

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b>
<p><b>1. Датум и орган који је именовao Комисију</b> 16.10.2020. Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</p> <p><b>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• др Зорана Лужанин, редовни професор, нумеричка математика, 12.11.2007, Природно-математички факултет у Новом Саду, председник</li><li>• др Сања Рапајић, редовни професор, нумеричка математика, 1.6.2020, Природно-математички факултет у Новом Саду, члан</li><li>• др Горан Радојев, доцент, нумеричка математика, Природно-математички факултет у Новом Саду, 4.5.2017, ментор</li></ul>
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>
<p><b>1. Име, име једног родитеља, презиме:</b> Катарина, Драгана, Цепина</p> <p><b>2. Датум рођења, општина, република:</b> 27.5.1994. Нови Сад, Србија</p> <p><b>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:</b> 2017. година, мастер академске студије – примењена математика</p>
<b>III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b>
Градијентне методе и методе коњугованих градијената
<b>IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА</b>
<p>Мастер рад „Градијентне методе и методе коњугованих градијената“ написан је на 67 страна. Састоји се од 5 поглавља, садржи 2 слике, а литература садржи 20 референци. Поглавља мастер рада су:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Преглед основних особина, дефиниција и теорема</li><li>2. Оптимизација без ограничења</li><li>3. Градијентне методе</li><li>4. Методе коњугованих градијената</li><li>5. Закључак</li></ol> <p>У првом поглављу је дат кратак осврт на теоријске основе које су коришћене у самом раду. У другом делу рада је уведен појам оптимизације без ограничења, као и метод опадајућих праваца. Треће поглавље се бави различитим типовима градијентних метода за решавање проблема оптимизације без ограничења. У наредном поглављу су приказане методе коњугованих градијената за решавање линеарних и нелинеарних проблема оптимизације. У последњем, петом поглављу, дат је закључак у коме се наводе предности и недостаци метода којима се бави овај мастер рад.</p>

## V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

У првом поглављу дати су основни појмови, дефиниције и теореме из основа топологије, анализе и линеарне алгебре, који су коришћени у раду.

Појмом оптимизације без ограничења бави се друго поглавље овог рада – дефинисан је проблем минимизације, услови оптималности и описане су методе опадајућих праваца, као и линијско претраживање које су основа за градијентне методе.

У трећој глави су разматране градијентне методе првог реда. Најпознатија међу њима је метода најбржег пада, која је дефинисана и имплементирана са сва три корака линијског претраживања (константан корак, тачно линијско претраживање и линијско претраживање уназад). Добијени су нумерички резултати на једном проблему, применом ове методе са сва три избора корака. На другом примеру је приказано зашто метода најбржег пада није увек најбољи избор. Наиме, на дводимезионалном проблему показано је да је потребно чак 4100 итерација како би се постигла апроксимација, која задовољава стандарни излазни критеријум. Да би објаснили зашто један једноставан проблем захтева толики број итерација, у раду се уводи и појам условног броја матрице за квадратни проблем оптимизације. На конкретном примеру види се да када је тај број релативно велики, број итерација се значајно повећава. Због тога је и уведена скалирана градијентна метода која омогућава да се проблем минимизације решава са скалираном матрицом који има мањи условни број. На истом примеру се види да ова метода даје боље резултате од методе најбржег пада. За решавање нелинеарног проблема најмањих квадрата, у раду се разматра (пригушени) Гаус-Њутнов метод, док се за чувени Ферма-Веберов проблем дефинише Вајсфелдов метод, који иако је приказан као метод фиксне тачке, је у основи један од градијентних метода. За Вајсфелдов метод је дат и програмски код у MATLAB-у, а понашање тог метода је илустровано кроз један занимљив пример. У последњем делу овог поглавља доказана и конвергенција методе најбржег пада (уз одређене услове).

Четврто поглавље се бави методама коњугованих градијената, које превазилазе проблем споре конвергенције која је карактеристична за метод најбржег пада. Показано је да ова метода примењена на систем линеарних једначина даје решење тог система у највише  $n$  корака, где је  $n$  димензија система. Након тога, у раду се анализиране и неке методе за решавање проблема нелинеарне оптимизације без ограничења. Приказана су два поступка коњугованих градијената: Флечер-Ривсов и Полак-Рибиевов, за који су написани и програми у MATLAB-у. Полак-Рибиевов поступак је имао боље перформансе у односу на Флечер-Ривсов метод, када је за функцију циља узета Розенброк функција. У другом примеру, где је функција циља нелинеарна функција чији је минимум велики негативни број, а итерације су далеко од минимума функција, Флечер-Ривсов метод се показао бољим од Полак-Рибиевовог. Такође, у овом поглављу је описана и једна од стратегија која би могла да унапреди оба поменута поступка, када дође до спорије конвергенције. Стратегија рестарта подразумева да се после одређеног броја итерација, правац негативног градијента узима за правац претраживања.

У петом поглављу је дат закључак, у коме су наведене предности и недостаци свих ових поступака.

## **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

У мастер раду су приказани различите градијентне методе и методе коњугованих градијената за решавање проблема оптимизације без ограничења. Ове методе не захтевају израчунавање Хесијана и због тога нису сувише скупе у смислу броја операција потребних за израчунавање сваке итерације, што за последицу има мале захтеве са становишта коришћења меморије рачунара. За већину метода су дати и алгоритми и програми који су написани у MATLAB-у. Кроз разне примере, на које су примењене методе из овог рада, показане су предности, али и мане сваке од њих. Закључено је да не постоје универзални поступци који би решили све проблеме оптимизације и да ефикасност сваког поступка зависи и од самог проблема. Због тога се ови поменути поступци и даље развијају.

## **VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Садржај и структура мастер рада су у складу са одобреном темом. Рад је прегледно и прецизно написан. Тема је квалитетно и детаљно обрађена. Главни резултати су формулисани у облику тврђења, а дати су и нумерички експерименти и резултати за већину метода. Кроз добро одабране примере, приказани су и недостаци појединих поступака, као и неки предлози за њихово унапређење.

## **VIII ПРЕДЛОГ**

На основу укупне оцене, комисија предлаже да се мастер рад „Градијентне методе и методе коњугованих градијената” прихвати, а кандидаткињи Катарини Цепини одобри усмена одбрана.

Нови Сад, 13.11.2020.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

др Зорана Лужанин  
редовни професор ПМФ, председник

др Сања Рапајић  
редовни професор ПМФ, члан

др Горан Радојев  
доцент ПМФ, ментор