnice oko trougla pomoću tradicionalnih nastavnih sredstava



Slika 26. Konstrukcija opisane kružnice oko trougla pomoću tradicionalnih nastavnih sredstava

Možemo primetiti da je korišćenje dinamičkog softvera za crtanje odgovarajućih geometrijskih figura preciznije u odnosu na korišćenje tradicionalnih nastavnih sredstava, ali da se prilikom korišćenja dinamičkog softvera kod učenika ne razvijaju veštine crtanja. Oslanjajući se na ideju izbora između tradicionalnih i savremenih nastavnih sredstava formiran je instrument za istraživanje koje je predstavljen u sledećem poglavlju.

3. EMPIRIJSKO ISTRAŽIVANJE

U istraživanju je učestvovalo ukupno 32 učenika Osnovne škole „Branko Radičević“ iz Aleksandrova. Od 32 učenika 19 učenika osmog razreda – 8 devojčica, 11 dečaka, a 13 učenika sedmog razreda – 7 devojčica, 6 dečaka. Učenicima je upitnik, napravljen u aplikaciji Google upitnik, poslat na platformu Google učionica, gde su deca popunjavala upitnik i popunjeno upitnik slali na isti način. Vreme trajanja popunjavanja upitnika bilo je ograničeno na 24h i učenicima je naglašeno da je upitnik anoniman, i da nije za ocenu. Cilj istraživanja je bio da kroz zadatke proverimo da li i koliko učenici koriste nastavna sredstva pri rešavanju matematičkih problema, kao i za koja od nastavnih sredstava se opredeljuju kada su u poziciji sami da biraju, dok kroz pitanja pokušavamo da saznamo kako neke od nastavnih sredstava koriste u svakodnevnom životu.

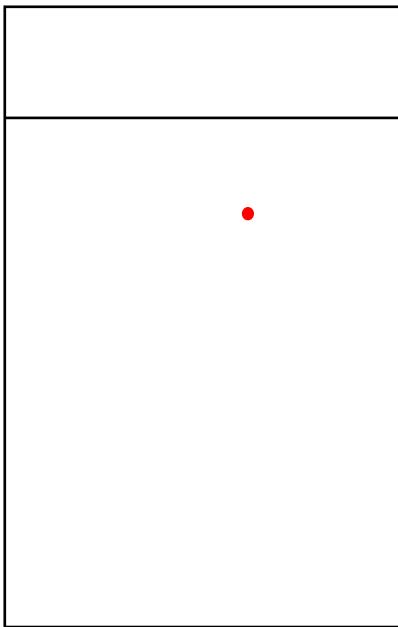
3.1. Metodologija

Prvi deo upitnika sastojao se od 4 zadatka pomoću kojih bi se videlo kako bi učenici i u kojim situacijama koristili nastavna sredstva pri rešavanju matematičkih problema, pri čemu im je dato dovoljno vremena i napomenuto im je da je upitnik anoniman. Drugi deo upitnika sastoji se od 4 otvorena pitanja u kojima se od učenika traži da opišu upotrebu nekih nastavnih sredstava u svakodnevnom životu nevezano za nastavu matematike.

Prva verzija upitnika testirana je na nekoliko ispitanika, nakon čega su napravljene određene izmene i dopune testa u cilju prikupljanja što boljih podataka. Konačan instrument (upitnik) se nalazi u prilogu, na kraju rada.

3.2. Rezultati istraživanja

Zadatak 1: Ispred tebe se nalazi papir A4 formata. Na papiru je povučena linija (vidi sliku). Potrebno je da nacrtas liniju koja je paralelna sa datom linijom, i da sadrži crvenu tačku. Kako bi to uradio/la? (Ne treba crtati liniju na papiru, nego ispod slike u datom delu za odgovor opisati rečima kako bi to uradio/la)



Prvi zadatak uradila su 32 učenika. Zadatak je bio otvorenog tipa gde su učenici imali slobodu da samostalno smisle način na koji bi tačno opisali postupak rešavanja zadatka. Nakon analize upitnika dobijeni su odgovori koji se mogu svrstati u sledeće tri grupe:

PRIMER	
TAČNO	<ul style="list-style-type: none">-Pomoću dva lenjira (postavila bih jedan na datu liniju, a drugi na jednu stranicu prvog lenjira, a zatim bih prevlačenjem prvog lenjira do date tačke dobila željenu liniju)-Postavio bih jedan lenjir na levu stranu papira, a drugi lenjir (trougao) postavio bih na nacrtanu liniju i povukao ga dole do crvene tačke i olovkom bih povukao liniju kroz crvenu tačku-Uzela bih dva lenjira, jedan postavila na liniju, a drugi naslonila sa leve strane tačno uz prvi lenjir i vukla prvi lenjir dok ne dodjem do crvene tačke. Tako bih dobila paralelnu pravu
NETAČNO	<ul style="list-style-type: none">-Nacrtala bih liniju ispod crvene tačke.-Povukla bih dijagonalu.-Povukao bih crtlu kroz tačku
NEPOTPUNO	<ul style="list-style-type: none">-Nacrtao bih liniju koja prolazi kroz crvenu tačku i paralelna je sa datom linijom-Pomoću dva lenjira i znanjem o paralelnim pravama

	<p>-Pomoću dva lenjira bih vukla paralelno sa datom pravom do tačke -Povući liniju koja će proći kroz crvenu tačku, počevši od leve strane ka desnoj (ili obrnuto) i linija treba biti takva da kada povučemo polupravu sa početkom u datoј liniji ona padne pod pravim uglom na liniju koja sadrži crvenu tačku</p>
--	---

Tabela 2: Prikaz odgovora na zadatak 1

Od 32 učenika 16 učenika je tačno odgovorilo na postavljeno pitanje, što je $\frac{1}{2}$ ukupnog broja. Netačno je odgovorilo $\frac{1}{4}$, odnosno 8 učenika, dok je nepotpuno odgovorilo isto 8 učenika.

Zadatak 2: Zamisli da sediš za radnim stolom na kojem se nalazi sve što poželiš (pribor za crtanje, računar, štampač, itd...). Dat ti je jedan list hartije. Potrebno je da isečeš dva kruga jedan poluprečnika 5 cm, a drugi poluprečnika 3 cm. Opiši kako bi ti o uradio/la.

Smisao ovog pitanja jeste da se vidi da li bi se u ovakvoj situaciji učenik radije opredelio za tradicionalna nastavna sredstva kao što su šestar, lenjir, makaze, papir i olovka, ili bi pristupio korišćenju savremenih nastavnih sredstava kao što su računar, štampač..

Od 32 ispitanika svaki od njih je naveo da bi se opredelio za tradicionalna nastavna sredstva, odnosno za šestar, lenjir, papir i makaze, bez obzira što su na raspolaganju imali da biraju gotovo sve što im padne na pamet.

Primeri odgovora dobijenih u upitniku:

-Izmerio bih poluprečnike, nacrtao krugove šestarom i isekao ih.

-Nacrtao dva kruga zadatih poluprečnika šestarom i isekao iste makazama.

-Uzela bih makaze, lenjir i šestar. U otvor šestara bih uzela odgovarajuće poluprečnike i zatim nacrtala, i isekla krugove.

-Prvo bih uzeo lenjir nacrtao poluprečnik, onda šestar i izmerio veličinu poluprečnika, nacrtao krug, isekao ga makazama. Tako bih uradio i za drugi krug.

Jedan zanimljiv odgovori koji se za nijansu razlikuje od ostalih, a koji nam jasno stavlja do znanja da bi se naši učenici u velikoj većini slučajeva opredelili za tradicionalna nastavna sredstva koja su zastupljenija u današnjoj nastavi matematike.

-Uzela bih šestar i lenjir i izmerila 5cm i šestarom na hartiji nacrtala krug. Isto tako bih i za drugi krug koji je 3cm izmerila i nacrtala krug. Zatim bih makazama isekla krugove. Ili bih

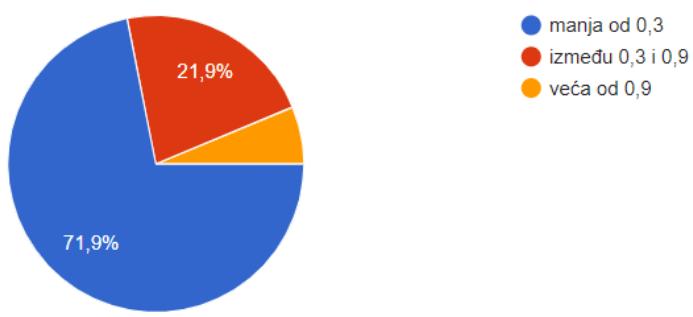
preko računara i štampača i odštampala već nacrtane krugove i isekla bih makazama. Ali više sam za šestar i lenjir.

Zadatak 3: Vrednost izraza $\frac{2^6}{3^5}$ je:

Učenici su u ovom zadatku imali tri ponuđene mogućnosti. Da je rešenje zadatka vrednost:

- manja od 0,3
- između 0,3 i 0,9
- veća od 0,9

32 odgovora



Grafik 1: Predstavljanje podataka dobijenih u analizi zadatka 3

Sa grafika očitavamo podatke da je 71,9% ukupnog broja učenika, odnosno njih 23 koji su popunjavali upitnik odgovorilo tačno na postavljen zadatak, dok je njih devetoro dalo pogrešan odgovor, što je 28,1% ukupnog broja učenika. 21,9% učenika je odgovorilo da je rešenje u intervalu između 0,3 i 0,9, a 6,2% učenika je odgovorilo da je rešenje veće od 0,9.

Zadatak 4: Izračunati vrednost izraza: $1,1 + \frac{2,3 \cdot 1,8}{3,5 - 2,7}$

(opisi kako si dobio/la odgovor – da li pomoći digitrona ili računanjem peške).

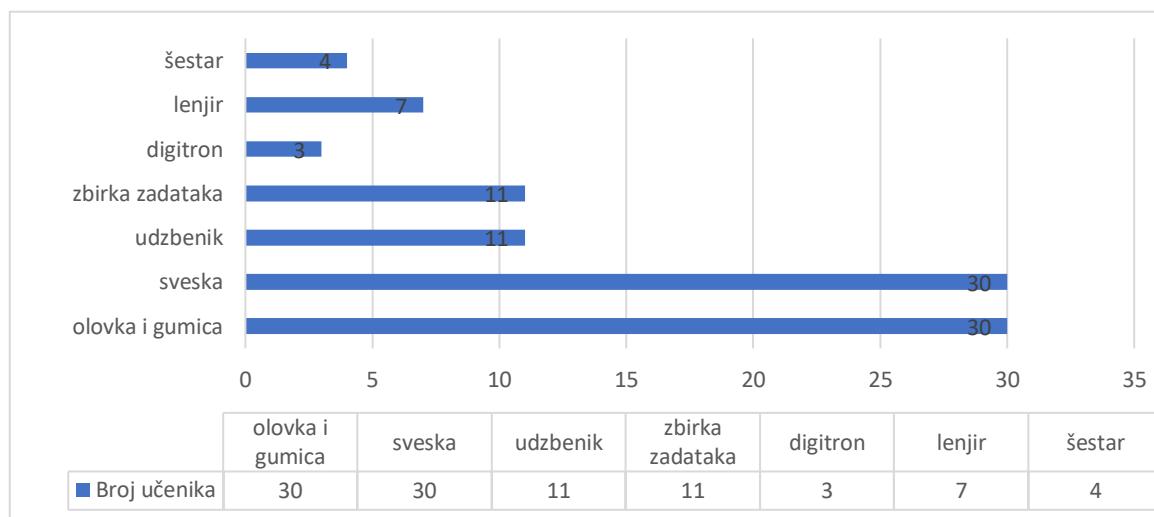
Rešenje	Broj učenika	Procenat
6,275	20 učenika	62,5%
6,247	1 učenik	3%
1,19	1 učenik	3%
6,4	1 učenik	3%
3,74	1 učenik	3%
1,617	1 učenik	3%

Tabela 3: Analiza rezultata dobijenih u zadatku 4

U tabeli 3 su prikazani podaci o odgovorima učenika na zadatak 4.

Od 32 učenika koja su popunjavala upitnik, tri učenika su prilikom predaje upitnika ostavila ovaj zadatak nepotpunjeno. Od 29 preostalih učenika, 4 učenika su napisala da ne znaju da reše ovaj zadatak. Prilikom analize smatrala sam da učenici koji su predali upitnik sa neurađenim zadatkom ne znaju da ga urade, prema tome 18,75% anketiranih učenika ne poseduju adekvatno znanje za rešavanje ovog tipa zadatka. Više od polovine učenika, tačnije 62,5% učenika je dalo tačan rezultat na postavljen zadatak. Učenici su, pored dobijenog rezultata, morali da napišu i to da li su do rešenja došli „peške“, odnosno računajući na papiru, ili su za računanje koristili digitron. Učenici su se koristili i jednom i drugom metodom, ali je primetno da su $\frac{3}{4}$ učenika koji su tačno rešili zadatak koristili digitron kao pomoćno sredstvo pri računanju.

Pitanje 1: Zamisli da pakuješ stvari za čas matematike. Samostalno treba da izabereš šta bi poneo na čas. Izaberi tri ponuđene stvari: (u slučaju da bi poneo/la nešto od stvari što nije na spisku, dopisi u polje ispod).



Histogram rezultata dobijenih kao odgovor na pitanje 1

Na osnovu histograma možemo konstatovati da gotovo svi učenici smatraju da su im neophodna nastavna sredsta za rad i praćenje časa matematike neophodni olovka, gumica i sveska. Od ispitana 32 učenika, 11 učenika smatra da su im neophodni udžbenik i zbirka zadataka, dok se za šestar opredelilo 4 učenika, za lenjir 7 učenika, a za digitron samo 3 učenika.

Pitanje 2: Gde i kako koristiš šestar, a da nije čas matematike?

Prilikom analize upitnika polovina učenika je dala odgovor:

- Na časovima tehničkog za crtanje saobraćajnih znakova.
- Na časovima tehničkog za crtanje osnovnih simbola u elektrotehnici.
- Na časovima tehničkog za crtanje zupčanika..

Od polovine preostalih učenika, 14 učenika je odgovorilo da ne koriste šestar osim na časovima matematike, dok su preostala dva odgovora:

- Kada hoću da nacrtam pravilan krug.
- Kada crtam krugove i želim da oni ispadnu savršeno

Pitanje 3: Gde i kako koristiš lenjir, a da nije čas matematike?

Prilikom analize upitnika dolazimo do sledećih odgovora:

- Kod kuće kada merimo nešto. Na primer, poslednje što sam merio su bili telefoni.
- Recimo da nacrtam neku tabelu za beleške, raspored..
- Na časovima hemije za crtanje tabela prilikom upisivanja valence.
- Kod kuće za merenje predmeta manjih dimenzija.
- Na časovima tehničkog prilikom crtanja okvira.
- Koristim kada želim da nešto bude precizno nacrtano.
- Kada crtam nešto ili pravim nešto u slobodno vreme. Na primer, nedavno sam pravila tri kutije različitih dimenzija i koristila sam lenjir.
- Kada želim da mi bude nešto uredno i precizno. Neke tabele, na primer, kada pišem spisak ocena.

Vidimo da su odgovori raznoliki, tačnije učenici koriste lenjire u različitim oblastima, ali za iste svrhe (crtanje tabela, crtanje preciznih radova i slično). Zanimljiv je podatak da je, za razliku od šestara, ovo nastavno sredstvo samo jedan učenik napisao da ne korisi nigde osim na časovima matematike.

Pitanje 4: Gde i kako koristiš digitron, a da nije čas matematike?

Prilikom analize upitnika dolazimo do sledećih odgovora:

-Uvek kada računamo nešto bitno.

-Za sabiranje bodova u društvenim igrama.

-Kada idem u prodavnicu da izračunam koliko mi je para potrebno.

-Kada pomažem tati da izračuna kvadraturu i pomoži sa cenom.

-Na časovima fizike za računanje.

-Koristim digitron da izračunam popuste u prodavnica.

-Kada treba nešto brzo da izračunam.

Najlakše i najteže iz matematike

Poslednja dva pitanja u upitniku odnose se na celokupno gradivo matematike u osnovnoj školi, gde su učenici zamoljeni da odgovore na pitanje šta im je najlakše, a šta im je najteže što uče iz matematike. Učenici su imali slobodu da iznesu svoje mišljenje, jer su pitanja bila otvorenog tipa. Analizom odgovora dolazimo do nekih zanimljivih činjenica.

Za kodiranje odgovora iskorišćeni su opšti obrazovni standardi postignuća iz oblasti matematike za kraj osnovne škole. Po ovim standardima matematika je podeljena u pet oblasti:

- BROJEVI I OPERACIJE SA NJIMA
- ALGEBRA I FUNKCIJE
- GEOMETRIJA
- MERENJE
- OBRADA PODATAKA

Učenici su u opisu najtežeg ili najlakšeg koristili sadržaje matematike. Interesantno je primetiti da odgovore koji su učenici davali pripadaju prvim trima oblastima, dok se sadržaj iz oblasti merenje i obrada podataka ne pominju ni u jednom kontekstu, ni u grupi najlakšeg, ni u grupi najtežeg gradiva matematike. Razlog zašto je to tako može biti jer nastavne jedinice ove dve oblasti nisu toliko dominantne u nastavi kao nastavne jedinice prve tri oblasti, ali i to što se prilikom obrade ovih dveju oblasti znatno više koriste nastavna sredstva kao što su projektor, laptop, bela tabla, softverski paket kao što je *GeoGebra* gde se učenicima pomaže

da vizualizuju pojmove vezane za datu nastavnu jednicu. U oblasti obrade podataka masovno je zastupljena upotreba grafikona, tabele i slično, dok je u oblasti merenja dominantno povezivanje gradiva sa realnim životnim situacijama, odnosno odgovarajuća znanja i veštine se upotrebljavaju u svakodnevnom životu.

Pitanje 5: Šta ti je najlakše iz matematike?

Analizom 32 odgovora primetno je da se dva odgovora pojavljuju veoma često. Jedan se odnosi na osnovne računske operacije, a drugi na geometriju. Odgovori su svrstani u pet grupa i predstavljeni u tabeli 4.

Oblast	Opis	Primer
Brojevi i operacije sa njima	Sadržaji obuhvaćeni standardima iz brojeva i operacije sa njima.	- <i>Sabiranje</i> - <i>Množenje</i> - <i>Korenovanje</i> - <i>Kvadriranje brojeva</i> - <i>Razlomci</i> - <i>Brojevni izrazi</i>
Algebra i funkcije	Sadržaji obuhvaćeni standardima iz algebra i funkcije.	- <i>Linearne jednačine</i> - <i>Linearne nejednačine</i>
Geometrija	Sadržaji obuhvaćeni standardima iz geometrije.	- <i>Geometrija</i> - <i>Konstrukcije geometrijskih tela</i> - <i>Sličnost trouglova</i>
Sve	Sve u celosti ili većem delu.	- <i>Sve mi je lako</i>
Ostalo	Neki oblik ličnog iskustva.	- <i>Sve što nema veze sa geometrijom</i>

Tabela 4: Prikaz odgovora na pitanje 5: „Šta ti je najlakše iz matematike?“

Pitanje 6: Šta ti je najteže iz matematike?

Analizom 32 odgovora može se primetiti da se, za razliku od pitanja šta je najlakše u nastavi matematike, u značajnom obimu pojavljuje odgovor ništa. Odgovori su svrstani u pet grupa prikazanih u tabeli 5.

Oblast	Opis	Primer
Brojevi i operacije sa njima	Sadržaji obuhvaćeni standardima iz brojeva i operacija sa njima.	- <i>Korenovanje</i>
Algebra i funkcije	Sadržaji obuhvaćeni standardima iz algebre i funkcija.	- <i>Procenti</i> - <i>Proporcije</i> - <i>Funkcije</i> - <i>Linerarne jednačine</i> - <i>Linearne nejednačine</i>
Geometrija	Sadržaji obuhvaćeni standardima iz geometrije.	- <i>Geometrija</i> - <i>Pitagorina teorema</i>
Sve	Sve u celosti ili većem delu.	- <i>Sve mi je lako</i> - <i>Sve posle množenja</i>
Ništa		- <i>Ništa</i> - <i>Ništa mi nije teško</i> - <i>Ništa mi nije najteže, sve je iste težine</i>

Tabela 5: Prikaz odgovora na pitanje 6: „Šta je najteže iz matematike“

Ova dva pitanja nam, pored toga kakav stav imaju prema nastavi i nastavnim jedinicama iz matematike, govore o tome da li i kakav uticaj nastavna sredstva imaju na stav učenika prema matematici, i koliko im olakšavaju gradivo. Poznato je da učenici često imaju „strah“ od matematike koji neretko utiče na njihovo razmisljanje o matematičkim problemima. To može biti posledica organizacije nastave i nastavnog procesa, kao i neadekvatnog korišćenja ili potpunog nekorišćenja nastavnih sredstava koja bi u mnogome učenicima olakšalo praćenje i usvajanje gradiva.

3.3. Ključni nalazi

Nakon analize rezultata vidimo da se učenici prilikom izbora nastavnih sredstva za crtanje opredeljuju za korišćenje tradicionalnih nastavnih sredstava, odnosno za upotrebu geometrijskog pribora pri crtaju geometrijskih figura. Kao neophodna sredstva za praćenje nastave matematike učenici navode olovku, svesku i guminicu, dok se osnovno didaktičko sredstvo u nastavi, odnosno udžbenik, zajedno sa zbirkom zadataka nalazi na drugom mestu. Takođe iz analize odgovora dobijenih popunjavanjem upitnika od strane učenika vidimo da se šestar, osim na časovima matematike i tehničkog obrazovanja, slabo koristi u svakodnevnom životu, i da je njegova primena isključivo vezana za crtanje krugova. Primetno je da učenici lenjir u svakodnevnom životu koriste za merenje, gde bi se jasno mogla istaći prednost tradicionalnih nastavnih sredstva, jer je merenje nekih realnih objekata gotovo nemoguće izvršiti pomoću dinamičkih softvera i savremenih nastavnih sredstva.

Kada govorimo o upotrebi kalkulatora u nastavi matematike, zanimljivo je primetiti da postoje učenici koji su dali netačno rešenje na postavljen zadatak, a koristili su kalkulator pri rešavanju, što svedoči o tome da sam kalkulator nije dovoljno dobro matematičko nastavno sredstvo, i da je neophodno znanje, razumevanje i razmišljanje da bi se pravilno koristio u nastavi.

Najveću primenu među pomenutim nastavnim sredstvima u svakodnevnom životu ima kalkulator. Dok se kod geometrijskog pribora ističe veće opredeljenje za tradicionalna nastavna sredstva, kod kalkulatora izbor je drugačiji. U realnom životu često dolazimo u situacije u kojima je potrebno izračunati površinu prostorije, popuste u prodavnicama, ukupan iznos računa i slično, gde nam je potrebna „pomoć“ kalkulatora. Usled razvoja tehnike i tehnologije i dostupnosti mobilnih telefona prednost u ovom slučaju učenici daju savremenim nastavnim sredstvima.

4. PREDLOG KORIŠĆENJA NASTAVNIH SREDSTVA U NASTAVI MATEMATIKE

Učenje je ishod aktivnosti, a razvija se i kroz igre. Igre su, kao nastavna sredstva, veoma korisne u nastavi matematike. Ako se igre izvode po pravilima koja zadovoljavaju određene didaktičke ciljeve, takve igre se nazivaju didaktičkim igram. Primer jednog funkcionalnog nastavnog sredstva u nastavi matematike za usvajanje nastavnog sadržaja iz oblasti geometrije – *računanje površine geometrijskih figura, sličnost trouglova, podudarnost trouglova, kao i crtanje upisane i opisane kružnice kod različitih geometrijskih figura* i mnogih drugih jeste slagalica *Tangram*. Logička igra koja služi da razbistri um. Sa obrazovne tačke gledišta, *Tangram* pomaže u nastavi geometrije kroz razvoj:

- geometrijskog znanja
- rasuđivanja
- geometrijske mašte koja podrazumeva sposobnost osećanja geometrijskih oblika, njihove veličine i položaja...

*Tangram u nastavi matematike*¹⁵

Tangram je drevna kineska igra, u Kini poznata pod nazivom „oštromne figure iz sedam delova”. U XIX veku igra se proširila i po Evropi. Igra se sastoji u tome da se od sedam delova kvadrata razrezanog kao na slici sastave raznovrsne figure.



Slika 27: Tangram (izvor: <https://en.wikipedia.org/wiki/Tangram>)

¹⁵ <https://www.tangram-channel.com/>

Legenda o nastanku slagalice Tangram kaže da se sluga nekog kineskog cara spotakao i pao, i slomio keramičku ploču kvadratnog oblika koju je nosio u rukama. Ploča se slomila na sedam delova, i dok je sluga pokušavao da složi ploču u prvobitni oblik napravio je razne figure životinja, stvari i ljudi.

Tangram se sastoji od sledećih delova:

- 5 jednakokrakih pravouglih trouglova
- 1 kvadrat
- 1 paralelogram

U nastavi geometrije mogu se izvoditi razne aktivnosti koje ojačavaju geometrijsku maštu modeliranjem *Tangrama* u dvodimenzionalnoj ravni.

Kako bismo mogli igru Tangram iskoristiti u nastavi matematike?

Prilikom realizacije časova datih u nastavku rada ideja jeste primena pomenutih nastavnih sredstava u kombinaciji sa igrom *Tangram* i razvijanje međupredmetnih kompetencija. *Tangram* može biti vrlo koristan u nastavi matematike, i primenjiv, pored navedenih, u velikom broju nastavnih jednica. Kako se *Tangram* može napraviti od različitih materijala, moguće je u realizaciji timskog časa matematike i tehničkog obrazovanja zadati učenicima da kreiraju sopstveno nastavno sredstvo koje će biti sastavni deo pribora za podučavanje matematike.

Pri izradi *Tangrama* učenici moraju da vladaju pojmovima normala iz tačke na pravu (visina trougla) i paralelne prave. Dakle, već u toku petog razreda učenici bi trebali biti u stanju da nacrtaju sopstveni *Tangram*. Za merenje dužine stranica geometrijskih figura, kao i za crtanje istih, učenici bi koristili geometrijski pribor.

Glavna ideja: Mnogi učenici apstraktно shvataju pojam površine. Jedna od ideja korišćenja ovog nastavnog sredstva jeste približavanje učenicima nastavni sadržaj površine geometrijskih figura sastavljujući proizvoljne figure pomoću slagalice *Tangram* i računanjem njene površine.

Naslov: *Tangram kao sredstvo u nastavi za merenje površine geometrijskih figura*

Igra *Tangram* bi mogla biti odlično nastavno sredstvo za usvajanje i uvežbavanje računanja površina različitih geometrijskih figura. Od nastavnih sredstava za realizaciju ovakve vrste časa potrebno je doneti tangram, lenjir, svesku, olovku i guminicu.

Opis aktivnosti: Glavni cilj je razvoj kreativnog mišljenja i geometrijske mašte kod učenika. Učenike bi bilo dobro podeliti u grupe od po sedam učenika u svakoj, tačno tako da svaki učenik dobije jedan deo slagalice. Nakon toga, svakoj grupi podeliti po jednu slagalicu i jednu ideju koji oblik da sastave (moguće je i pustiti učenike da sami odluče koji će oblik sastavljati, ali obzirom da su grupe veće, radi izbegavanja mogućih nesuglasica u idejama najbolje je učenicima zadati koji oblik da sastavljuju). Svaki učenik u grupi uzima jedan deo slagalice, i pomoću lenjira meri dimenzije geometrijske figure koju je uzeo, i podatke zapisuje u svesku. Nakon toga računa njenu površinu. Kada je računanje površine završeno, sastavlja se željeni oblik. Poslednji korak jeste računanje površine sastavljene figure gde se sabira površina svake geometrijske figure koja je formira.

Zadatak bi mogao da glasi ovako:

Izračunati površinu date figure sa slike tako što će svaki učenik iz grupe uzeti po jedan deo slagalice - neku geometrijsku figuru. Kada svako od vas izabere jedan deo potrebno je da pomoći lenjira izračuna dimenzije figure, zapise ih u svesku, i nakon toga izračuna njenu površinu. Kada računanje bude gotovo sastaviti dati oblik i izračunati površinu cele figure tako što ćete sabrati sve površine njenih delova.

Nakon završetka zadatka potrebno je da učenici između sebe razmene delove slagalice koje su izabrali i ceo zadatak urade ponovo. Učenici će na ta način, u slučaju dobijanja istog rezultata, biti sigurni u svoje rešenje. Svaka grupa predstavlja svoj sastavljeni oblik ostatku razreda i iznosi podataka od njenoj površini.

Zaključak koji treba da donesu jeste da je površina u svakoj grupi za različit oblik dobijen od istih geometrijskih figura jednaka.

Još jedna ideja da učenici samostalno izračunaju površine različitih geometrijskih figura od kojih se sastoји slagalica *Tangram* jeste da svako od učenika ima zadatak da sastavi proizvoljan oblik, a da pritom ne mora da iskoristi sve delove slagalice.

Opis aktivnosti: Učenike podeliti u grupe po dvoje. Nakon toga, svakom učeniku dati jednu slagalicu i zadatak.

Zadatak bi mogao da glasi ovako:

Koristeći delove Tangrama sastavi proizvoljan oblik, na primer, neku geometrijsku figuru, neku životinju, i slično. Kada završiš sa slaganjem Tangrama potrebno je da izračunaš

površinu koju tvoja slagalica zauzima na stolu. To ćeš uraditi tako što ćeš pomoći lenjira izmeriti svaku geometrijsku figuru od koje se sastoji tvoj željeni oblik. Dimenzije svakog geometrijskog oblika zapiši u svesku i priseti se odgovarajuće formule za površinu date figure, zatim za izmerene dimenzije izračunaj i površinu.

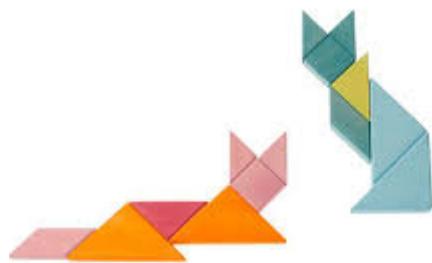
Jedan savet:

Da se ne bi došlo do zabune i mešanja površine, najbolje je da na svaku figuru pojedinačno napišeš rešenje koje dobiješ.

Rešenje zadatka dobićeš kada sabereš izračunate površine za svaku figuru.

Dobro se organizuj jer je tvoje vreme za rešavanje zadatka ograničeno ☺

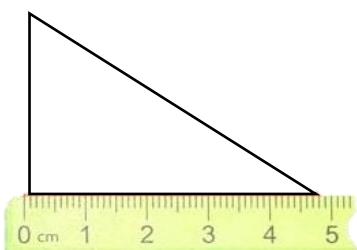
Na početku rešavanja zadatka dolazi do izražaja učenikova kreativnost u smišljanju proizvoljnog oblika pri čemu dolazi do razvoja logike, kao i kombinatornih sposobosti. Koristeći projektor i laptop može se učenicima prikazati nekoliko ideja za slaganje Tangrama.



Slika 28: Primer složenih figura

(izvor:https://www.123rf.com/photo_130135254_stock-vector-tangram-puzzle-in-horse-shape-on-white-background-vector-.html)

Nakon sastavljanja figure potrebno je da učenik koristeći lenjir izmeri dimenzije odgovarajućih figura i za te dimenzije izračuna površinu izmerene figure.



Slika 29: Primer merenja geometrijske figure

Kada učenici dođu do krajnjeg rezultata, potrebno je da sa svojim parom zamene mesta i izračunaju površinu njegove napravljene figure. Tako će svako od učenika moći da proveri dobijene rezultate.

Zaključak koji učenici treba da donesu jeste da različiti oblici mogu imati iste površine.

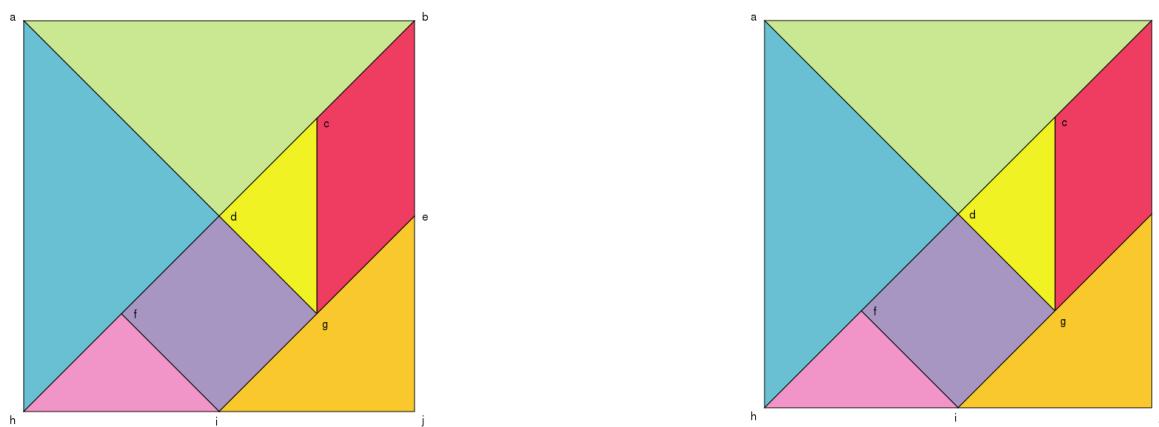
Naslov: *Tangram kao sredstvo u nastavi za učenje podudarnosti geometrijskih figura*

Glavna ideja:

Strogu matematičku definiciju relacije podudarnosti nije moguće plasirati učenicima šestog razreda jer se ona zasniva na pojmu izometrijske transformacije. Ako pojam izometrijske transformacije nazovemo „kretanjem bez deformacija“ moguće je približiti učenicima relaciju podudarnosti kao *mogućnost kretanja dve figure bez deformacija tako da se one dovedu u položaj u kome se potpuno poklapaju*. U okviru ove aktivnosti želimo da pomoći slagalice *Tangram*, kroz aktivno uključivanje učenika u nastavu pokušamo da dodjemo do zaključka šta je to zapravo podudarnost trouglova.

Opis aktivnosti: Za početak, podelimo svakom učeniku slagalicu. Slagalica se sastoji od sedam delova, pet jednakokrakih pravougljih trouglova, jednog kvadrata, i jednog paralelograma. Među pomenutim geometrijskim figurama dva velika trougla su podudarna, dva mala trougla su podudarna. Ostale geometrijske figure nisu međusobno podudarne. Nakon što podelimo slagalice, učenike podeliti u grupe od po dva učenika. Svaka grupa treba da odredi koje su geometrijske figure slagalice koju ima jedan učenik podudarne sa geometrijskim figurama slagalice koju ima drugi učenik tako što će „kretanjem bez deformacija“ dovesti dve figure do poklapanja.

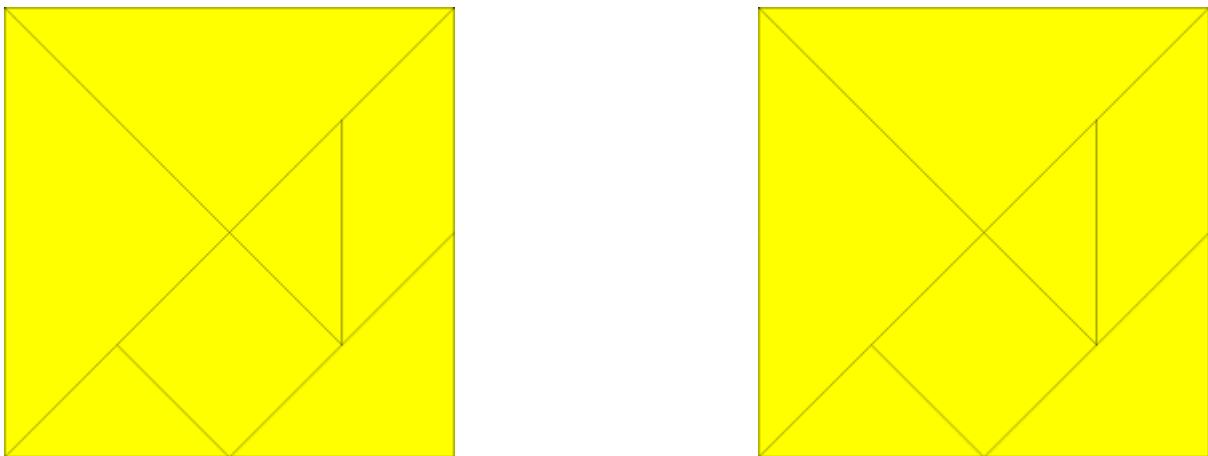
Ova igra može da ima dva nivoa. Prvi nivo jeste podeliti učenicima identične tangrame istih dimenzija gde su podudarne geometrijske figure između dva tangrama obojene istim bojama (slika 30)



Slika 30: Tangram za prvi nivo igra (izvor: <https://goranagnjidicmath.wordpress.com/2014/09/06/tangram/>)

Učenici treba da zapaze da su istim bojama obojeni podudarni trouglovi i da im to bude olakšica pri rešavanju zadatka.

Drugi nivo igre jeste podeliti učenicima tangrame istih dimenzija i istih boja (slika 31)



Slika 31: Tangram za drugi nivo igre (izvor: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tangram.svg>)

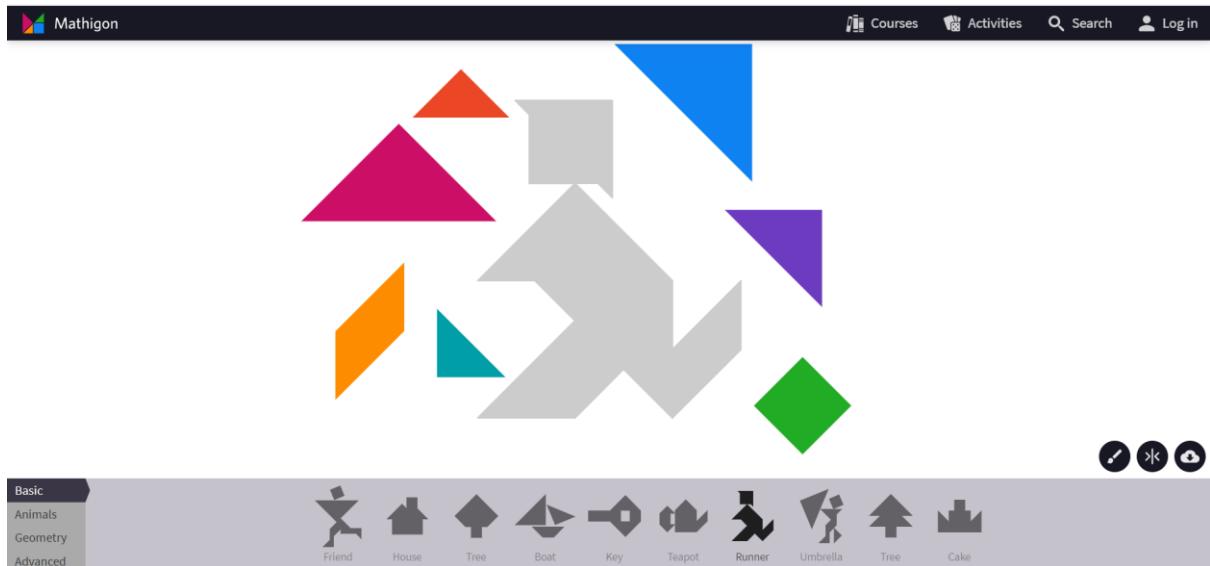
Igra se može modifikovati tako što bismo podelili tangrame različitih dimenzija – jedan tangram može biti dva puta manji od drugog. Tada bi se, zbog odnosa površina geometrijskih figura u tangramu, neki trouglovi poklapali.

Tangram je neiscrpan izvor ideja za olakšavanje učenja nastavnog sadržaja iz oblasti matematike. Korisno bi bilo kada bi svaki nastavnik matematike kod sebe u kabinetu imao spremno ovo nastavno sredstvo kako bi u različitim situacijama mogao da pomogne učenicima u učenju novog gradiva kao i u utvrđivanju već usvojenog. Aktivnosti korišćenja slagalice Tangram se mogu modifikovati u zavisnosti od broja učenika i prema njihovim sposobnostima. Pored gore navedenih primera primene moguće je iskoristiti Tangram pri konstrukcijama upisane kružnice, konstrukciji simetrala uglova kod različitih geometrijskih figura i slično.

U današnje vreme učenici su okruženi računarima, tabletima i telefonima, i za današnje generacije učenika digitalne igre jesu prirodno okruženje koje ih svojom dinamičnošću i aktivnošću uvlači u virtualni svet. Igru Tangram moguće je naći i u digitalnoj formi na sledećem linku: <https://mathigon.org/tangram>. Digitalna igra Tangram omogućava sledeće:

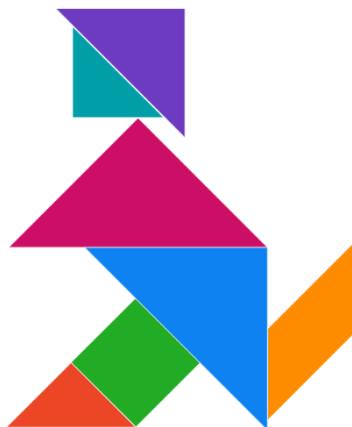
- sastavljanje jednostavnih oblika (kuća, brod, trkač...)
- sastavljanje životinja (mačka, pas, slon...)
- sastavljanje geometrijskih oblika (trougao, kvadrat, romb...)
- sastavljanje složenijih oblika (ajkula, škorpija, fudbaler...)

Kod sastavljanja jednostavnih oblika, učenik bira neki od ponuđenih oblika za sastavljanje. U pozadini se pojavljuje skica slike sa delovima Tangrama razbacanim oko skice kao što vidimo na slici:



Slika 32: Igra Tangram u digitalnoj formi (izvor: <https://mathigon.org/tangram>)

Nakon što odabere oblik, učenik klikom na neki od delova Tangrama dovodi taj deo na odgovarajuću poziciju kako bi kompletirao sastavljen oblik. Postoji mogućnost rotiranja delova Tangrama. Nakon sastavljanja Tangrama izabreni oblik izgleda kao na slici:



Slika 33: Primer sastavljenje figure (izvor: <https://mathigon.org/tangram>)

Zaključak

Konstantan razvoj tehnike i tehnologije nameće potrebu za unapređivanje obrazovanja na svim nivoima. Danas se znanje uvećava velikom brzinom, što zahteva prihvatanje i uvođenje novih oblika i metoda učenja, kao i novih nastavnih sredstava u nastavi.

Nastavna sredstva su posrednik između učenika i realnog sveta i koriste se u cilju sticanja saznanjnih procesa. Važno je na adekvatan način prilagoditi nastavna sredstva nastavi matematike kako bi se iz učenika „izvukao“ maksimalan potencijal. Sa druge strane, neadekvatna upotreba nastavnih sredstava može imati negativan uticaj na učenje.

Nastavna sredstva se koriste kako na časovima matematike, tako i u okviru drugih nastavnih predmeta koji se predaju u osnovnoj školi i imaju veoma značajnu ulogu u nastavi.

Kada matematika postane rutina, gubi se interesovanje i kreativnost kod učenika i nastavnika matematike. Upotrebom savremenih nastavnih sredstava i uvođenjem novina poboljšava se postignuće učenika, razvijanje digitalne pismenosti, i priprema učenika za dalje školovanje i život. Takođe, neutrališe se otpor prema nastavi matematike.

Planom i programom nastave preporučuje se korišćenje tradicionalnih nastavnih sredstava kao što je geometrijski pribor, i savremenih nastavnih sredstva poput dinamičkih softvera, kalkulatora i slično. Analizom udžbenika, kao i digitalnih udžbenika moglo bi se reći da, kada govorimo o razvijanju veština crtanja i korišćenja geometrijskog pribora, prednost imaju tradicionalna nastavna sredstva. Ovu hipotezu potvrđuje sprovedeno istraživanje čiji rezultati svedoče o tome da se učenici radije opredeljuju za tradicionalna nastavna sredstva u nastavi matematike.

Uloga i pristup nastavnika ključni su za razumevanje nastave matematike kod učenika, a u tome značajno mesto imaju nastavna sredstva. Primena što raznovrsnijih i adekvatnijih nastavnih sredstava u nastavi matematike obezbediće kvalitet nastavnog procesa. „*Pri obučavanju dece neophodno je težiti k tome da se kod njih postepeno sjedinjuje znanje sa umenjem. Izgleda da je od svih nauka jedino matematika sposobna da u potpunosti zadovolji ovaj zahtev*“. (Immanuel Kant)

Literatura

- [1] Simeunović, Spasojević (2009) – „*Savremene didaktičke teme*“. Bijeljina. Pedagoški fakultet
- [2] Bakovljev (1998) – „*Osnovi pedagogije*“. Učiteljski fakultet, Sombor
- [3] Poljak (1991) – „*Didaktika*“. Školska knjiga, Zagreb
- [4] *Zakon o udžbenicima i drugim nastavnim sredstvima* – „Sl. Glasnik RS“ br. 27/2018
- [5] <https://matematika.pmf.uns.ac.rs/wp-content/uploads/2020/08/MajaZavisic.pdf>
- [6] Mioćinović Lj. (2002) – „*Pijažeova teorija intelektualnog razvoja*“. Institut za pedagoška istraživanja, Beograd
- [7] Vilotijević M. (1999) – „*Didaktika I*“. Učiteljski fakultet, Beograd;
- [8] https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/6dae69ec-6731-4a83-ac2c-6e898cc030b9/html/439_pribor_za_tehnicko_crtanje_i_a_formati_papira.html
- [9] Bogićević M. (1974) – „*Tehnologija savremene nastave*“. Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd
- [10] Albrecht W A, 1952 *A critical and historical study of the role of ruler and compass constructions in the teaching of high school geometry in the United States* (Doctoral dissertation, The Ohio State University)
- [11] A. Hendroanto i H. Fitriyani 2019 *Analyzing the need of math geometry drawing tools in mathematics classroom*; J. Phys.: Conf. Ser. 1188 012051
- [12] <https://mojakancelarija.com/bele-table-za-skole>
- [13] <http://pspasojevic.blogspot.com/2010/>
- [14] http://kec-ks.org/wp-content/uploads/2016/06/BEP-Math_srb.pdf
- [15] <http://psh-skola.edu.rs/wp-content/uploads/2017/02/METODE-U-NASTAVI-i-kako-odrzati-dobar-cas.pdf>
- [16] https://okc.rs/media.obrazovnokreativnicentar.com/public_html/2015/01/Materijal-sa-seminara-OKC-AON-matematika.pdf
- [17] Nebojša Ikodinović, Slađana Dimitrijević (2018) - *Matematika 5: udžbenik za peti razred osnovne škole*; Klett

- [18] Nebojša Ikodinović, Slađana Dimitrijević (2018) - *Matematika 6: udžbenik za šesti razred osnovne škole*; Klett
- [19] Nebojša Ikodinović, Slađana Dimitrijević (2018) - *Matematika 7: udžbenik za sedmi razred osnovne škole*; Klett
- [20] <https://www.geogebra.org/classic?lang=sr>
- [21] <https://www.tangram-channel.com/>
- [22] <https://en.wikipedia.org/wiki/Tangram>
- [23] https://www.123rf.com/photo_130135254_stock-vector-tangram-puzzle-in-horse-shape-on-white-background-vector-.html
- [24] <https://goranagnjidicmath.wordpress.com/2014/09/06/tangram/>
- [25] <https://mathigon.org/tangram>

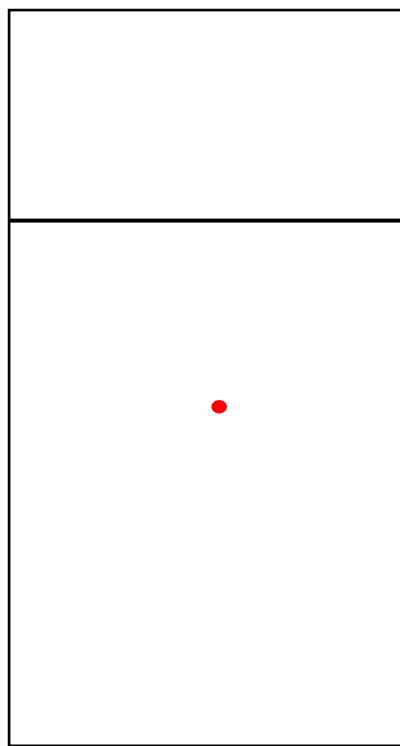
Prilog

UPITNIK ZA UČENIKE SEDMOG I OSMOG RAZRED

ZADACI:

Zadatak 1: Ispred vas se nalazi papir A4 formata. Na papiru je povučena jedna linija (vidi sliku). Potrebno je da ucrtas liniju koja je paralelna sa datom linijom a sadrži crvenu tačku. Kako biste to uradili?

(Ne treba crtati liniju na papiru, nego ispod u datom delu za odgovor opisati rečima kako bi to uradio/la)



Odgovor: _____

Zadatak 2 : Zamisli da sediš za radnim stolom na kojem se nalazi sve što poželiš (pristor za crtanje, računar, štampač, itd..). Dat ti je jedan list hartije. Potrebno je da isečeš dva kruga jedan poluprečnika 5 cm, a drugi poluprečnika 3 cm. Opiši kako bi to uradio.

Zadatak 3 : Izračunaj vrednost izraza:

$$1,1 + \frac{2,3 * 1,8}{3,5 - 2,7}$$

Zadatak 4 : Vrednost izraza $\frac{2^6}{3^5}$ je:

- 1) manja od 0,3
- 2) između 0,3 i 0,9
- 3) veća od 0,9

Opiši kako si izabrao odgovor.

OTVORENA PITANJA:

Pitanje 1 : Zamislite da pakujete stvari za čas matematike. Samostalno treba da izabereš šta bi poneo na čas. Izaberite tri ponuđene stvari:

- 1) Olovka i gumica
- 2) Sveska
- 3) Udzbenik
- 4) Zbirka zadataka
- 5) Digitron
- 6) Lenjir
- 7) Šestar

Po potrebi upisati još nešto od pribora što ti je potrebno, a nije na gornjem spisku:

Pitanje 2 : Gde i kako koristiš šestar, a da nije čas matematike?

Pitanje 3 : Gde i kako koristiš lenjir, a da nije čas matematike?

Pitanje 4 : Gde i kako koristiš digitron, a da nije čas matematike?

Pitanje 5 : Šta ti je najlakše iz matematike?

Pitanje 6 : Šta ti je najteže iz matematike?

Biografija



Duška Zečević je rođena 25. novembra 1995. godine u Zrenjaninu. Osnovnu školu "Branko Radičević" u Aleksandrovu završila je 2010. godine, kao nosilac Vukove diplome. Iste godine je upisala Gimnaziju "Đura Jakšić" u Srpskoj Crnji, opšti smer, koju je završila 2014. godine, takođe kao nosilac Vukove diplome. Nakon završetka srednje škole, upisala je osnovne akademske studije Prirodnomatematičkog fakulteta u Novom Sadu, smer

Diplomirani profesor matematike. 2018. godine upisala je integrisane akademske studije, smer Master profesor matematike, na prirodno-matematičkom fakultetu u Novom Sadu. Sve ispite predviđene planom i programom položila je oktobru 2020. godine i stekla uslov za odbranu master rada.

**UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA**

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada: Master rad

VR

Autor: Duška Zečević

AU

Mentor: dr Zorana Lužanin

MN

Naslov rada: Uloga nastavnih sredstava u nastavi matematike u osnovnoj školi

NR

Jezik publikacije: srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda: srpski i engleski

JI

Zemlja publikovanja: Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2021.

GO

Izdavac: Autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: Departman za matematiku i informatiku, Prirodno-matematički fakultet,
Univerzitet u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovica 4, Novi Sad

MA

Fizički opis rada: 4/60/25/5/33/2/1

(broj poglavlja/strana/lit.citata/tabela/slika/grafika/priloga)

FO

Naučna oblast: Matematika

NO

Naučna disciplina: Metodika matematike

ND

Predmetna odrednica/Ključne reči: nastavna sredstva, nastava matematike, osnovna škola, udžbenik za predmet matematike

PO

UDK:

Čuva se: Biblioteka Departmana za matematiku i informatiku, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

ČU

Važna napomena:

VN

Izvod: Tema ovog master rada je istraživanje uloge nastavnih sredstava u osnovnoj školi, koji u procesu vaspitno-obrazovnog rada doprinose razumevanju, usvajanju znanja, i sticanju potrebnih navika. Glavni deo rada se sastoji iz četiri dela. U prvom delu prikazan je razvoj i opis nastavnih sredstava. U drugom delu data je analiza o uključivanju nastavnih sredstava u nastavu matematike u osnovnoj školi, posebno o predstavljanju u udžbenicima, kao i nekoliko publikovanih istraživanja. U trećem delu dat je prikaz istraživanja sprovedenog među učenicima VII i VIII razreda osnovne škole u Aleksandrovu, Srbija. U četvrtom delu predstavljena je jedna mogućnost korišćenja slagalice *Tangram* u obradi nastavnog sadržaja iz geometrije – izračunavanje površine geometrijskih figura i podudarnost geometrijskih figura.

IZ

Datum prihvatanja teme od strane NN veca: 03.12.2020.

DP

Datum odbrane:

DO

Članovi komisije:

KO

Predsednik: dr Goran Radojev, docent,
Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu
Mentor: dr Zorana Lužanin, redovni profesor,
Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu
Član: dr Petar Đapić, vanredni profesor,
Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

**UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCES
KEY WORDS DOCUMENTATION**

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: Monograph type

DT

Type of record: Printed text

TR

Contents Code: Master's thesis

CC

Author: Duška Zečević

AU

Mentor: Zorana Lužanin, Ph.D.

MN

Title: The role of teaching aids in teaching mathematics in elementary

TI

Language of text: Serbian

LT

Language of abstract: Serbian and English

LA

Country of publication: Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2021

PY

Publisher: Author's reprint

PU

Publ. place: Novi Sad, Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences,
University of Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4

PP

Physical description: 4/60/25/5/33/2/1

(chapters/pages/literature/tables/pictures/graphics/appendices)

PD

Scientific field: Mathematics

SF

Scientific discipline: Teaching of mathematics

SD

Subject/Key words: teaching aids, teaching mathematics, elementary school, classbook for the subject of mathematics

SKW

UC:

Holding data: The Library of the Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences, University of Novi Sad

HD

Note:

N

Abstract: The topic of this Master's thesis is examining the role that teaching aids play in primary schools which in the process of Pedagogical and Educational work contribute to a better understanding, knowledge acquisition as well as acquiring necessary habits. The main part of this thesis consists of four parts. The first shows the development and describes teaching aids. The second is an analysis of how teaching aids are incorporated in maths lessons in primary schools, especially how they are presented in students book, as well as some published research. The third part is an analysis which is conducted among 7th and 8th grade year Primary school pupils in Aleksandrovo, Serbia. The fourth part of this thesis deals with the possibility of using the jigsaw puzzle *Tangram* in teaching geometry that is calculating the surface of geometric shapes and their correspondence.

Accepted by the Scientific Board on: 03.12.2020.

ASB

Defended:

DE

Thesis defend board:

DB

President: Goran Radojev, Ph.D., Assistant Professor,
Faculty of Sciences, University of Novi Sad
Mentor: Zorana Lužanin, Ph.D., Full Professor,
Faculty of Sciences, University of Novi Sad
Member: Petar Đapić, Ph.D., Associate Professor,
Faculty of Sciences, University of Novi Sad