



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI
FAKULTET
DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I INFORMATIKU



Testiranje modela vrednovanja kapitala (CAPM) na tržištu kriptovaluta

-Master teza-

Vanja Andrejev

Novi Sad, 2020

Sadržaj

Predgovor	5
1 Kriptovalute	7
1.1 Bitcoin	7
1.1.1 Transakcije	8
1.1.2 <i>Mining</i> (rudarstvo)	8
1.1.3 <i>Bitcoin Blockchain</i>	9
1.2 Kratak opis ostalih korišćenih kriptovaluta	10
2 Pregled teorijske podloge	19
2.1 Vremenske serije	19
2.1.1 Stacionarnost	19
2.1.2 AR model	20
2.1.3 Red integrisanosti i kointegracija	22
2.2 Regresiona analiza	23
2.2.1 Linearna regresija II vrste	24
3 Podaci	27
4 Model vrednovanja kapitala (CAPM)	30
4.1 Teorijska pozadina	30
4.1.1 Rizik i diversifikacija	30
4.1.2 Teorija portfolia	31
4.1.3 Model vrednovanja kapitala	34
4.2 Istraživanje i empirijski rezultati	37
5 Granger-ov test	42
5.1 Uvod	42
5.2 Istraživanje i empirijski rezultati	43
Zaključak	48
A	49
Bibliogtafija	53

Reči zahvalnosti

Pre svega, zahvalio bih se nastavnici matematike Ruži Živković i nastavniku programiranja Dušku Obradoviću, koje sam smatrao za najbolje nastavnike u osnovnoj, odnosno srednjoj školi, a koji su mi omogućili jaku osnovu za dalje usavršavanje. Zahvalio bih se mentoru Milošu Božoviću za odabir savršene teme, kao i činjenice da moja pitanja nikada nisu spoznala granice profesorovog znanja. Takođe, zahvalio bih se profesorici Nataši Krejić na izuzetnim predavanjima iz finansijske matematike, koja su doprinela mom interesovanju za tu oblast. Hvala profesorici Nataši Spahić na nekonvencionalnim predavanjima, koja su uvek uključivala diskusije i meni bila među omiljenima. Izrazio bih zahvalnost svim profesorima i asistentima na uloženom trudu i prenesenom znanju.

Najveću zahvalnost dugujem svojim roditeljima Igoru i Jeleni, bratu Nikoli i devojci Tijani, na čiju podršku sam uvek mogao da računam. Master rad posvećujem dedi Nikiti.

Upisivanje ovog studijskog programa mi je definitivno jedna od najboljih odluka i ako bih imao ponovo priliku da biram, ne bih ni trenutak razmišljaо.

Slike

1.1	Kretanje cene Bitcoin-a	7
1.2	Kretanje cene <i>Ripple</i> -a	10
1.3	Kretanje cene <i>Ethereum</i> -a	11
1.4	Kretanje cene <i>Bitcoin cash</i> -a	12
1.5	Kreanje cene <i>EOS</i> -a	12
1.6	Kretanje cene <i>Tether</i> -a	13
1.7	Kretanje cene <i>Stellar</i> -a	13
1.8	Kretanje cene <i>Litecoin</i> -a	14
1.9	Kretanje cene <i>TRON</i> -a	14
1.10	Kretanje cene <i>IOTA</i> -a	15
1.11	Kretanje cene <i>Binance coin</i> -a	15
1.12	Kretanje cene <i>Monero</i> -a	16
1.13	Kretanje cene <i>Dash</i> -a	17
1.14	Kretanje cene <i>Ethereum Classic</i> -a	17
1.15	Kretanje cene <i>Zcash</i> -a	18
2.1	Primer slabo stacionarne vremenske serije	20
2.2	Primer kointegriranih vremenskih serija	23
4.1	Efikasne portfolio alokacije	32
4.2	Linija tržišta kapitala	34
4.3	<i>Security Market Line</i>	39
5.1	Kretanje cene indeksa	43
5.2	Kretanje cena indeksa i <i>Bitcoin</i> -a	46
A.1	Deskriptivna statistika	49
A.2	Regresija	49
A.3	Regresija'	50
A.4	Test značajnosti	50
A.5	Koeficijenti determinacije i korelacije	51
A.6	Teorijske vrednosti β	51
A.7	ADF test	51
A.8	<i>Engle-Granger cointegration</i> test	52
A.9	<i>Granger causality</i> test	52

Tabele

3.1	Karakteristike kriptovaluta	27
3.2	Ponderi kriptovaluta	28
3.3	Deskriptivna statistika kriptovaluta	29
4.1	Koeficijenti modela i njihove značajnosti	37
4.2	Koeficijenti determinacije i korelacije	38
4.3	Teorijska vrednost β	40
5.1	<i>Bayesian information criterion</i> i <i>Akaike information criterion</i> testovi . . .	43
5.2	ADF test	44
5.3	ADF test (prinosi)	45
5.4	<i>Engle-Granger cointegration</i> test	45
5.5	<i>Granger-ov</i> test	47

Predgovor

Kriptovalute stupaju na scenu januara 2009. godine preko tehnološkog izuma *Bitcoin*, od strane osobe ili osoba pod pseudonimom *Satoshi Nakamoto*. U poslednjoj deceniji se razvilo više od hiljadu alternativnih kriptovaluta, gde su neke od njih zabeležile značajan uspeh. Samo od januara 2019. godine, kada su preuzeti podaci, pa do septembra iste godine ukupna tržišna vrednost kriptovaluta se udvostručila i prevazilazi 260 milijardi dolara. Sa tako velikim udelom na svetskom tržištu javlja se potreba za regulacijom, mada za vreme pisanja teze nije najjasnije na koji način će se to postići.

Pažnja koju su kriptovalute privukle akademskom krugu definitivno nije srazmerna sa interesovanjem šire javnosti. Broj radova na ovu temu nije mnogobrojan, a kao uzrok ovome verovatno стоји kratak životni vek ovog koncepta, pa samim tim ne možemo sa sigurnošću tvrditi da li su kriptovalute budućnost ill prolazna pojava. Iz razloga što kriptovalute karakteriše visoka volatilnost, većina naučnih radova se fokusirala na modeliranje spomenute volatilnosti kriptovaluta kao i na međusobnu korelaciju ekstremnih vrednosti. Takođe testirana je međusobna zavisnost digitalnih valuta, a isto i korelacija sa raznim dobrima i valutama vodećih država. Za detaljniji opis čitalac se upućuje na literaturu: [1]-[5]. Od samog nastanka, kriptovalute su bile podložne kako pozitivnim tako i negativnim kritikama, gde su mišljenja ekonomista i drugih stručnih lica i dalje podeljena. Sa tim rečeno, ne može da se opovrgne činjenica da se upotreba ovih digitalnih valuta drastično širi. Finansijske institucije su uvidele prednosti kriptovaluta u svakodnevним transakcijama, dok su mogućnosti određenih prevazišle novčanu svrhu.

U ovom radu će se analizirati veza između tržišnog portfolija kriptovaluta i svake pojedinačne. Ulogu indeksa imaće portfolio formiran od 15 najvećih kriptovaluta, posmatrajući njihovu tržišnu vrednost. Istraživanje se odvijalo u dva smera, gde prvi podrazumeva ispitavanje ponašanja CAP modela na tržištu kriptovaluta. CAP model privlači veliku pažnju iz razloga što pruža intuitivno zadovoljavajuće predikcije za merenje kako rizika, tako i zavisnosti između rizika i prinosa. Kroz tezu ćemo videti da li će njegova ograničenja uticati na empirijske rezultate i da li se priroda prinosa kriptovaluta može iskazati ovako snažnim teorijskim modelom. Iz želje da se malo bolje objasni kretanje cena naših volatilnih aktiva, drugi smer istraživanja jeste testiranje *Granger*-ove uzročnosti indeksa i svake individualne kriptovalute. Koliko sam ja upoznat, ovakvo istraživanje do sada nije urađeno. Teza je struktuirana na sledeći način:

- Opis korišćenih kriptovaluta sa malo detalnjicom pozadinom *Bitcoin*-a nalazi se u prvoj Glavi. Svrha ove glave jeste da se upoznamo sa digitalnim valutama koje ćemo u nastavku teze analizirati, kao i da se uvidi sama raznolikost među njima.
- Osnovni pojmovi korišćeni u istraživanju zajedno sa relevantnim tvrđenjima se nalaze u drugoj glavi, dok teorijske pozadine CAPM-a i *Granger*-ovog testa prethode

odgovarajućim rezultatima.

- U Glavi 3 je objašnjena istorija podataka, kao i način formiranja indeksa. Urađena je deskriptivna analiza istih radi dobijanja jasnije slike o predmetu koji će se koristiti.
- Postupak i rezultati istaživanja su zabeleženi u Glavi 4 i 5 i data je njihova interpretacija.
- U zaključku su sumirana rešenja obe analize zajedno sa predlozima za dalja istraživanja.
- Svi kodovi, koji su bili potrebni za tezu, su pisani u programskom jeziku MATLAB. Njihova struktura može da se nađe u dodatku master rada.
- Sažetak (*Abstract*) je naveden na kraju teze u odeljku sa Ključnom dokumentacijskom informacijom (*Key words documentation*)

Glava 1

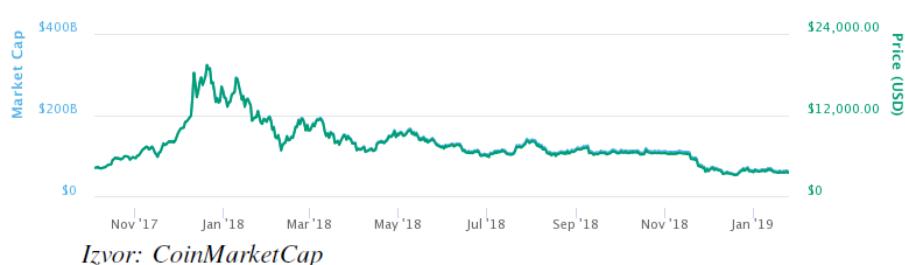
Kriptovalute

Kriptovaluta je digitalna ili virtualna valuta koja koristi kriptografiju kao oblik sigurnosti. Takođe možemo reći da su kriptovalute ograničeni unosi u bazi, koje niko ne može da promeni, a da ne ispunjuje određene kriterijume. Kroz ovu definiciju se uočava njihova sličnost sa standardnim valutama, ali sa druge strane postoje ključne razlike, koje će uskoro biti navedene.

Devedesetih godina bilo je mnogo pokušaja da se proizvede digitalni novac, ali su svi bili neuspeli. Nakon što je video kako svi centralizovani pokušaji propadaju, Satoshi je uspeo da napravi digitalni novčani sistem bez ne samo centralnog već i trećeg lica, odnosno posrednika. Ovde bi trebalo odmah skrenuti pažnju da su kriptovalute decentralizovane u različitom stepenu, a kroz njihov delimičan opis biće očigledno koliko su same raznovrsne i da precizniji opis od početnog nije jednostavno dati, a da pri tome ne isključimo određeni broj njih. Pre opisa svake kriptovalute, priložen je grafik kretanja cena u periodu u kom su preuzeti podaci.

1.1 Bitcoin

Slika 1.1: Kretanje cene Bitcoin-a



Kako Bitocin, posmatrajući tržišnu vrednost, čini više od 50 % svih kriptovaluta, kao i zbog činjenice da je ona prva nastala i baza za ostale digitalne valute, ovde ćemo pružiti malo detaljniju sliku. Štaviše, kroz ovaj opis definisaćemo osnovne pojmove koji su prisutni ako ne u originalnom, onda u delom modifikovanom obliku kod velikog broja ostalih kriptovaluta.

1.1.1 Transakcije

Transfer *Bitcoin*-a se, kao što smo već napomenuli, obavlja bez učešća trećeg lica, što znači da banka ili neka druga finansijska institucija nema ulogu posrednika. Sigurnost ovakvog oblika transakcije je omogućeno preko tehnologije privatnog i javnog ključa. Javni ključ je kriptografski kod koji omogućuje korisniku da primi sredstva, dok privatni služi za potpisivanje transakcija. Drugim rečima javni možemo posmatrati kao račun u banci, a privatni ključ kao korisnikov virtualni ID. Ovaj jedinstveni par ključeva se formira kada osoba prvi put obavi transakciju. Još jedan bitan pojam jeste novčanik koji je u suštini adresa na kojoj se ne skladiše kriptovalute, već relevantne informacije o korisniku, kao što je spomenuti privatni ključ, koji nije poznat nikom drugom sem vlasniku i pomoću njega isti pristupa svojim sredstvima.

Transakcija, na primer slanje *Bitcoin*-a, počinje verifikacijom preko privatnog ključa, koji se ne otkriva, već se iz njega formira jednokratni digitalni potpis, tačnije potpis koji takođe zavisi i od same transakcije. Iz privatnog ključa se takođe jednosmernom kriptografskom funkcijom formira javni ključ. Karakteristika te funkcije da je jednosmerna jeste od presudne značajnosti, iz razloga sto upućuje na to da je obrnuti postupak skoro pa nemoguć. Validnost transakcije proveravaju svi čvorovi, odnosno korisnici u mreži tako što je javni ključ pošiljaoca dokaz da jeste posao određene *Bitcoin*-e. Primalac u transakciji prima *Bitcoin*-e preko svog javnog ključa, a pristup njima je omogućen privatnim ključem, čime se transakcija završava.

1.1.2 Mining (rudarstvo)

Mining je jedini način ubacivanja novih *Bitcoin*-a u promet. Za vreme pisanja teze broj novčića u cirkulaciji iznosi 17,5 miliona, a ovaj broj će da raste do 21 milion, čime će se *Bitcoin Mining* završiti. Svrha ovog procesa jeste verifikovanje transakcija, gde rudari, određeni korisnici na mreži, u zamenu za utrošenu energiju svojih računara dobijaju *Bitcoin*-e zajedno sa provizijama od transakcije.

Da bi spomenuti rudari zaradili svoje *Bitcoin*-e moraju da urade dve stvari: prva jeste da verifikuju transakcije u iznosu od 1 Mb, dok je druga da budu prvi u rešavanju numeričkog problema poznatog kao *proof of work* (PoW). Verifikovanjem transakcija potvrđuju da nije došlo do duplog trošenja, odnosno da isti korisnik nije potrošio iste novčice dva puta. Ovaj postupak standardno rešava centralni autoritet, a u slučaju *Bitcoin*-a rešenje je omogućeno preko *Blockchain*-a, koji će biti objašnjen malo kasnije. Kod drugog dela, PoW-a, rudari pokušavaju da pronađu šezdesetočetvorocifreni heksadecimalni niz koji je manji ili jednak od softverski generisanog *targeted hash*-a¹. Naime, rudari sami generišu slučajne brojeve (*nonces*) koji imaju jednokratnu upotrebu. Daljim *hash*-ovanjem istih zajedno sa parametrima koji se nalaze u header-u bloka proverava se njihova relacija sa *targeted hash*. Ovim postupkom je onemogućeno manipulisanje nastalih transakcija. Prvi rudar koji je verifikovao transakcije i pronašao odgovrajući niz formira novi blok i biva nagrađen *Bitcoin*-ima i provizijom od transakcije. Može se primetiti da verifikovanjem transakcije nije zagarantovano da će rudari biti kompenzovani. Iz tog razloga isti se udružuju i dolazi do formiranja *mining pool*-a čime se njihova verovatnoća da budu nagrađeni

¹Hash funkcija je deterministička funkcija koja uzima grupu karaktera i mapira ih u vrednost određene dužine, gde dodatno važi da promenom bilo kog karaktera menja se proizvod funkcije. Dobijenu vrednost nazivamo hash.

povećava. Kako se broj *Bitcoin*-a približava konačnom broju od 21 milion, manje novčića ulazi u cirkulaciju, odnosno manje novčića je dato rudarima, dok se provizija transakcije povećava.

1.1.3 *Bitcoin Blockchain*

Blockchain, kako samo ime i govori, nije ništa drugo nego lanac blokova, takav da svaki blok sadrži informacije o izvesnom broju transakcija. Nakon što rudari provere validnost transakcija i pronađu odgovarajući *hash*, te transakcije se skladište u naredni blok. Treba skrenuti pažnju da u lancu postoji redosled, to jest blokovi se uvek dodaju linearno i hronološki, što je zabeleženo visinom bloka. *Blockchain* kod *Bitcoin*-a ima dužnost da zameni ulogu centralnog autoriteta u garantovanju validnosti i sigurnosti transakcija. Ovaj problem *Satoshi* rešava tako što pristup istoriji svih nastalih transakcija daje svakom korisniku na mreži. Pre prvog korišćenja *Bitcoin*-a svaki korisnik ima mogućnost da skine svoj *Blockchain* koji sadrži rekord o svim transakcijama sve do prve. Samim time posao rudara da verifikuju novonastale transakcije je mnogo olakšan.

Tehnologija *blockchain*-a treba da obezbedi da informacije o nijednoj proverenoj transakciji da se izmene, kao i da onemogući *double spending*, odnosno mogućnost da korisnik potroši jedne te iste *Bitcoin*-e dva puta. Ove dve stvari su ostvarene preko *hash*-a bloka (koji su rudari generisali) i pravila najdužeg lanca, koje će se u nastavku objasniti u glavnim crtama.

Telo bloka sadrži informacije o transakcijama, dok se u njegovom *header*-u nalaze, između ostalog, za nas bitni parametri kao što su *hash* od prethodnog bloka i *Merkle root*. Hash od prethodnog bloka doprinosi postojanju spomenute veze i hronologije između blokova u *blockchain*-u. Sa druge strane, *Merkle tree* je binarna struktura koja kodira podatke (u našem slučaju transakcije) na siguran i efikasan način. Naime, ista funkcioniše tako što svaka transakcija dobija svoj odgovarajući hash, a zatim se se oni grupišu u parove i na njih se ponovo primenjuje *hash* funkcija. Ponavljanjem datog postupka dolazimo do jedinstvenog *hash*-a koga nazivamo *Merkle root* i u njemu su sumirani detalji svih transakcija u bloku. Kao što smo već napomenuli, rudari generišu *nonce* i zajedno sa dodatnim parametrima iz *header*-a bloka pokušavaju da pronađu heksadecimalni broj manji ili jednak od *targeted hash*-a. Na osnovu svega do sada rečenog, imajući na umu kako *hash* funkcioniše, zaključujemo da promenom bilo kakve informacije o transakciji, menja se *Merkle root*, što iziskuje i promenu *hash*-a bloka, a sve to dovodi i do promene *hash*-a svakog narednog bloka u tom istom *blockchain*-u. Stoga ako bi se korisnik odlučio da promeni informacije skladištene u određenom bloku, bio bi prinuđen da modifikuje i svaki naredni blok.

Najduži lanac u mreži je lanac koji čvorovi smatraju kao validnu verziju *blockchain*-a. Pod pojmom *najduži* se ne smatra lanac koji u sebi ima najveći broj blokova, nego onaj lanac za koji je utrošena najveća kompjuterska snaga da se generiše. Kako se rudaru takmiče da budu prvi pri dodavanju novog bloka, postoji mogućnost da dva različita bloka budu dodata u isto vreme. Ovu situaciju rešava sledeći rudar pridruživanjem novog bloka i samim tim proglašavanjem dužeg lanca. Činjenica da čvorovi prihvataju najdužu verziju kao validnu povlači da je veoma teško da neko modifikuje transakcije. Ukoliko bi se korisnik odlučio da generiše alternativnu verziju lanca, od njega bi se zahtevalo da dodaje nove blokove istom brzinom kao i većina ostatka mreže.

Još jedan koncept koji je i te kako prisutan kod *Blockchain*-a jeste *fork*. Postoje dva tipa ove pojave, a to su *soft* i *hard fork*, gde ćemo mi definisati samo *hard*, iz razloga što je bitniji za naše istraživanje. Do *hard fork*-a se dolazi u slučaju promene softvera, a da pritom jedni korisnici nastave da koriste staru verziju, dok drugi pređu na novu. U tom slučaju dolazi do račvanja lanca i nastanka potpuno dva odvojena *blockchain*-a. Ovim postupkom se formiraju nove kriptovalute, što ćemo i videti u nastavku teze.

Kroz definisanje pojmove kao što su *Blockchain*, *Mining*, PoW i privatni i javni ključ formirali smo sliku o tome šta je zapravo Bitcoin i kako funkcioniše. Ti isti pojmovi doprinose tome da Bitcoin bude u određenoj meri decentralizovana, sigurna i neposredna kriptovaluta.

1.2 Kratak opis ostalih korišćenih kriptovaluta

Ovaj odeljak ima za cilj da pruži opis osnovnih karakteristika ostalih korišćenih kriptovaluta, gde će fokus biti najviše na osobinama koje iste ne dele sa prvobitnom digitalnom valutom.

Ripple

Slika 1.2: Kretanje cene *Ripple*-a



Izvor: CoinMarketCap

Protokol je osnovan 2004. godine, dok se zapravo probija tek 2013. godine kada investitori ulažu u *Ripple*. *Ripple* je platforma koja je primarno kreirana za banke i finansijske institucije. Platforma ima svoju sopstvenu valutu XRP, gde su svi tokeni kreirani prilikom početka mreže i nijedan neće više biti izdat, dok treba naglasiti da je većina trenutno u posedu *Ripple* kompanije. XRP ima ulogu posrednika između kako kriptovaluta, tako i dekretnog novca. Postoji veliki broj valuta koje ne mogu da se konvertuju jedna u drugu, a token rešava taj problem uz veoma nisku proviziju.

Glavne prednosti *Ripple*-a su omogućavanje kraćih perioda obrade transakcija, kao i već spomenute značajno niske provizije. Verifikacija transakcija se vrši uz pomoć tehnologije RPCA (*Ripple protocol consensus algorithm*), gde za provere validnosti transakcije nije potrebna saglasnost svih čvorova, već samo nekoliko izabranih. Što se tiče provizije, njen iznos je 0.00001\$ i nakon prolaska transakcije, ovaj iznos zauvek nestaje sa platforme. Sistem je dizajniran na ovaj način sa ciljem da se zaštiti od nepoželjnih aktivnosti. Još jedna značajna karakteristika jeste da *Ripple* nije baziran na *block chain*-u, odnosno ne

postoje blokovi u kome su zabeležene sve transakcije, već je prisutna glavna knjiga koja čuva svu istoriju.

Ethereum

Slika 1.3: Kretanje cene Ethereum-a



Izvor: CoinMarketCap

Projekat *Ethereum* je započet 2013. godine. U tom momentu javnost je bila uzbudjena zbog *Bitcoin*-a gde je ta pažnja bila usmerena ka *blockchain*-u i neograničenim mogućnostima njegove primene. Usluge kao što su pozajmice od banke, sistemi za glasanje, društvene mreže, biznis ugovori i razne druge bi mogle da postanu decentralizovane. Programiranje *blockchain*-a za konačan broj upotreba ne bi bilo praktično i samim time dolazimo do *Ethereum*-a, softvera koji koristi svoj programski jezik pod nazivom *Solidity*.

Pametni ugovori i mogućnost developer-a da kreiraju decentralizovane aplikacije na platformi jeste *Ethereum*-ova istaknuta osobina. Pametne ugovore možemo posmatrati kao regularne, samo što su digitalni. Pošto funkcioniše na *blockchain*-u, ovaj ugovor je tačnije program koji se samostalno pokreće. Zahtevi se automatski ispunjavaju, bez izuzetka, ako su ispunjeni kodirani uslovi, što dovodi do toga da je ovim postupkom u potpunosti zamjenjen posrednik između dve strane. Decentralizovane aplikacije ili *Dapps (decentralized applications)* su kreirane takođe na *blockchain*-u i nisu kontrolisane ni od jedne individualne osobe ili bilo kakvog centralnog autoriteta. Na primer, *Bitcoin* možemo posmatrati kao *Dapp* koji pruža svojim korisnicima elektronski novčani sistem bez prisustva trećeg lica.

Aplikacije na *Ethereum* platformi se pokreću preko tokena *Ether*, koji se za pokretanje tih aplikacija, ima svrhu i kao digitalna valuta. Značajno je brže formiranje *ether-a* od *bitcoin*-a (14-15 sekundi prema 10 minuta) i postoji manje ovih tokena u opticaju nego što ima *bitcoin*-a.

Bitcoin cash

Ograničena veličina *Bitcoin* bloka prouzrokuje kako duži period tako i manji broj obrađenih transakcija. Korisnici imaju mogućnost ubrzavanja procesa tako što će plaćati veću proviziju, mada ovaj pristup nije adekvatan najviše u slučaju transakcija sa manjim iznosom, gde bi se provizija za transakciju ispostavila većom od samog iznosa te transakcije. *Bitcoin cash* (BCH) ima za cilj rešavanje ovih problema preko povećanja veličine bloka sa 1 MB na 8 MB, odnosno sa 3-7 obrađenih transakcija u sekundi na 61 transakciju. BCH je nastao kao *hard fork* od BTC-a avgusta 2017. godine.

Slika 1.4: Kretanje cene *Bitcoin cash-a*

EOS

Slika 1.5: Kreanje cene *EOS-a*

EOS je *blockchain* platforma za decentralizovane aplikacije kreirana 2017.godine. Prilikom ICO-a, *Eos* je odabrao novi pristup tako što je ceo taj proces trajao godinu dana. Producivanje perioda je imalo za cilj da obezbedi realnu cenu tokena na tržištu, a da ne pruži prednost odabranoj manjini tokom kratkog ICO perioda. Jedna od najbitnijih karakteristika ove kriptovalute jeste što je skalabilna. Kriptovalute kao što su *Bitcoin* i *Ethereum* nisu u mogućnosti da obrade veliki broj transakcija u sekundi, iz razloga što svaki čvor mora da potvrdi validnost date transakcije. *EOS* rešava ovaj problem uz pomoć metode *Delegated Proof of Stake* (DPoS).

Da bismo bili u mogućnosti da razumemo šta je *delegated PoS*, moramo prvo objasnitit šta je tradicionalni PoS. Nećemo ići u detalje i fokusiraćemo se na razlike sa već viđenim PoW. Osnovna ideja *Proof of State*-a jeste da umesto podsticaja da se svi korisnici takmiče međusobno, on koristi sisteme slučajnog odabira onih korisnika koji će vršiti kreiranje blokova. Odabir nije u potpunosti slučajan jer svaki korisnik ima verovatnoću da bude izabran srazmernu njegovom broju tokena.

Suštinska razlika između DPOS-a i PoS-a jeste što korisnici imaju pravo da biraju, odnosno glasaju koji će među njima imati privilegiju da proizvode blokove za određenu nadoknadu. Smanjivanjem broja čvorova, koji će proveravati validnost transakcija, direktno se smanjuje potrebna električna snaga za ovaj proces, a takođe se smanjuje i period obrade transakcija istih. *EOS* tvrdi da ima sposobnost da podrži 100 000 transakcija u sekundi i ima za cilj da u potpunosti eliminiše njihove troškove.

Tether

Slika 1.6: Kretanje cene Tether-a



Izvor: CoinMarketCap

Da bi popularne kriptovalute, kao što su *Bitcoin* i *Ethereum*, koristili kao sredstvo razmene na dnevnom nivou, njihova volatilnost mora biti drastično redukovana. *Tether* (USDT) pripada novoj klasi kriptovaluta *stablecoin*, koji je kreiran da bi korisnicima pružio prethodnu mogućnost, kao i da predstavlja oblik čuvanja vrednosti, a ne sredstvo za spekulacije i investiranje. *Stablecoin* jeste tip kriptovalute čija je vrednost povezana sa drugim stabilnijim sredstvima. Prvobitna ideja *Tether*-a je bila da bude podržan u potpunosti američkim dolarom, odnosno za svaki USDT u rezervi postoji ekvivalentan iznos USD-a (*United States dollar*). *Tether* je izjavio 2019. godine da svaki USDT jeste podržan, ali da sem dolara, rezerva uključuje gotovinske ekvivalente zajedno sa drugim sredstvima. *Tether* nije decentralizovan, svaki USDT je izdat od strane *Tether Limited*.

Stellar

Slika 1.7: Kretanje cene Stellar-a



Izvor: CoinMarketCap

Stellar je finansijska platforma koja ima za cilj da obezbedi brze internacionalne transfere uz male troškove. *Stellar* se odvojio od *Ripple*-a 2014. godine, ali osnivač *Stellar*-a, koosnivač *Ripple*-a, je izjavio da to nije bio *fork* i da ove dve kriptovalute funkcionišu na potpuno drugačijem kodu. Dodatna razlika jeste što se *Stellar* fokusirao, osim na finansijske kompanije, i na individualne korisnike. Ova kriptovaluta je bazirana, kao i *Ripple*, na *consensus* protokolu (*Stellar Consensus Protocol*- SCP). Proces proveravanja validnosti transakcija traje 3-5 sekundi. Stellar ima svoj token *Lumens* (XLM) koji se koristi unutar mreže. Svi XLM-ovi su već formirani, ali većina tokena je u vlasništvu kompanije *Stellar*, koji se u vrednosti od 1% izdaju svake godine.

Litecoin

Slika 1.8: Kretanje cene *Litecoin*-a

Litecoin (LTC) je decentralizovana digitalna valuta, kreirana oktobra 2011. godine. Često se poredi sa *Bitcoin*-om iz razloga što dele značajan broj zajedničkih karakteristika, ali sa druge strane prisutne su određene razlike. Obe kriptovalute funkcionišu na *block chain*-u i koriste *proof of work*, mada im se algoritmi razlikuju. *Litecoin* ima mogućnost da generiše blokove oko četiri puta brže nego *Bitcoin*, stoga proces provere legitimnosti transakcije iznosi 2,5 minuta. Štaviše, provizija kod ove kriptovalute jeste manja nego kod *Bitcoin*-a, što motiviše korisnike da koriste LTC prilikom transfera manjih iznosa. Iako obe digitalne valute imaju ograničen broj novčića koji mogu biti iskopani, kod *Litecoin*-a taj broj je četiri puta veći.

TRON

Slika 1.9: Kretanje cene *TRON*-a

Tron je platforma kreirana sa idejom da bude baza za decentralizovan, besplatan sistem za zabavu. Cilj je da se eliminiše posrednik između korisnika i vlasnika određenog sadržaja. *Tron* je objavljen oktobra 2017. godine, dok je organizacija koja stoji iza platforme osnovana sredinom 2017. u Singapuru. Ova platforma ima svoju valutu *Tronix* (TRX) za koju je bitno naglasiti da se ona ne kopira, već korisnici imaju priliku da zarade tokene prilikom kreiranja sadržaja i generalnog doprinosa mreži. *Tron* ima mogućnost da podrži i decentralizovane aplikacije čime ulazi u konkureniju sa drugim digitalnim valutama kao što su *Ethereum* i *EOS*.

IOTA

Slika 1.10: Kretanje cene IOTA-a



Izvor: CoinMarketCap

IOTA (internet of things application) je projekat koji se fokusira na sigurne i brze transakcije mašina konektovanih na *IoT*. *IoT* ima za cilj proširenje interneta van računara i pametnih telefona na čitav niz drugih uređaja, procesa i okruženja. (izvor: iotforall). *IOTA* je kreirana u julu 2016.godine od strane *IOTA Foundation*, gde treba skrenuti pažnju da mreža trenutno nije decentralizovana, mada ima za cilj da se u budućnosti potpuno osamostali. Zvanični novčić ove mreže je MIOTA.

Istaknuta karakteristika ove platforme jeste da umesto tradicionalnog *block chain*-a koristi *Tangle*. *Tangle* jestе acikličan digraf i otuda proizilazi njegovo drugo ime DAG (*directed acyclic graph*). Svaki čvor u grafu sadrži informacije o jednoj transakciji i da bi transakcija bila validna, ulazni stepen tog čvora mora biti veći ili jednak od dva. Prilikom obavljanja transakcije, od korisnika se zahteva da verifikuje dve prethodne. Ovim metodom transakcija se povezuje za *Tangle* i ukida se proces kopanja. *IOTA* je praktična za mikro transakcije, jer od korisnika ne zahteva da direktno plaća proviziju, ali sa druge strane svaki uređaj donosi mreži energiju prilikom obrade transakcija. Kako raste i više korisnika obavlja transakciju, sistem postaje sigurniji i brži, odnosno povećavanjem broja transakcija povećava se broj obrade transakcija u sekundi, što direktno rešava problem skalabilnosti.

Binance coin

Slika 1.11: Kretanje cene Binance coin-a



Izvor: CoinMarketCap

Binance je jedna od najpopularnijih berza za kriptovalute, a takođe ima i svoj sopstveni token *Binance coin* (BNB). BNB je kriptovaluta objavljena 2017. godine, a kreirana je na

Ethereum platformi. Glavna uloga tokena jeste za plaćanje provizija u *Binance* sistemu, dok služi i kao sredstvo razmene. Kreirano je 200 miliona ovih tokena, ali svakog kvartala platforma izdvaja 20% profita kako bi ih otkupila i *spalila*. *Spaljivanje* novčića se vrši iz razloga da se kontroliše ponuda, a proces će se nastaviti sve dok u opticaju ne ostane 50% od originalnog iznosa.

Monero

Slika 1.12: Kretanje cene Monero-a



Izvor: CoinMarketCap

Monero (novčić na esperanto jeziku) je nastao 2014.godine kao *hard fork* valute *Bytecoin*-prve privatne kriptovalute. Samim tim, privatnost je karakteristika oko koje je ova digitalna valuta centrirana. *Monero*-v *block chain* je konfigurisan tako da prikrije informacije o transakciji kao što su detalji o pošiljaocu, primaocu i iznosu date transakcije. Identitet pošiljaoca je sačuvan preko metode *ring signature*, gde potpisi pošiljalaca iz više različitih transakcija formiraju prsten i time se onemogućuje uspostavljanje veze između potpisa i odgovarajuće transakcije. Privatnost primaoca je omogućena preko *stealth address*-a, odnosno adresa kreiranih za jednokratnu upotrebu. Što se tiče iznosa transakcije, ova informacija je sakrivena od šire javnosti uz pomoć *Ring Confidential Transactions*, gde je svaki iznos modifikovan određenom formulom. Dodatna karakteristika ove kriptovalute, koja proizilazi iz njene privatnosti, jeste zamenjivost, tačnije ne postoji nikakva razlika između dva novčića. Ova osobina nije prisutna kod *Bitcoin*-a, gde svaki novčić možemo da pratimo do njegovog nastanka i stoga ne postoje dva ista. Još jedna razlika sa BTC-om jeste što je veličina bloka kod *Monero*-a fleksibilna.

Dash

Dash je kriptovaluta kreirana januara 2014. godine pod nazivom *Xcoin*, gde je kasnije preimenovana u *Darkcoin*, a tek marta 2015. godine u *Digital cash* odnosno *Dash*. Glavni fokus ove platforme jesu instant transakcije, privatnost, kao i minimalne provizije. *Dash* je takođe baziran na *block chain*-u, ali novi pojam koji uvodi jesu *Master nodes*. Ideja je da se kreiraju serveri koji će izvršavati određene zadatke, a da isti nisu u nadležnosti običnih čvorova čime će poboljšati funkcionisanje mreže. Svaki korisnik može postati *Master node* ako na računu ima minimum 1000 *Dash* tokena, koji imaju ulogu garancije da će dati korisnik delovati u skladu sa pravilima.

Slika 1.13: Kretanje cene Dash-a



Izvor: CoinMarketCap

Kao nadoknadu, ovi čvorovi dobijaju 45% zarade od kopanja bloka, dok 45% ide kopačima, a ostalih 10% se izdvaja za buduće projekte. Broj ukupno iskopanih tokena je ograničen i iznosi 18 miliona.

Ethereum Classic

Slika 1.14: Kretanje cene Ethereum Classic-a



Izvor: CoinMarketCap

DAO (*decentralized autonomous organization*) je osnovan na Ethereum platformi aprila 2016. godine, a služio je kao decentralizovani investicioni fond. Cilj fonda je bio da omogući korisnicima da ulažu u *Dapps*. Tokom kratkog perioda, bio je veoma uspešan sakupivši \$150M, ali je juna 2016, zbog greške u kodu hakovan, gde je izgubljeno oko trećina ukupnog iznosa. Iz želje većine korisnika da se povrati taj iznos došlo je do *hard fork*, odnosno razdvajanja *blockchain-a* na Ethereum i Ethereum Classic. Ethereum Classic je decentralizovana platforma koja je zadržala originalan kod. Korisnici koji su se odlučili za ovaj smer su mišljenja da Ethereum nema pravo da poništi transakciju koja je nastala i da ne treba da se povrate izgubljeni ether-i. Ethereum Classic je mreža koja ima skoro iste uloge kao i današnji Ether, sa sopstvenim tokenom ether classic.

Zcash

Zcash je stupio u javnost 2016. godine. Algoritam ove digitalne valute je baziran na algoritmu Bitcoin-a, dok su stupile određene izmene kako bi se postigla privatnost korisnika. Privatnost je pružena preko metode *zero knowledge proof*, koja omogućuje verifikovanje transakcija, bez informacija o učesnicima, kao i o samoj transakciji. Za razliku od Monero kriptovalute, korisnik ima mogućnost podešavanja nivoa ove privatnosti. Sistem

Slika 1.15: Kretanje cene Zcash-a



Izvor: CoinMarketCap

isto funkcioniše po principu kopanja, gde kopači kao naknadu za utrošenu energiju dobijaju provizije od transakcija i kao kod *Bitcoin*-a programirano je da ukupan broj tokena bude 21 milion. Praktičnu uoptrebu *Zcash* ima kod kako individualnih korisnika, tako i kompanija koje koriste *block chain* tehnologiju, a potrebna im je privatnost.

Glava 2

Pregled teorijske podloge

2.1 Vremenske serije

Posmatrajući slučajnu promenljivu $\{X_t\}$ kroz vreme u određenim intervalima dolazimo do vremenske serije, a ukoliko je dodatno prisutna linearna veza između X_t i prethodnih vrednosti $X_{t-1}, X_{t-2} \dots$, govorimo o linearnoj vremenskoj seriji. Univerzalni oblik za linearnu vremensku seriju dat je sledećom jednačinom:

$$X_t = \nu + \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i \alpha_{t-i} \quad (2.1)$$

gde je ν očekivanje vremenske serije, $\omega_i, i = 1 \dots \infty$ parametri takvi da je $\omega_0 = 1$, a α_t beli šum. Beli šum α_t je tip vremenske serije za koju važi da su $\{\alpha_t\}$ nezavisne slučajne promenljive sa jednakom raspodelom i konačnim očekivanjem i disperzijom.

Analiza vremenskih serija ima značajnu primenu u oblastima kao što su ekomska predviđanja, finansijske i tehnološke analize kao i u mnogim drugima. Stoga ćemo u nastavku navesti neke od osnovnih pojmoveva vezanih za ovu oblast.

2.1.1 Stacionarnost

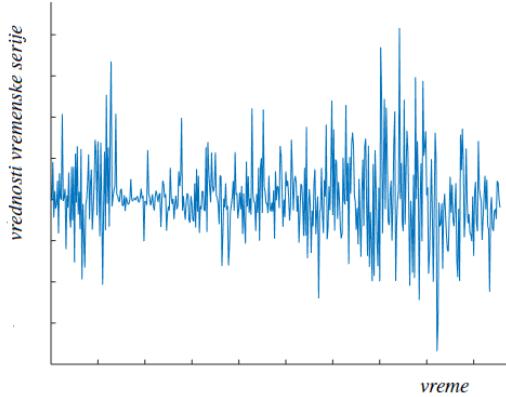
Česta prepostavka u analizi vremenskih serija jeste da ista bude stacionarna. Ovde ćemo definisati i strogu i slabu stacionarnost, dok ćemo kasnije u tezi pod stacionarnošću podrazumevati slabu stacionarnost.

Definicija 2.1.1 *Vremenska serija $\{X_t\}$ je striktno stacionarna ako $(X_{t_1}, \dots, X_{t_k})$ i $(X_{t_1+t}, \dots, X_{t_k+t})$ imaju identičnu raspodelu za $\forall t$, gde $t_1, \dots, t_k \in \mathbb{N}$*

Definicija 2.1.2 *Vremenska serija $\{X_t\}$ je slabo stacionarna ako su $E(r_t)$ i $cov(r_t, r_{t-l})$ nezavisne od t , $\forall l \in \mathbb{Z}$*

Stacionarnost nam pruža informaciju o tome da li statističke karakteristike vremenske serije zavise od vremenskog trenutka. Ova osobina je veoma bitna prilikom formiranja modela, što će biti jasnije u nastavku glave. U suštini, grafik stacionarne vremenske serije (2.1) ukazuje na to da su fluktuacije podataka konstantne oko fiksiranog nivoa.

Slika 2.1: Primer slabo stacionarne vremenske serije



2.1.2 AR model

Kod AR (autoregresivnog) modela prilikom formiranja predikcija određene veličine koristimo samo linearnu kombinaciju prošlih vrednosti iste. Model se može matematički opisati preko sledećih jednačina:

$$AR(1) \quad X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \alpha_t \quad (2.2)$$

$$AR(2) \quad X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \alpha_t \quad (2.3)$$

⋮

$$AR(p) \quad X_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \alpha_t \quad (2.4)$$

gde $p \in \mathbb{N}$ predstavlja red AR modela i odnosi se na broj prošlih vrednosti uključenih u model. ϕ_0 je konstanta, ϕ_i , $i = 1, \dots, p$ su parametri, dok je α_t beli šum.

Stacionarnost i karakteristični korenii

Intuitivno gledano, kod stacionarnih vremenskih serija uticaj prošlih vrednosti u modelu se smanjuje. Iz razloga što koeficijenti ϕ_i predstavljaju meru uticaja prošlih vrednosti r_{t-i} , $i = 1, \dots, p$ na r_t , ispitivanje stacionarnosti AR modela vršimo uz pomoć odgovarajućih karakterističnih korenova.

Da bismo lakše razumeli postupak prvo posmatramo AR(1) i AR(2) model, gde se može dokazati sledeća teorema.

Teorema 1 Neka r_t prati AR(1) model. Prepostavimo da je $|E(r_t)| \leq s < \inf$, $\forall t$, $s \in \mathbb{R}$. Tada je r_t slabo stacionarna ako je $|\phi_1| < 1$.

Na osnovu prethodne teoreme videli smo kakav uticaj ima parametar prilikom provere stacionarnosti, a sada ćemo u AR(2) modelu definisati neke nove pojmove i dodatna tvrdjenja. Koeficijent korelacije reda l u ovom modelu možemo izraziti sledećim zapisom:

$$\varphi_l = \phi_1 \varphi_{l-1} + \phi_2 \varphi_{l-2} \quad (2.5)$$

Uvođenjem *Back shift* operatora, prethodnu jednačinu svodimo na oblik 2.6. Ako dobijeni izraz posmatramo kao polinom drugog reda po B , tada ga nazivamo karakterističnim polinomom AR(2) modela, a znamo da su njegova rešenja karakteristični koreni u oznaci $\lambda_{1/2}$. Uslov koji mora biti ispunjen da bi vremenska serija bila stacionarna jeste da su ti karakteristični koreni po apsolutnoj vrednosti veći od jedan (2.7).

$$1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 = 0 \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} 1 - \phi_1 \lambda - \phi_2 \lambda^2 &= 0 \\ \lambda_{1/2} &= \frac{\phi_1 \pm \sqrt{\phi_1^2 + 4\phi_2}}{-2\phi_2} \\ |\lambda_{1/2}| &> 1 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Istu ovu priču bismo sada uopštili na AR model reda p , gde bi karakteristična jednačina bila definisana izrazom 2.8, a stacionarnost ispunjena za $|\lambda_i| > 1$, $i = 1 \dots p$.

$$1 - \phi_1 \lambda - \phi_2 \lambda^2 - \dots - \phi_p \lambda^p = 0 \quad (2.8)$$

Tipičan primer nestacionarne vremenske serije je slučajan hod 2.9 za koji važi da je $\phi = 1$, odnosno uticaj prošlih vrednosti se ne smanjuje u ovoj vremenskoj seriji (modelu).

$$p_t = p_{t-1} + \alpha_t, \quad p_0 \in \mathbb{R} \quad (2.9)$$

U empirijskom slučaju stacionarnost uglavnom testiramo putem ADF (*Augmented Dickey-Fuller*) testa. Zbog jednostavnosti opet posmatramo AR(1) model, što je u stvari *Dickey-Fuller* test, a imajući u vidu teoremu 1, stacionarnost testiramo preko provere vrednosti koeficijenta ϕ_1 . Prvobitna ideja bi bila primeniti t-test sa nultom hipotezom $H_0 (\phi_1 = 1)$, protiv alternativne $H_1 (\phi_1 \neq 1)$, mada kako centralna granična teorema zahteva stacionarnost vremenskih serija, dok nulta hipoteza tvdi obrnuto, ovakav smer nije moguć. Do rešenja problema dolazimo oduzimajući od jednačine 2.1 vrednost X_{t-1} , kao i uvođenjem Dickey-Fuller (DF) raspodele. Samim time t statistike sada upoređujemo sa kritičnim vrednostima DF raspodele. Navedeni princip se može uopštiti za modele višeg reda, gde analogno oduzimanjem X_{t-1} od jednačine 2.3 zajedno sa određenim modifikacijama dolazimo do sledećeg oblika:

$$\Delta X_t = \phi_0 + \delta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta X_{t-i} + \alpha_t \quad (2.10)$$

Testiranje stacionarnosti radimo preko t-testa za $H_0 (\delta = 0)$, a $H_1 (\delta \neq 0)$, gde je $\delta = \phi_1 - 1$. Vrednosti statistike takođe upoređujemo sa kritičnim vrednostima DF raspodele, dok treba naglasiti da hipotezu odbacijemo za $t < DF$ ¹.

Određivanje reda modela

Neizostavan deo prilikom formiranja modela jeste odrediti broj prošlih vrednosti vremenske serije koje ćemo uključiti u isti. Neki od čestih testova korišćenih za ovu svrhu su PACF (*Partial Autocorrelation Function*), AIC (*Akaike Information Criterion*) i BIC

¹kritične tačke Dickey-Fuller raspodele uzimaju negativne vrednosti

((Schwartz) Bayesian Information Criterion). PACF test nećemo navoditi ovde iz razloga što nije bio upotrebljivan za istraživanja, dok ako je čitalac zainteresovan, upućuje se na literaturu [20].

Definicije prethodno spomenutih AIC i BIC testova variraju delimično u zavisnosti od literature, međutim suština je ista. Kako smo za račun ovih vrednosti koristili MATLAB, ovde navodimo oblik koji taj programski jezik prihvata.

$$AIC = -2 \log(L) + 2p \quad (2.11)$$

$$BIC = -2 \log(L) + p \log(n) \quad (2.12)$$

U jednačinama sa L smo obeležili funkciju maksimalne verodostojnosti, dok je p broj uključenih parametara, a n broj obzervacija ili ukupan broj intervala nad kojima smo posmatrali našu vremensku seriju. Kod oba testa biramo onu vrednost p za koju su dobijene vrednosti AIC i BIC minimalne. Na osnovu prvog dela jednačina primećujemo da testovi daju bolje rezultate u slučaju kada je funkcija maksimalne verodostojnosti veća, odnosno kada uključivanjem nove veličine doprinesemo boljem objašnjenju modela, dok drugi deo jednačina nam govori da se povećanje vrednosti parametra p kažnjava. Iako su veoma slični, BIC test je ipak osetljiv na ubacivanje nove promenljive u model i samim tim optimalan red modela će biti manji nego kod AIC testa.

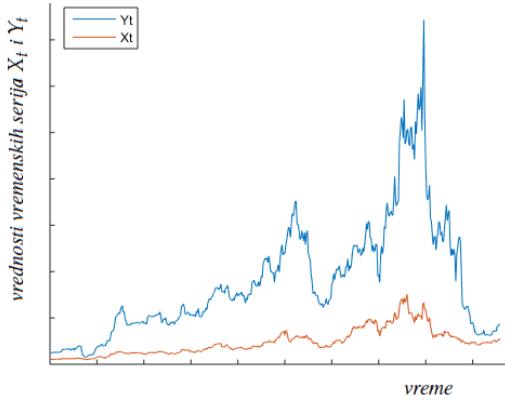
2.1.3 Red integrisanosti i kointegracija

Za vremensku seriju $\{X_t\}$ kažemo da je reda integrisanosti 1, u oznaci $I(1)$, ako je vremenska serija $\{X_t - X_{t-1}\}$ stacionarna, u oznaci $I(0)$. Štaviše vremenska serija $\{X_t\}$ je $I(k)$ ako je $\{X_t - X_{t-1}\}$ $I(k-1)$. Na osnovu navedenog, zaključujemo da podatke koji nisu stacionarni možemo da transformišemo u takve. Česta pojava u praksi jeste da su cene aktive $I(1)$, samim tim transformacijom cena u prinose dobijamo stacionarne podatke.

Sada kada smo objasnili red integrisanosti vremenskih serija, prelazimo na pojам kointegracije i opcije testiranja istog. Posmatramo nestacionarne vremenske serije kod kojih je prisutna određena veza. Neka su vremenske serije X_t i Y_t reda integrisanosti 1, kažemo da su one međusobno kointegrisane ako je njihova linearna kombinacija stacionarna vremenska serija.

Na osnovu kointegisanosti vremenskih serija možemo zaključiti da li će se te serije tokom vremena kretati u relativno istom smeru. Naime, ako je njihova linearna kombinacija stacionarna u određenom vremenskom periodu, rastojanje između X_t i Y_t je stacionarno u tom istom vremenskom periodu. Za ispitivanje ove osobine najpopularniji su testovi: *Johansen* i *Eagle-granger* test. U ovoj tezi smo se opredelili za *Eagle-granger* test, gde testiramo stacionarnost linearne kombinacije X_t i Y_t tako što t statistiku uporedujemo sa modifikovanom DF raspodelom. Nulta hipoteza testa je H_0 (vremenske serije nisu kointegrisane), dok je alternativna H_1 (vremenske serije su kointegrisane).

Slika 2.2: Primer kointegriranih vremenskih serija



2.2 Regresiona analiza

Kako se naše okruženje ne sastoji od nezavisnih slučajnih promenljivih, često nas interesuje kakva veza postoji između njih. Regresiona analiza je metoda koja se bavi utvrđivanjem da li je prisutna i ako jeste, kakva je zavisnost između tih veličina. Regresija, kao pojam korišćen za ovu svrhu, potiče iz XIX veka, kada je iz interesovanja za genetiku i nasledstvo, engleski naučnik *Sir Francis Galton* proučavao vezu između visine roditelja i visine dece. Dakle, u regresionom modelu ispitujemo uticaj jednog ili više faktora na određenu slučajnu promenljivu. Oznaka za faktore u literaturi jeste X , dok je za zavisnu promenljivu Y . U zavisnosti od toga da li je X skalar ili vektor ispitivana regresija je jednostruka ili višestruka.

Često se pre ispitivanja regresije utvrđuje mogućnost prisustva zavisnosti između promenljivih. Intuitivno najbolji način za to je putem grafičkog prikaza uređenih parova koji nazivamo dijagram rasturanja. Na primer, ako imamo uzorak veličine n , u Dekartovoj ravni ćemo zabležiti n tačaka. Svrha ovog procesa je da fitujemo krivu, odnosno pronađemo funkciju koja dobro aproksimira dobijeni skup podataka.

Razlikujemo dva tipa regresije. U prvom slučaju pokušavamo pronaći funkciju $f(X)$, takvu da dovoljno dobro aproksimira vrednosti promenljive Y . Veličine X i Y su slučajne promenljive. Zadatak se svodi na rešavanje sledećeg problema:

$$\min E(Y - f(X))^2 \quad (2.13)$$

Funkcija koja zadovoljava prethodni uslov naziva se funkcija regresije Y na X , a regresija koju smo opisali jeste regresija prve vrste. Kod drugog tipa regresije promenljiva X je deterministička, dok Y ostaje slučajna veličina. Iz te činjenice zaključujemo da u ovom obliku na promenljivu Y utiču, sem zavisne promenljive, slučajni faktori koje ne možemo da kontrolišemo. Uzima se da je očekivanje tih faktora nula, tačnije važi jednakost $E(Y) = \mu(X)$. Metod pronalaženja odgovarajuće funkcije $\mu(X)$ jeste regresija druge vrste, gde je u slučaju kada je $\mu(X)$ linearna funkcija reč o linearnoj regresiji, u suprotnom govorimo o krivolinijskoj regresionej analizi.

U ovoj tezi ćemo se baviti regresijom vremenskih serija, i to jednostrukom linearnom

regresijom II vrste, samim tim u daljem nastavku ove glave fokusiramo se na istu.

2.2.1 Linearna regresija II vrste

Jednodimenzionalan linearan regresioni model je opisan sledećom jednačinom:

$$Y = \alpha + \beta X + \epsilon \quad (2.14)$$

gde su:

- Y -zavisna promenljiva
- X -nezavisna promenljiva
- α i β -regresioni parametri
- ϵ -slučajna greška

U datoj jednačini Y i ϵ predstavljaju slučajan deo, dok je $\alpha + \beta X$ deterministički deo modela. Greška ϵ sadrži sve informacije o zavisnoj promenljivoj za koje važi da nisu opisane determinističkim delom, odnosno govorи nam koliko veličina Y odstupa od prave $\alpha + \beta X$. Parametar α je slobodan član modela i uzima vrednost promenljive Y u slučaju kada promenljiva X ima vrednost nula. Sa druge strane β , kao koeficijent nagiba, izražava promenu promenljive Y za jedinicu promene X .

Cilj regresione analize jeste da da optimalnu ocenu parametara α i β , u oznaci $\tilde{\alpha}$ i $\tilde{\beta}$, kao i da utvrди da li su te ocene statistički značajne. Do željenog regresionog modela dolazimo uz pomoć realizovanog uzorka $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2) \dots (X_n, Y_n)$, gde primećujemo da imamo n uređenih parova, $n \in \mathbb{N}$, iz čega možemo zaključiti da svakoj realizovanoj vrednosti X_i odgovara realizovana vrednost Y_i , $i = 1, 2 \dots n$. Budući da se u ovoj tezi bavimo regresijom vremenskih serija, u našem slučaju n predstavlja broj nedelja nad kojima su posmatrani podaci.

U literaturi, dve najpopularnije metode za određivanja funkcionalne zavisnosti $Y = f(X)$ jesu metod najmanjih kvadrata i metod maksimalne verodostojnosti. Ono što je specifično za jednostruku regresiju II vrste jeste što će se prilikom sprovođenja obe metode dobiti identične ocene, iz čega direktno proizilazi činjenica da će karakteristike ocena dobijenih MNK biti ekvivalentne karakteristikama ocena dobijenih MMV. Iz tog razloga u ovoj tezi biće dovoljno formulisati metod najmanjih kvadrata (2.15).

$$\min_{\alpha, \beta} \sum_{i=1}^n (Y_i - (\alpha + \beta X_i))^2 \quad (2.15)$$

Rešavanjem prethodnog problema, dobijamo ocene $\tilde{\alpha}$ i $\tilde{\beta}$ (2.17 i 2.16).

$$\tilde{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (2.16)$$

$$\tilde{\alpha} = \bar{Y} - \tilde{\beta} \bar{X} \quad (2.17)$$

gde definišemo $\bar{X} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $\bar{Y} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$, kao uzoračke ocene prvih momenta promenljivih X i Y . Takođe primećujemo da ocenu za α izvodimo iz ocene za β .

Nakon ocene regresionih parametara preostaje provera njihove statističke značajnosti. Testiramo nulte hipoteze $H_0(\alpha = 0)$ i $H_0(\beta = 0)$ protiv alternativnih $H_A(\alpha \neq 0)$ i $H_A(\beta \neq 0)$. S obzirom na činjenicu da ćemo u našem istraživanju primenjivati t-test, njega ćemo navesti ovde, dok se do istog zaključka dolazi i F statistikom. Dakle, značajnost koeficijenata α i β testiramo pomoću sledećih statistika:

$$T_1 = \frac{\tilde{\alpha}}{S_{\tilde{\alpha}}} \quad (2.18)$$

$$T_2 = \frac{\tilde{\beta}}{S_{\tilde{\beta}}} \quad (2.19)$$

gde T_1 i T_2 imaju Studentovu raspodelu sa $n-2$ stepena slobode. Dodatno, $S := \frac{\sum_{i=1}^n (\tilde{Y}_i - Y_i)}{n-2}$ je standardna greška regresije, S_α i S_β su standardne greške ocene parametara α i β respektivno, a njihova vrednost je:

$$S_{\tilde{\alpha}} = S \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2)}} \quad (2.20)$$

$$S_{\tilde{\beta}} = S \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2}} \quad (2.21)$$

Testiranjem značajnosti parametra β testirali smo i linearost regresije. Naime, ukoliko za izabran nivo značajnosti dobijemo da β nije statistički različito od nule, to iziskuje da nezavisna promenljiva X nema uticaj prilikom predviđanja zavisne promenljive Y na linearnom nivou. Analogan zaključak važi i u slučaju kada je β statistički različito od nule.

Kao meru prilagođenosti modela našem uzorku koristimo koeficijent determinacije u oznaci R^2 . Pre nego što navedemo odgovarajuću formulu neophodno je definisati sledeće sume:

$$SST = \sum_{i=1}^n (\bar{Y} - Y_i)^2 \quad (2.22)$$

suma kvadrata totala

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\bar{Y} - \tilde{Y}_i)^2 \quad (2.23)$$

suma kvadrata regresije

$$SSE = \sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{Y}_i)^2 \quad (2.24)$$

suma kvadrata reziduala

gde je SST ukupan varijabilitet zavisne promenljive Y , SSR uticaj nezavisne promenljive X ili objašnjena varijacija, dok je SSE uticaj nekontrolisanih faktora ili neobjašnjena varijacija. Može se pokazati da važi jednakost $SST = SSR + SSE$. Samim time, intuitivno dolazimo do definicije koeficijena R^2 :

$$0 \leq R^2 = \frac{SSR}{SST} \leq 1 \quad (2.25)$$

Naime, na osnovu jednačine zaključujemo da koeficijent determinacije računa valjanost predikcija dobijenih modelom u odnosu na realizovan uzorak, drugim rečima variabilnost podataka je objašnjeno $R^2 \geq 100\%$ modelom. Ukoliko je $R^2 = 1$, imamo idealnu linearnu vezu između ispitivanih veličina.

Dodatno, navodimo definiciju najpoznatijeg koeficijenta korelacije - *Pearson*-ovog koeficijenta linearne korelacije. Neka imamo slučajne promenljive X_1 i X_2 i uzorak veličine n , gde su m_1 i m_2 srednje vrednosti uzorka. Koeficijent je iskazan sledećom jednačinom:

$$\rho_{1,2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_1 - m_1)(X_2 - m_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_1 - m_1)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_2 - m_2)^2}} \quad (2.26)$$

Pearson-ov koeficijent uzima vrednosti u intervalu $[-1, 1]$ i predstavlja statističku linearnu vezu između dve promenljive. U slučaju vrednosti 1 i -1 prisutna je savršena linearna veza, dok za vrednosti $(-1, 0) \cup (0, 1)$ imamo u određenoj meri linearnu zavisnost. $\rho_{1,2} = 0$ u opštem slučaju nam ukazuje na to da nije prisutna linearna veza između promenljivih X_1 i X_2 .

Glava 3

Podaci

Analizirani podaci su preuzeti iz baze *Yahoo Finance* u obliku završnih dnevnih cena, a za kasnije istraživanje su transformisani u neto prinose ili su zadržani u originalnom stanju. Cilj je bio izabrati uzorak maksimalne veličine, mada zbog kalkulacije cene tržišnog portfolia bilo je neophodno istoriju cena svih kriptovaluta svesti na dužinu niza najmlađe od njih. Sa tim u vidu, prva cena koja je uzeta za istraživanje potiče iz datuma prvog oktobra 2017-te, dok poslednja potiče iz 21-og januara 2019-te godine.

Ukupna tržišna vrednost svih kriptovaluta prilikom preuzimanja podataka iznosi 120,435,425,551\$. U Tabeli 1 se nalazi prikaz nekih od osnovnih karakteristika podataka koji su dostupni na *CoinMarketCap*.

Tabela 3.1: Karakteristike kriptovaluta

Kriptovaluta	Simbol	Tržišna vrednost (\$)	Udeo na tržištu (%)	Cena (\$)	Obim (\$)	Cirkulacija
Bitcoin	BTC	63,073,514,088	52.37	3,605.17	5,224,360,053	17,495,275
Ripple	XRP	13,135,379,520	10.91	0.32	428,699,378	41,040,405,095
Ethereum	ETH	12,425,486,676	10.32	118.89	2,539,561,713	104,510,671
Bitcoin Cash	BCH	2,206,481,502	1.83	125.51	220,982,689	17,580,400
EOS	EOS	2,183,480,502	1.81	2.41	651,422,080	906,245,118
Tether	USDT	2,035,537,168	1.69	1.01	3,781,218,585	2,016,646,867
Stellar	XLM	1,997,904,953	1.66	0.10	123,344,685	19,129,820,782
Litecoin	LTC	1,902,049,783	1.58	31.63	580,850,704	60,132,125
TRON	TRX	1,764,064,429	1.46	0.03	254,012,551	66,655,406,178
IOTA	MIOTA	847,327,086	0.70	0.30	8,264,110	2,779,530,283
Binance Coin	BNB	842,549,811	0.70	6.52	35,707,156	129,175,490
Monero	XMR	760,541,799	0.63	45.44	30,700,103	16,739,002
Dash	DASH	616,151,502	0.51	71.79	145,554,904	8,582,361
Ethereum Classic	ETC	466,546,596	0.39	4.33	126,459,192	107,712,727
Zcash	ZEC	301,849,455	0.25	52.69	136,410,043	5,728,594 ZEC
Ukupno		104,558,864,870	86.82			

Pored tržišne vrednosti, treba skrenuti pažnju na još dva pokazatelja: obim i cirkulaciju. Cirkulacija predstavlja broj novčića sa kojima se trenutno trguje, dok nam obim govori koliko iznosi ta trgovina u poslednjih 24 časa i samim time može biti argumentovano da je obim najbolji pokazatelj veličine kriptovalute.

Nakon preuzimanja podataka, za dalje istraživanje bilo je potrebno formirati uzorački tržišni portfolio, odnosno formiran je portfolio od spomenutih 15 kriptovaluta. Prilikom konstruisanja dat je veći značaj kriptovalutama sa većim kapitalom, tačnije za kriptovalutu C_i težina w_i je računata preko sledeće formule:

$$w_i = \frac{K_M}{K_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 15$$

K_M – kapital tržisnog portfolia
 K_i – kapital kriptovalute C_i , $i = 1, 2, \dots, 15$

U tabeli 3.2 zabeležen je rezultat dobijenih pondera. Kapital tržišnog portfolia iznosi 104,558,864,870\$ (Tabela 3.1), gde je cena jedne digitalne valute 2172.47\$.

Tabela 3.2: Ponderi kriptovaluta

C_i	BTC	XRP	ETH	BCH	EOS	USDT	XLM	LTC	TRX	MIOTA	BNB	XMR	DASH	ETC	ZEC
$w_i(\%)$	60.32	12.56	11.88	2.11	2.09	1.95	1.91	1.82	1.69	0.81	0.81	0.73	0.59	0.45	0.29

Sledeće što je urađeno jeste osnovna analiza prinosa spomenutih kriptovaluta. Iz razloga što su podaci u obliku cena, uradena je transformacija podataka u dnevne prinose. Za analizu su korišćeni neto prinosi, koji su definisani preko formule:

$$r_{i,t} = \frac{P_{i,t+1} - P_{i,t}}{P_{i,t}}, \quad (3.1)$$

$r_{i,t}$ – prinos kriptovalute C_i na dan t

$P_{i,t}$ – prinos kriptovalute C_i na dan t

$i = 1, 2, \dots, 15$

$t = 1, 2, \dots, 478$

Primenjen je statistički test *Jarque-Bera* radi provere slaganja prinosa kriptovaluta sa normalnom raspodelom. Testirana je nulta hipoteza H_0 (*prinosi imaju normalnu raspodelu*) protiv alternativne H_A (*prinosi nemaju normalnu raspodelu*).

Kao što je rečeno na početku teze, generalno je prihvaćeno da kriptovalute ne prate normalnu raspodelu što povlači da nije neočekivano da sve kriptovalute, uključujući i indeks, odbacuju zadatu nultu hipotezu. Treba skrenuti pažnju da je test rađen na neto prinosima, koji uzimaju vrednosti veće ili jednake od -1 , dok je domen funkcija gustine normalne raspodele $D = (-\infty, +\infty)$. Iako taj podatak ne treba zanemariti, kao glavni razlog odbacivanja hipoteze možemo pretpostaviti da stoje velike vrednosti koeficijenta spljoštenosti (tabela 3.3).

Tabela 3.3: Deskriptivna statistika kriptovaluta

Naziv kriptovalute	srednja vrednost (%)	maksimum (%)	minimum (%)	volatilnost (%)	K ¹	S ²	Jargue-Bera test
Bitcoin	0.07	22.55	-17.24	4.68	5.27	0.18	105.57***
XRP	0.43	85.58	-30.72	8.74	29.16	3.47	14586.80***
Ethereum	-0.03	27.90	-19.97	5.77	4.98	0.18	80.50***
Bitcoin Cash	0.09	53.12	-26.42	8.70	10.07	1.51	1177.40***
EOS	0.61	43.31	-27.73	8.80	7.73	1.23	566.93***
Tether	0.00	12.00	-8.18	0.94	69.65	3.03	89202.80***
Stellar	0.84	91.49	-28.06	9.78	21.80	2.67	7612.30***
Litecoin	0.09	53.13	-20.71	6.81	15.91	2.09	3668.44***
TRON	1.32	96.06	-35.01	13.74	20.24	3.02	6644.83***
IOTA	0.19	45.25	-28.69	8.48	7.45	1.06	482.71***
Binance Coin	0.64	62.47	-30.51	8.10	15.92	2.03	3650.93***
Monero	3.00	283.00	-68.34	30.45	31.84	4.21	17974.79***
Dash	-0.12	41.85	-20.46	6.52	9.07	1.02	817.51***
Ethereum Classic	0.01	33.36	-30.39	7.03	6.07	0.12	188.83***
Zcash	-0.14	23.98	-25.50	6.44	4.29	0.24	37.78***
Indeks	0.06	22.29	-17.31	4.67	5.22	0.16	100.47***

***: p-vrednost<0.01; **: p-vrednost<0.05; *: p-vrednost<0.10.

¹ spljoštenost (kurtosis)

² nagib (skewness)

Izvor A.I

Urađena deskriptivna statistika ima za cilj da nam pruži uvid u podatke koji će biti korišćeni za dalje istraživanje. Najznačajniju karakteristiku koju bi trebalo imati u vidu prilikom daljeg rada jeste veliki broj vrednosti koje odstupaju od očekivane, odnosno prisutnost *zadebljanih* repova kod raspodele kriptovaluta.

Glava 4

Model vrednovanja kapitala (CAPM)

U finansijama, jedno do suštinskih pitanja jeste kako rizik investicije utiče na prinos koji bismo mogli da očekujemo. Model vrednovanja kapitala (CAPM¹) nam pruža odgovor na ovo pitanje. Model je u većoj meri upotrebljivan u akademskom krugu, ali može da služi i u praksi kao jedan od alata pri određivanju cene rizične investicije i generisanju očekivanog prinosa iste. U ovoj glavi će se testirati CAPM na tržištu kriptovaluta.

4.1 Teorijska pozadina

CAPM je razvijen u šezdesetim godinama prošlog veka od strane *Sharpe-a* (1964), *Treynor-a* (1962), *Lintner-a* (1965) i *Mossin-a* (1966), a baziran je na ranijem radu *Markowitz-a* (1952). *Sharpe* i *Markowitz* su kasnije 1990-te dobili Nobelovu nagradu za svoje doprinose u modernoj ekonomiji.

4.1.1 Rizik i diversifikacija

William Sharpe je 1970-te godine izdao knjigu pod nazivom *Portfolio Theory and Capital Markets*. Njegov model počinje sa idejom da postoje dve vrste rizika:

- Sistemski rizik
- Nesistemski rizik

Da bi se razumela razlika između ova dva tipa rizika, neophodno je uvesti pojам diversifikacije. Neka imamo investicije koje nisu savršeno korelisane, to jest njihov koeficijent korelacije se nalazi u intervalu $(-1, 1)$. Primeniti diversifikaciju znači sastaviti portfolio od tih investicija u određenom odnosu. Kao rezultat toga, investitor je u mogućnosti da eliminiše deo, ali ne ceo rizik.

Prva prepostavka koja će biti potrebna u ovoj glavi jeste da svi investitori imaju averziju prema riziku kao i da je taj rizik meren volatilnošću. Odnosno za investiciju I , njen rizik je izražen preko standardne devijacije σ_I (mere odstupanja prinosa od očekivane vrednosti). Može da se pokaže da ako imamo portfolio P od n , $n \in \mathbb{N}$, investicija, gde je w_i odgovarajući ponder za investiciju i , r_i očekivani prinos te investicije, σ_i^2 disperzija, a σ_{ij}

¹The Capital Asset Pricing Model

kovarijansa između investicija i i j , $i, j = 1, \dots, n$ i $i \neq j$, tada je očekivani prinos portfolia u obliku sledeće jednačine

$$\mu_P = \sum_{i=1}^n \mu_i \quad (4.1)$$

dok je disperzija, odnosno rizik, celog portfolia:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j < i} w_i w_j \sigma_{ij} \quad (4.2)$$

Suština upotrebe tehnike kao što je diversifikacija leži u tome da dobijemo portfolio sa odnosom očekivanog prinosa i rizika boljim od istog tog odnosa kod svih investicija sadržanih u tom portofliu. Moguće je da portfolio investicija ima manji rizik od svake investicije individualno, ali, kao što je rečeno ranije, taj rizik je nemoguće u potpunosti eliminisati, što ćemo sada i pokazati. Ako u jednačini (4.2) za ponder w_i , $i = 1, \dots, n$ uzmememo konstantnu vrednost $\frac{1}{n}$, dodatno koeficijent korelacije između svih investicija je jednak konstanti ρ^2 , rizik ima sledeći oblik:

$$\sigma_P^2 = \frac{\sigma^2}{n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right)\rho\sigma^2 \quad (4.3)$$

Prepostavimo sada da se naš portfolio sastoji od velikog broja investicija n , tada je:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_P^2 = \rho\sigma^2 \quad (4.4)$$

Iz jednačine (4.4) zaključujemo da čak i dodavanjem beskonačnog broja investicija u naš portfolio, rizik ne možemo da smanjimo ispod određenog nivoa. Time dolazimo do definicija sistemskog i nesistemskog rizika. Komponentu rizika koju nije moguće diversifikovati nazivamo sistemski, dok komponentu koju jeste moguće diversifikovati nazivamo nesistemski rizik. Sistemski rizik vezujemo za rizik ukupnog tržišta, dok nesistemski rizik za rizik pojedinačnih kompanija.

4.1.2 Teorija portfolia

Harry Markowitz se fokusirao na uticaje koje imaju rizik, profit i korelacija prilikom formiranja portfolia. Finansijski model koji je razvio tretira svaki portfolio kao tačku u $\sigma - \mu$ ravni, gde investitori preferiraju veći prinos i manji rizik. *Markowitz* je pružio osnovu za analizu portfolia i za postizanje optimuma sa strane finansijskog gledišta.

Prvi korak ka dolasku do *Markowitz*-ovog problema optimizacije jeste da posmatramo tržiste sa samo dve investicije. Neka su to investicije I_1 i I_2 , sa odgovarajućim očekivanim prinosima μ_1 i μ_2 , rizicima σ_1 i σ_2 i težinama w_1 i w_2 . Znamo da za njihov koeficijent korelacije ρ_{12} važi: $\rho_{12} \in [-1, 1]$. Sledeća lema nam pruža informaciju gde će se nalaziti svi mogući portfolii sastavljeni od ove dve investicije uz ograničenje $w_1, w_2 > 0$ ³.

Lema 1 (Portfolio dijagram lema) Kriva u $\mu - \sigma$ ravni definisana nenegativnom kombinacijom investicija leži unutar trougaone oblasti određene tačkama I_1, I_2 i tačke na μ osi sa sigma-koordinatom $(\mu_1\sigma_2 + \mu_2\sigma_1) / (\sigma_1 + \sigma_2)$.

²uslov je dodat da bi se uprostio izraz, ali on ne menja opšti zaključak

³Kratka pozicija nije dozvoljena

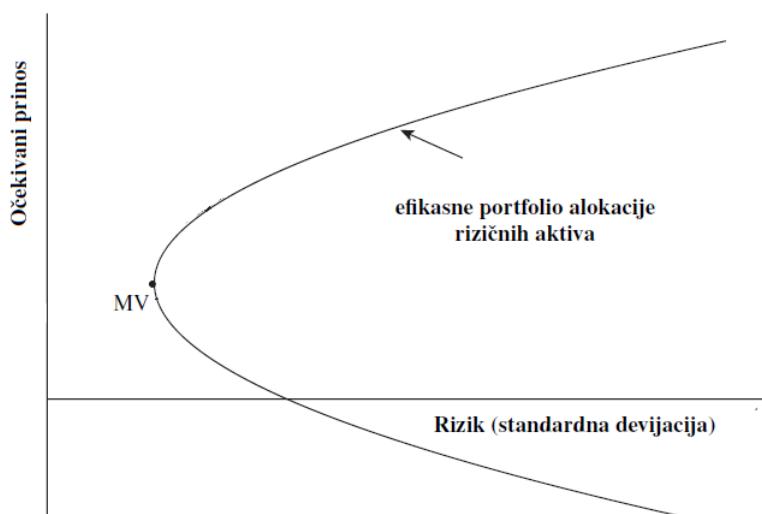
Posmatranjem samo dve investicije možemo da dobijemo sliku kako bi skup svih mogućih portfolia izgledao, ako bi portfolio mogao da sadrži veći broj investicija. Sledeći korak jeste da odredimo koje od svih mogućih portfolia možemo smatrati efikasnim. Kazemo da je portfolio efikasan ako za određeni nivo rizika ima maksimalni prinos, odnosno za određeni nivo prinosa ima minimalni rizik. Uopštavamo priču na tržište sa velikim brojem investicija i dolazimo do *Markowitz-ovog problema optimizacije* 4.5 i njegovog dualnog problema 4.6.

$$\begin{aligned} \max_{\{w_1, w_2, \dots, w_n\}} & \mu_P \\ \sigma_P \leq \sigma & \sum_{i=1}^n = 1 \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \min_{\{w_1, w_2, \dots, w_n\}} & \sigma_P \\ \mu_P \geq \mu & \sum_{i=1}^n = 1 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Ovde se neće navesti tehnika za rešavanje problema nego ćemo na grafiku prikazati izgled rešenja tog problema (Slika 4.1). Ranije smo naglasili da dobrom diversifikacijom portfolio može imati manje standardno odstupanje od svih investicija sadržanih u njemu. Dodatno, sa grafika vidimo da portfolio MV (*Minimal variance*) ima manji rizik od svih mogućih investicija na tržištu. Kriva efikasnih portfolia grafički predstavlja rešenje jednačina 4.5 i 4.6. Svaki portfolio koji se ne nalazi na njoj može se *poboljšati* (formirati portfolio sa većim prinosom, a istim rizikom, odnosno sa manjim rizikom, a istim prinosom). Takođe je uočljivo da investitori tolerancijom većeg rizika ne mogu uvek očekivati veći prinos. Nakon određenog nivoa rizika njegova kompenzacija opada. Osnovni razlog da bi se portfolio smatrao efikasnim leži u dobroj diversifikaciji.

Slika 4.1: Efikasne portfolio alokacije



Može se pokazati da je kriva efikasnih portfolija konveksna. Iz ove činjenice dolazimo do sledeće teoreme.

Teorema 2 (*Teorema o dva fonda*) Svaki efikasan portfolio se može iskazati kao linearna kombinacija dva fiksna efikasna portfolia u smislu očekivanog prinosa i standardnog odstupanja.

U daljem razvoju teorije portfolija, pretpostavlja se da investitori mogu da pozajmljuju i investiraju po nerizičnoj kamatnoj stopi μ_f u neograničenoj količini. Investitori sada imaju mogućnost odabira portfolija koji je kombinacija nerizične aktive i rizičnog portfolija. Volatilnost σ_f nerizične kamatne stope je 0, a takođe i kovarijansa između nje i bilo kog drugog portfolija σ_{fP} iznosi 0. Iz ovog iskaza sledi da će kombinacija rizične investicije i nerizične biti prava:

$$\mu_P = \mu_f + \frac{\mu - \mu_f}{\sigma} \sigma_P \quad (4.7)$$

Sledeći pojam koji uvodimo jeste *Sharpe*-ov količnik koji predstavlja koeficijent pravca spomenute prave. Cilj svakog investitora jeste da maksimizira taj koeficijent i time postigne najbolji mogući odnos očekivanog prinosa i rizika njegovog portfolija.

$$\frac{\mu - \mu_f}{\sigma}$$

(*Sharpe*-ov količnik)

Najveći *Sharpe*-ov količnik će imati prava koja je tangenta na krivu efikasnih portfolija. Sa potpunom saglasnošću o proceni prinosa i rizika svih portfolija, svaki investitor vidi jednak izbor mogućnosti. Na osnovu rečenog, svi investitori će izabrati isti *Sharpe*-ov količnik, odnosno isti rizični portfolio.

Ulaganje svih investitora u isti rizični portfolio dovodi do toga da je udeo rizičnih investicija u tom portfoliju jednak njihovom udelu na celom tržištu. Ovo sledi i iz pretpostavke da su sva dobra na tržištu raspoređena, tačnije da svi investitori čine celo tržište. Tangetni portfolio onda predstavlja tržišni i na našem grafiku je obeležen sa M (*Market*).

Teorema 3 (*Teorema jednog fonda*) Sve efikasne portfolio alokacije se mogu prikazati kao kombinacija nerizične aktive i jedinstvenog rizičnog portfolija.

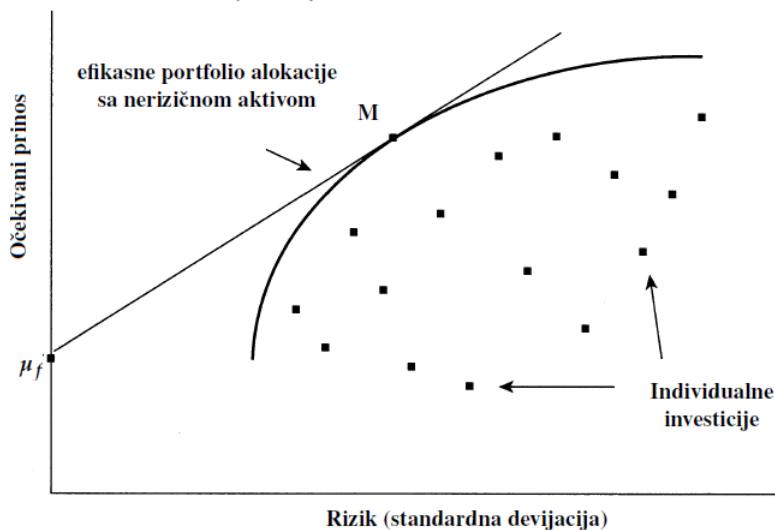
Zaključujemo da dodavanjem bezrizičnog pozajmljivanja i investiranja pretvaramo krivu efikasnih portfolija u pravu datu jednačinom 4.7. Ovu pravu nazivamo linijom tržišta kapitala (CML⁴) i vidimo da je njen koeficijent pravca u stvari *Sharpe*-ov količnik za tržišni portfolio, što je i bilo za očekivati.

$$\mu_P = \mu_f + \frac{\mu_M - \mu_f}{\sigma_M} \sigma_P \quad (4.8)$$

Kao što smo i ranije zaključili, ne postoji jedinstveni optimalan portfolio. Investitori u odnosu na svoju toleranciju prema riziku biraju između svih portfolija iz skupa efikasnih i time odlučuju koliki udeo će imati u tržišnom portfoliju, a koliki u nerizičnoj aktivi.

⁴Capital Market Line

Slika 4.2: Linija tržišta kapitala



4.1.3 Model vrednovanja kapitala

Prilikom formiranja portfolija, na osnovu *Sharpe*-ovog količnika investitor odlučuje da li će uključiti neku novu investiciju ili ne. U želji da poboljšamo *Sharpe*-ov količnik direktno i intuitivno dolazimo do CAPM-a.

Pre nego što definišemo model, treba skrenuti pažnju na prepostavke od kojih smo neke već koristili, a na kojima se CAPM zasniva:

- svi investitori posmatraju sredstva u istom vremenskom periodu
- investitori imaju mogućnost pozajmljivanja i investiranja po kamatnoj stopi bez rizika
- sve investicije su savršeno deljive i likvidne (nema troškova transakcije)
- svi investitori su odbojni prema riziku i varijansa je merilo rizika
- investitori imaju identične subjektivne procene srednje vrednosti i varijanse investicija
- tržište je savršeno konkurentno
- ne postoje porezi

Na osnovu sledeće teoreme dolazimo do modela za vrednovanje kapitala. Zbog značaja same teoreme za tezu, u nastavku će biti naveden dokaz iste.

Teorema 4 *Ako je tržišni portfolio M efikasan onda očekivani prinos μ_I svake investicije I zadovoljava:*

$$\mu_I - \mu_f = \beta_I(\mu_M - \mu_f)$$

gde je

$$\beta_I = \frac{\sigma_{IM}}{\sigma_M^2}$$

Dokaz. Formirajmo portoflio P od investicije I i tržišnog portfolija M . Tada je prinos tog istog portfolija jednak $r_P(\alpha) = \alpha r_I + (1 - \alpha)r_M$ za $\alpha \in [0, 1]$, dok očekivani prinos i standardnu devijaciju portfolija možemo zapisati sledećim jednačinama:

$$\begin{aligned} \mu_P(\alpha) &= \alpha\mu_I + (1 - \alpha)\mu_M \\ &= \alpha(\mu_I - \mu_M) + \mu_M \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sigma_P(\alpha) &= \sqrt{\alpha^2\sigma_I^2 + 2\alpha(1 - \alpha)\sigma_{I,M} + (1 - \alpha)^2\sigma_M^2} \\ &= \sqrt{\alpha^2(\sigma_I^2 + \sigma_M^2 + 2\sigma_{I,M}) + 2\alpha(\sigma_{I,M} - \sigma_M^2) + \sigma_M^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Promenom vrednosti parametra α konstruišemo krivu l u (μ, σ) ravni, gde za $\alpha = 0$ $(\mu_P, \sigma_P) = (\mu_M, \sigma_M)$, a za $\alpha = 1$ $(\mu_P, \sigma_P) = (\mu_I, \sigma_I)$. Stoga, upravo formirana kriva seče krivu efikasnih portfolija u tački M i samim tim sledi da je prava efikasnih portoflia u stvari tangenta na krivu l , što dalje povlači postojanje izvoda u tački i jednakost:

$$\frac{d\mu(\alpha)}{d\sigma} = \frac{\mu_M - \mu_f}{\sigma_M} \quad (3)$$

Diferenciranjem jednačina (1) i (2) dobijamo sledeće izraze:

$$\frac{d\mu_P(\alpha)}{d\alpha} = \mu_I - \mu_M \quad (4)$$

$$\frac{d\sigma_P(\alpha)}{d\alpha} = \frac{\alpha\sigma_I^2 + (1 - 2\alpha)\sigma_{I,M} + (1 - \alpha)^2\sigma_M^2}{\sigma_P(\alpha)} \quad (5)$$

Definicija složenog izvoda je:

$$\frac{d\mu_P(\alpha)}{d\sigma_P(\alpha)} = \frac{\frac{d\mu_P(\alpha)}{d\alpha}}{\frac{d\sigma_P(\alpha)}{d\alpha}} \quad (6)$$

Iz (4), (5) i (6), za $\alpha = 0$ direktno sledi:

$$\frac{d\mu_P(\alpha)}{d\sigma_P(\alpha)} = \frac{\mu_I - \mu_M}{(\sigma_{M,I} - \sigma_M^2)/\sigma_M} \quad (7)$$

Izjednačavamo jednačine (7) i (3) i rešavamo iste po μ_P :

$$\begin{aligned} \frac{\mu_M - \mu_f}{\sigma_M} &= \frac{\mu_I - \mu_M}{(\sigma_{M,I} - \sigma_M^2)/\sigma_M} \\ \Rightarrow \mu_I - \mu_f &= \beta_I(\mu_M - \mu_f) \end{aligned}$$

■

Parametar β_I se naziva beta investicije I , dok je $\mu_I - \mu_f$ očekivan višak prinosa investicije I . U ekonomskim terminima, beta predstavlja meru uticaja prinosa tržišnog portofolia na prinos individualne investicije. Što je beta veća po absolutnoj vrednosti, to će investicija više reagovati na promene na tržištu. Takođe, beta jeste mera sistemskog rizika, odnosno rizika koji je vezan za tržište i nije ga moguće diversifikovati. U zavisnosti od vrednosti β možemo zaključiti određene osobine investicija, to jest direktno sledi da za $\beta > 1$ ($\beta \in (0, 1)$) investicija ima veći (manji) prinos od tržišnog portofolia. Sa druge strane, za negativne vrednosti β prinos investicije je manji od nerizične aktive. Ovako negativno korelisane β služe investitorima kao osiguranje u slučaju pada prinosa tržišnog portofolia.

Neka imamo portfolio $P = \sum_{i=1}^n w_i I_i$, tada je:

$$\begin{aligned}\beta_P &= \frac{\text{cov}(r_P, r_M)}{\text{var}(r_M)} \\ &= \frac{\text{cov}(\sum_{i=1}^n w_i r_i, r_M)}{\text{var}(r_M)} \\ &= \sum_{i=1}^n w_i \beta_i\end{aligned}\tag{4.9}$$

Prethodna jednačina, iako prosta, daje nam veoma relevantan uvid u način računanja bete portofolia. Linearnost kovarijanse nam omogućava da poznavanjem vrednosti beta individualnih investicija možemo da stignemo do vrednosti bete portoflia. U sledećim jednakostima navodimo vrednosti beta tržišnog portofolia M i nerizične aktive f

$$\begin{aligned}\beta_M &= \frac{\text{cov}(r_M, r_M)}{\text{var}(r_M)} \\ &= 1\end{aligned}\tag{4.10}$$

$$\begin{aligned}\beta_f &= \frac{\text{cov}(r_f, r_M)}{\text{var}(r_M)} \\ &= 0\end{aligned}\tag{4.11}$$

Nadalje, beta nam omogućuje računanje cene naših aktiva. Obeležimo sa P cenu investicije u početnom trenutku, a sa \bar{Q} očekivanu cenu cenu iste investicije i sa μ njen prinos. Tada važi:

$$\begin{aligned}P &= \frac{\bar{Q}}{1 + \mu} \\ &= \frac{\bar{Q}}{\mu_f + \beta_I(\mu_M - \mu_f)}\end{aligned}\tag{4.12}$$

CAPM se u suštini bazira na ideji da ne bi trebalo da svi rizici utiču na cenu investicije. Tačnije, daje nam uvid u to da rizik koji je moguće diverzifikovati nije relevantan za određivanje očekivanog prinosa. Model pruža snažne i intuitivno zadovoljavajuće predikcije kako da merimo rizik i zavisnost između rizika i prinosa.

4.2 Istraživanje i empirijski rezultati

Za ovaj deo istraživanja bilo je potrebno da podatke koji su u obliku završnih dnevnih cena transformišemo u neto prinose, gde korišćeni prinosi su definisani preko jednačine 3.1. Zbog visoke frekvencije dnevnih prinosa posmatraćemo prinose na nedeljnem nivou, dok treba skrenuti pažnju da se ovim postupkom dodatno smanjuje baza podataka.

Jensen (1968) je prvi koji je zabeležio da se testiranje modela vrednovanja kapitala vrši uz pomoć regresije vremenskih serija. Kako CAPM tvrdi da se očekivani višak prinosa investicije može izraziti preko bete investicije i viška prinosa tržišnog portfolia, testirana regresija je data u sledećoj formi:

$$\mu_i^e = \alpha_i + \beta_i \mu_M^e + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, 15 \quad (4.13)$$

gde su $\mu_i^e = \mu_i - \mu_f$ i $\mu_M^e = \mu_M - \mu_f$ viškovi očekivanih prinosa kriptovalute C_i i tržišnog portfolia M, respektivno, μ_i^e ima ulogu zavisne, a μ_M^e nezavisne promenljive, dok je ε_i greška regresije za kriptovalutu C_i . U našem slučaju za nerizičnu aktivanu su uzeti trezorski zapisi i njihov prinos iznosi 2.40% na godišnjem nivou.

Tabela 4.1: Koeficijenti modela i njihove značajnosti

Simbol kriptovalute	α	$t - \text{test}_\alpha$	β	$t - \text{test}_\beta$
BTC	0.0000	-0.0702	1.0004	575.2560***
XRP	0.0004	0.0571	1.2625	8.2127***
ETH	-0.0002	-0.0297	0.9751	8.7387***
BCH	0.0017	0.2259	0.9993	6.7788***
EOS	-0.0063	-0.7385	1.1413	6.8679***
USDT	-0.0010	-1.1686	-0.0126	-0.7868
XLM	-0.0067	-0.7515	1.2005	6.9472***
LTC	-0.0043	-0.6777	1.1200	9.0391***
TRX	-0.0138	-1.4355	1.7132	9.1693***
MIOTA	-0.0101	-1.0033	1.0929	5.5913***
BNB	-0.0020	-0.2691	1.2959	8.8635***
XMR	0.0660	1.4962*	-0.4629	-0.5382
DASH	0.0034	0.7186	0.9700	10.6072***
ETC	-0.0002	-0.0281	1.1467	8.0006***
ZEC	-0.0025	-0.4468	1.0354	9.5893***

Izvor: A.2 (A.3) i A.4

***: p-vrednost<0.01; **: p-vrednost<0.05; *: p-vrednost<0.10.

Dakle, da bi se moglo tvrditi da je CAPM primenljiv na tržištu kriptovaluta, jednačina 4.13 tvrdi da prvo što mora biti ispunjeno jeste da α nije statistički različito od nule. Značajna pozitivna, odnosno negativna vrednost datog koeficijenta iziskuje da je prinos

odgovarajuće kriptovalute veći, odnosno manji nego što model nalaže. Rezultati regresije su zabeleženi u tabeli 4.1, gde su vrednosti koeficijenata dobijeni pomoću formula 2.16 i 2.17, a značajnost je određena preko t-testa (jednačine 2.20 i 2.21). Primećujemo da je jedino značajno α dobijeno za kriptovalutu *Monero*, iz čega proizilazi da verovatno postoji komponenta njenog prinosa koju CAP model ne objašnjava u potpunosti. Činjenica da od 15 kriptovaluta samo jedna ima značajan koeficijent α , kao i da smo nultu hipotezu odbacili tek na nivou značajnosti 10%, ostavlja otvorenu mogućnost da je model validan.

Razmotrimo sada koeficijent β i njegovu značajnost. Kao što smo objasnili ranije u tezi, β predstavlja meru rizika individualne investicije i samim tim treba da bude statistički različito od nule. U našoj analizi imamo dva slučaja kada ne odbacujemo nultu hipotezu $H_0(\beta = 0)$ i to za kriptovalute pod nazivom *Tether* i *Monero*. Obratimo pažnju prvo na *Tether*, koja ima daleko najmanju volatilnost od svih izabranih kriptovaluta u iznosu od 0.94% na dnevnom nivou (tabela 3.3). U opisu kriptovaluta navedeno je da je ova digitalna valuta vezana za američki dolar i pripada klasi *stablecoin*. Na osnovu ovih argumenata, *Tether* bismo delom mogli posmatrati kao alternativnu nerizičnu aktivi i na osnovu toga dobijeni rezultat bi išao u prilog tvrđenju CAP modela (jednačina (4.10)). Sa druge strane *Monero* kao kriptovaluta nije nam pružila objašnjenje zašto odbacuje model. Ipak ona je jedini slučaj, ako bismo prihvatali predlog vezan za *Tether*.

Tabela 4.2: Koeficijenti determinacije i korelacije

Simbol kriptovalute	R^2	ρ_{iM}
BTC	99.98%	1.00
XRP	50.54%	0.71
ETH	53.64%	0.73
BCH	41.05%	0.64
EOS	41.68%	0.65
USDT	1.52%	-0.10
XLM	42.24%	0.65
LTC	55.32%	0.74
TRX	56.02%	0.75
MIOTA	32.14%	0.57
BNB	54.35%	0.74
XMR	0.44%	-0.07
DASH	63.03%	0.79
ETC	49.23%	0.70
ZEC	58.22%	0.76

Izvor: A.5

Dodatno, prilažemo izračunato R^2 za naše regresije, kao i koeficijente korelacije ρ_{iM} između kriptovaluta i indeksa, $i = 1, 2, \dots, 15$. Kao što je i očekivano, model značajno najmanje objašnjava u slučaju kriptovaluta *Tether-a* i *Monero-a*.

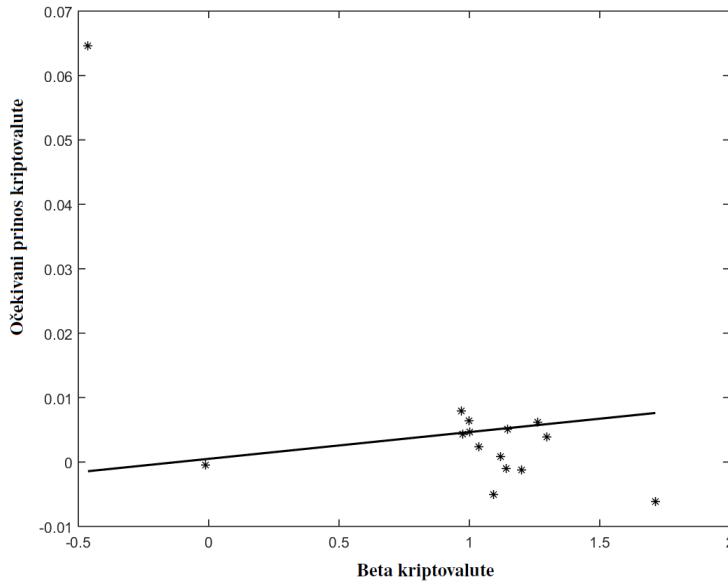
Linearu zavisnost sa indeksom je uspostavio *Bitkoin*, što je najverovatnije prouzrokovano njegovim dominantnim udelom u tržnom portfoliju. Sa tim rečeno, intuitivno se ne uočava povezanost između u dela kriptovaluta u indeksu sa vrednosti R^2 , kao ni sa stepenom korelacije (tabela 4.2).

Testiranje značajnosti koeficijenata α i β nije dovoljno da bismo razumeli da li naši podaci prate CAP model, stoga se dodatno okrećemo metodi koja se isto bazira na testiranju regresije, ali drugačijeg tipa. U ovom slučaju ulogu nezavisne promenljive ima beta kriptovalute, dok uloga zavisne ostaje višku prinosa iste. Naime, CAPM tvrdi da mora da postoji linearna zavisnost između ova dva parametra i dodatno da važi da je ona merena veličinom viška prinosa tržišnog portfolia. Ovim metodom je razmatrano da li je CAPM adekvatan alat za određivanje cene investicija prvobitno u radovima *Black, Jensen i Scholes* (1972) i *Fama i Macbeth* (1973). Spomenuti su podržali teoriju da velike vrednosti bete teže da imaju veće očekivane vrednosti prinosa. Mada, takođe su naglasili da relacija između srednje vrednosti prinosa i bete jeste dosta slaba i nije odgovarala odnosu koji CAPM tvrdi.

U našem slučaju testiranje je bilo dovoljno sprovesti preko dijagrama rasturanja. Posmatraćemo kriptovalute u $\beta - \mu$ ravni. Da bi model bio tačan uređeni parovi treba da prate liniju tržišta hartija (SML⁵) koja je definisana formulom:

$$\mu_i = \mu_f + \mu_M^e \beta_i \quad (4.14)$$

Slika 4.3: *Security Market Line*



Potrebne parametre koristimo iz analize urađene u prvom delu testiranja i rezultati su prikazani na grafiku 4.3. Na osnovu istog očigledno je da odnos između procenjenih očekivanih viškova kriptovaluta i odgovarajućih beta ne odgovara SML. Štaviše, ne primećuje se prisutnost linearne zavisnosti.

⁵Security Market Line

U tabeli 4.3 zabeležene su potrebne vrednosti beta, u odnosu na odgovarajuće srednje vrednosti viškova prinosa, da bi se uređeni par (β_i, μ_i) nalazio na SML pravoj, kao i njihova relativna odstupanja od uzoračkih vrednosti.

Tabela 4.3: Teorijska vrednost β

Simbol kriptovalute	β	δ_β
BTC	0.999	0.15%
XRP	1.371	8.58%
ETH	0.934	4.20%
BCH	1.411	41.17%
EOS	-0.375	132.84%
USDT	-0.243	1835.04%
XLM	-0.404	133.65%
LTC	0.083	92.63%
TRX	-1.600	193.42%
MIOTA	-1.330	221.70%
BNB	0.810	37.50%
XMR	15.437	3435.00%
DASH	1.782	83.70%
ETC	1.097	4.34%
ZEC	0.439	57.57%

Izvor: A.6

Prvi deo testiranja CAPM-a nam je dao obećavajuće rezultate za sve kriptovalute osim za *Monero*, za koju bi se, uz pomoć dubljeg istraživanja, možda moglo pružiti objašnjenje. Zbog odstupanja u drugom delu ne možemo tvrditi da CAPM dovoljno dobro objašnjava vrednosti prinosa. Da bismo popravili preciznost izračunatih beta, istraživači kao što su *Blume* (1970), *Friend i Blume* (1970) i *Black, Jensen I Scholes* (1972) su radili sa portfolijima umesto sa individualnim investicijama. Procene beta za diversifikovan portfolio su preciznije nego procene za individualne investicije. Ovo bi značilo da jedan od mogućih uzroka dobijenih rezultata jeste bio računanje bete za svaku kriptovalutu posebno, a ne za portfolio sastavljen od više njih.

Radovi od strane *Levy* (1983), *Ross* (1977) i *Perold* (2004) za objašnjenje zašto CAPM pruža loše empirijske rezultate u generalnom slučaju navode neefikasnost tržišnog portfolija u praksi. Na osnovu teoreme 4, CAPM ne može biti ispitivan u tom slučaju. *Levy* tvrdi da povećanje broja investicija na tržištu nije praćeno povećanjem ulaska istih u efikasan portfolio. Takođe pokazuje da je za formiranje efikasnog portfolio dobro držati određene investicije u kratkoj poziciji. Navodi se da je *Blume* (1974) došao do zaključka da investitori drže nediversifikovane portfolije. Jedan od razloga za ovakvo stanje jeste postojanje raznih troškova kao što su troškovi transakcija, dodatnih informacija, poreza (koji kod svih kriptovaluta nisu u potpunosti regulisani), a koje CAP model zanemaruje. Postojanje indeksnih fondova omogućava investitorima da postignu diversifikaciju po niskoj ceni, dok drugi i dalje drže koncentrisano vlasništvo nad akcijama određenih kompanija i njihovim opcijama. *Ross* dodaje da CAPM ne uzima u obzir faktor kao što je neracionalizam kod

određenih investora, a koji može imati značajnu ulogu na tržistu.

U prethodnom paragrafu smo naveli neke od nedostataka CAP modela koji su mogli dovesti do dobijenih rezultata, mada ne bi smelo da se ne skrene ponovo pažnja da je naša vremenska serija veoma kratka. Merenje volatilnosti podataka, a samim tim i bete, mora biti izvršeno kroz dug vremenski period, a ova činjenica takođe važi i za meru očekivane vrednosti premije na rizik. Iz toga sledi da nedostatak koji imamo zbog malog broja podataka može biti odgovoran za dobijene nevalidnosti CAPM-a.

Glava 5

Granger-ov test

5.1 Uvod

Procedura koju ćemo primeniti u ovoj glavi ima za svrhu da uoči da li kretanje cena celokupnog tržišta ima uticaj na kretanje cena individualnih kriptovaluta. Tačnije, mi ispitujemo uzročnost između dve različite vremenske serije. Ako spomenuta uzročnost jeste prisutna, moguće je istu iskoristiti za modeliranje predikcija.

Nobelovac *Clive W. J. Granger* je 1969. godine predložio ekonometrijski pristup za testiranje ovog fenomena. Naime, ako imamo dve vremenske serije X_t i Y_t posmatramo sledeća dva modela:

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i Y_{t-i} + \sum_{j=1}^m \beta_j X_{t-i} + \xi_t \quad (5.1)$$

$$Y_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_{t-i} + \eta_t \quad (5.2)$$

Kao meru uticaja vremenske serije X_t na vremensku seriju Y_t Granger je izabrao volatilnost $\sigma^2(Y_t)$, odnosno posmatramo da li model 5.1 ima manju volatilnost u odnosu na model 5.2. U sledećoj definiciji ova priča je konkretnije navedena.

Definicija 5.1.1 *Ako je $\sigma^2(Y_t|I_t) < \sigma^2(Y_t|\overline{It - Xt})$ kažemo da X_t uzrokuje Y_t u oznaci $X_t \Rightarrow Y_t$. X_t uzrokuje Y_t ako smo u mogućnosti da bolje predvidimo Y_t koristeći informacije o X_t .*

U datoј definiciji I_t je ukupan set informacija dostupnih do trenutka t , pri čemu se razmatraju samo sadašnje i prošle vrednosti vremenskih serije X_t i Y_t .

$$\begin{aligned} I_t &:= \{x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, \dots, y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-k}, \dots\} \\ \overline{It - Xt} &:= \{y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-k}, \dots\} \end{aligned}$$

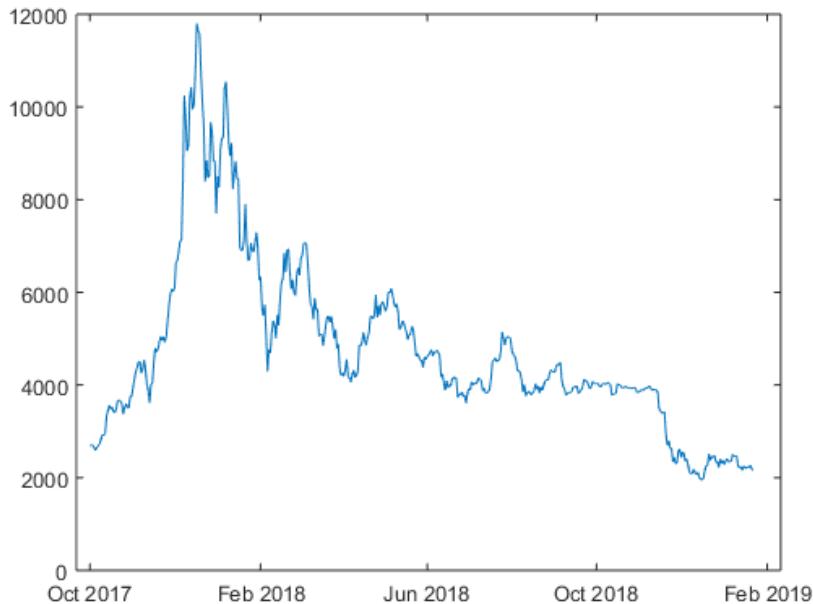
Takođe, definicija se odnosi isključivo na stacionarne vremenske serije. U slučaju nestacionarnih, $\sigma^2(Y_t|I_t)$ će zavisiti od vremena t i samim time prisutnost uzročnosti može da varira tokom vremena.

Kao što smo malopre videli, u ovoj tezi ćemo posmatrati samo dve vremenske serije, što spada u prost *Granger-ov test*, dok su prisutni još i višedimenzionalni, kao i testiranje uz pomoć Var modela, u koje ovde nećemo ulaziti. (čitalac ako je zainteresovan za ove dve metode upućuje se na literaturu [15]). U nastavku ćemo navesti pregled metodologije zajedno sa dobijenim rezultatima u ovom delu istraživanja.

5.2 Istraživanje i empirijski rezultati

Za ovaj deo istraživanja podaci ostaju u originalnom obliku, to jest u obliku dnevnih cena. Grafici kretanja cena pojedinačnih kriptovaluta se mogu naći u glavi 1, dok je na sledećem grafiku predstavljeno kretanje cena tržišnog portfolia.

Slika 5.1: Kretanje cene indeksa



Prvi korak podrazumeva određivanje laga naših vremenskih serija. Ova informacija će biti neophodna za sva naredna testiranja, a od posebnog je značaja prilikom primene *Granger-vog* testa uzročnosti. Isti je veoma osetljiv na određivanje broja prošlih vrednosti koje ulaze u model, odnosno za drugačije vrednosti dobijenog laga možemo doći do različitih zaključaka o uzročnosti između ispitivanih vremenskih serija. Primenili smo na podatke dva testa i to *Akaike information criterion* (AIC) i *Bayesian information criterion* (BIC) test. U ovoj tezi smo se opredelili za BIC test, koji je predložen kod testiranja kauzalnosti od strane *Geweke i Meese* (1981). AIC test nećemo razmatrati iz razloga što može da dovede do neefikasnosti u smislu da u proseku bira veći lag nego što je potrebno [17]. Rezultati oba testa su navedeni u tabeli 5.1.

Tabela 5.1: *Bayesian information criterion* i *Akaike information criterion* testovi

	BTC	XRP	ETH	BCH	EOS	USDT	XLM	LTC	TRX	MIOTA	BNB	XMR	DASH	ETC	ZEC	Indeks	
AIC	2	2	1	5	5	5	1	4	5	1	5	5	5	5	3	1	1
BIC	1	1	1	1	1	5	1	1	1	5	1	1	5	1	1	1	

Sledeće što ćemo ispitati jeste stacionarnost kako kriptovaluta, tako i formiranog indeksa. Stoga na podatke primenjujemo klasičan test za ovu svrhu pod nazivom *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) test. Dobijeni rezultati se nalaze u tabeli 5.2.

Za svaku vremensku seriju određeno je da li ima konstantu ili ne uz pomoć t-testa, na osnovu čega su određene kritične vrednosti, dok za nivo značajnosti uzimamo vrednost od

Tabela 5.2: ADF test

Bitcoin	-1.757
Ripple	-1.862
Ethereum	-1.567
Bitcoin Cash	-2.109*
EOS	-1.775
Tether	-7.945***
Stellar	-2.054*
Litecoin	-1.755
TRON	-3.330**
IOTA	-1.884
Binance Coin	-1.656
Monero	-4.810***
Dash	-1.600
Ethereum Classic	-2.213
Zcash	-1.907
Indeks	-1.747

*: $p\text{-vrednost} < 0.1$;

**: $p\text{-vrednost} < 0.05$;

***: $p\text{-vrednost} < 0.01$.

Izvor: A.7

0.05. Ovo povlači da ako je registrovana vrednost određene kriptovalute manja od kvantila $z_{0.05}$, odbacujemo početnu hipotezu i prihvatamo da je ta vremenska serija stacionarna. Naveden slučaj je prisutan samo kod digitalnih valuta kao što su *Tether*, *TRON* i *Monero*, gde bi trebalo skrenuti pažnju da je baš za njih BIC test pokazao da imaju najveći lag.

Iako smo u uvodu glave naveli da je uslov za primenu *Granger*-ovog testa stacionarnost vremenskih serija, isti dopušta određen nivo nestacionarnosti, tačnije ako su vremenske serije reda integrisanosti 1 u oznaci I(1) i međusobno su kointegrirane, tada možemo primećiti *Granger*-ov test uzročnosti. Iz tog razloga moramo proveriti stacionarnost diferencija naših vremenskih serija. Ponovo primenjujemo ADF test, ali sada su predmet testiranja prinosi kriptovaluta $\Delta P = P_t - P_{t-1}$ (tabela 5.3).

Prisutnost *Granger*-ove uzročnosti između dve vremenske serije je moguće samo u slučaju kada su one istog nivoa integrisanosti. Samim time kriptovalute čije je kretanje cena stacionarno neće biti razmatrane iz razloga što je nivo integrisanosti kretanja cena indeksa veći od nule. Stoga prethodni ADF test, kao i svi naredni, neće uzimati u obzir digitalne valute *Tether*, *TRON* i *Monero*. Na osnovu rezultata iz tabele 5.3, sve testirane vremenske serije su reda I(1), što nam daje za pravo da ispitamo prisutnost kointegracije.

Tabela 5.3: ADF test (prinosi)

Bitcoin	-20.4846***
XRP	-20.3117***
Ethereum	-20.7166***
Bitcoin Cash	-22.5161***
EOS	-23.4833***
Stellar	-23.4007***
Litecoin	-20.8699***
IOTA	-20.8979***
Binance Coin	-21.1327***
Dash	-23.3602***
Ethereum Classic	-22.5593***
Zcash	-22.227***
Indeks	-20.5903***

*: $p\text{-vrednost} < 0.1$;

**: $p\text{-vrednost} < 0.05$;

***: $p\text{-vrednost} < 0.01$.

Izvor: A.7

Primenjujemo *Engle-Granger* test na indeks i svaku individualnu kriptovalutu reda integrisanosti 1. Za nivo značajnosti je uzeta vrednost od 0.05, dok kritične vrednosti matlab uzima iz baze *Data EGCItest.mat*

Tabela 5.4: *Engle-Granger cointegration* test

BTC	-2.358
XRP	-2.415
ETH	-2.034
BCH	-4.473*
EOS	-1.775
XLM	-2.044
LTC	-3.428*
MIOTA	-5.158*
BNB	-1.689
DASH	-3.591*
ETC	-3.689*
ZEC	-2.637

*: $p\text{-vrednost} < 0.05$

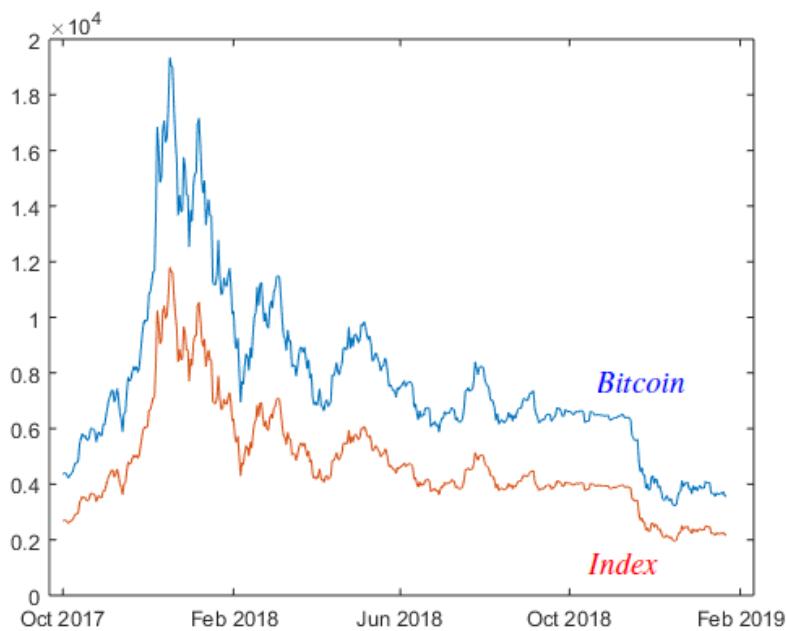
Izvor: A.8

Da bismo nastavili istraživanje neophodno je da indeks i odgovarajuća kriptovaluta budu kointegrirane. Na osnovu rezultata *Engle-Granger* testa dobijeno je da sledeće digitalne valute ispunjavaju taj uslov: *BCH*, *LTC*, *MIOTA*, *DASH* i *ETC* (tabela 5.4).

Interesatno je primetiti da Bitcoin i indeks nisu kointegrirani, sa druge strane sa dodatno priloženog grafika 5.2 lako se može uočiti da je kretanje cena istih skoro pa identično. Razlog dolaska do ovakve pojave je sledeći: neka je B_t vremenska serija koja predstavlja

kretanje cena *Bitcoin*-a, dok je I_t analogna vremenska serija za indeks. Znamo da su B_t i I_t reda integrisanosti 1, kao i da se njihovo kretanje skoro podudara, odnosno $P(B_t) = I_t - c$ jeste 1, gde je c konstanta. Da bi ove dve vremenske serije bile kointegrirane moralno bi da važi $\alpha I_t + \beta B_t$ je $I(0)$, što je isto kao i da kažemo da je $(\alpha(1+c) + \beta)B_t$ stacionarna vremenska serija. Ovakav slučaj nije moguć iz razloga što je B_t $I(1)$ vremenska serija. Samim time pokazali smo da iako kointegriranost vremenskih serija ukazuje na to da kretanje istih neće mnogo odstupati na duže vreme, slučaj kada su kretanja tih serija skoro pa identična je izuzetak. Treba takođe naglasiti da takav slučaj nije uobičajan, kao i da se kointegriranost ne testira na vremenskim serijama sa identičnim kretanjima, što prouzrokuje da različiti testovi mogu da dovedu do različitih zaključaka.

Slika 5.2: Kretanje cena indeksa i *Bitcoin*-a



Nakon što je ispitana stacionarnost i kointegriranost vremenskih serija, možemo da testiramo uzročnost. Na osnovu BIC testa (tabela 5.1), spomenute kriptovalute, kao i indeks, imaju lag 1. Posmatrajmo sledećih pet modela:

$$(BCH)_t = \alpha_{10} + \alpha_{11}(BCH)_{t-1} + \beta_1 I_{t-1} + \xi_1 \quad (1)$$

$$(LTC)_t = \alpha_{20} + \alpha_{21}(LTC)_{t-1} + \beta_2 I_{t-1} + \xi_2 \quad (2)$$

$$(MIOTA)_t = \alpha_{30} + \alpha_{31}(MIOTA)_{t-1} + \beta_3 I_{t-1} + \xi_3 \quad (3)$$

$$(DASH)_t = \alpha_{40} + \alpha_{41}(DASH)_{t-1} + \beta_4 I_{t-1} + \xi_4 \quad (4)$$

$$(ETC)_t = \alpha_{50} + \alpha_{51}(ETC)_{t-1} + \beta_5 I_{t-1} + \xi_5 \quad (5)$$

Ispitivanje *Granger*-ovog testa uzročnosti između kriptovaluta *BCH*, *LTC*, *MIOTA*, *DASH*, *ETC* i indeksa se svodi na testiranje volatilnosti modela (1)-(5), odnosno provere da li je ista manja za $\beta_i \neq 0$, $i = 1 \dots 5$. Ako je odgovor pozitivan uzročnost je prisutna, u suprotnom ne možemo izneti ovakvu tvrdnju. Analizu sprovodimo uz pomoć F statistike:

$$F = \frac{\frac{[SSE_R - SSE_U]}{n}}{\frac{SSE_U}{T-(m+n+1)}}$$

gde su SSE_R , SSE_U sume kvadrata reziduala za modele sa $\beta_i = 0$ (*restricted*), $\beta_i \neq 0$ (*unrestricted*), dok su m i n njihovi lagovi respektivno i u oba slučaja imaju vrednost jedan. T je dužina naših vremenskih serija i iznosi 479.

Tabela 5.5: *Granger*-ov test

Bitcoin Cash	27.277***
Litecoin	25.920***
IOTA	14.142***
Dash	10.347***
Ethereum Classic	8.780***

***: p-vrednost<0.01;

Izvor: A.9

Na osnovu tabele 5.5 zaključujemo da za sve kriptovalute kointegrисane sa indeksom važi takođe i da indeks *Granger* uzrokuje te iste valute. Nadalje ova uzročnost nam govori da prilikom predviđanja cena *Bitcoin Cash*-a, *Litecoin*-a, *IOTA*, *Dash*-a i *Ethereum Classic*-a cena indeksa smanjuje volatilnost AR modela, odnosno doprinosi boljim ocenama.

Zaključak

U ovoj tezi istraživanje je započeto deskriptivnom statistikom, kroz koju su samo potvrđene opšte prihvaćene osobine kriptovaluta kao što je visoka volatilnost njihovih prinosa, a i činjenica da isti ti prinosi ne prate normalnu raspodelu.

CAP model je do sada testiran na finansijskim aktivama od kojih su akcije bile najčešći izbor. Iz tog razloga opredelili smo se da u tezi testiramo model na tržištu kriptovaluta, gde su rezultati pokazali da regresijom dobijene ocene bete značajno odstupaju od vrednosti koje model nalaže. Mogući razlozi ovakvog ishoda su navedeni u odgovarajućoj glavi, dok bismo ih relativno mogli raščlaniti u dve grupe, gde bi se prva odnosila na ograničavajuće pretpostavke modela, a druga na mali obim podataka. Takođe, u tezi smo hteli da utvrdimo da li kretanje tržišta utiče na kretanje individualnih kriptovaluta u cenovnom smislu. Kao sredstvo u ovom delu izabran je *Granger*-ov test koji za uslov traži stacionarnost vremenskih serija ili njihovu kointegraciju. Iz tog razloga isti je primenjen isključivo na *BCH*, *LTC*, *MIOTA*, *DASH* i *ETC* za koje je utvrđeno da kretanje cene tržišnog portfolia utiče na kretanja njihovih cena. Iako nismo bili u mogućnosti da primenimo *Granger*-ov test na ostale, utvrdili smo da su kriptovalute *Tether*, *TRON* i *Monero* stacionarne, dok su *BTC*, *XRP*, *ETH*, *EOS*, *XLM*, *BNB* i *ZEC* reda integrisanosti 1 i nekointegrisane sa tžištem.

Kako znamo da CAPM zahteva da veliki broj pretpostavki bude ispunjen, njegovi empirijski rezultati često nisu zadovoljavajući. Iz tog razloga neka od budićih istraživanja bi mogla da podrazumevaju primene mnogobrojnih modifikovanih oblika CAP modela, kao što je na primer ICAPM, koji su dovodili na drugim tržištima do boljih rezultata. Treba ukazati na činjenicu da je CAPM, kao i *Markowitz*-ov model, neizostavan koncept pri upoznavanju sa teorijama portfolia, vrednovanju aktiva, kao i cele finansijske matematike. Stoga ova teza pruža osnovu za dalja istraživanja vezana za analizu prinosa, rizika, ujedno i sistemskog i nesistemskog, a i ostalih karakteristika kriptovaluta. Sa druge strane, ispitana *Granger*-ova uzročnost između tržišta i individualnih valuta, sem naučnoj strani, može biti informativna i investitorima za buduća ulaganja. Poznavanje karakteristika cena kriptovaluta kao što su nivo integrisanosti i kointegracija sa celokupnim tržištem može biti dodatni alat prilikom odabira investicija. Sa sve većim popularizovanjem metoda mašinskog učenja, bilo bi korisno analizirati sa akademske strane kako tržište kriptovaluta reaguje na ovakav pristup. Utvrditi da li će te iste metode bolje modelirati cene valuta, a samim tim i uspešnije objasniti njihovu volatilnost od tradicionalnih matematičkih modela. Načelni cilj ove teze bio je da se testiraju veoma snažne teorijske podloge na mladom tržištu kao što je tržiste kriptovaluta, kao i da se doprinese boljem razumevanju ovih digitalnih valuta, koje će, po mišljenju autora, sigurno biti interesantno pratiti kroz dalji razoj.

Dodatak A

Slika A.1: Deskriptivna statistika

```
function solution=descriptive(matrix)

T=size(matrix,1);
k=size(matrix,2);
solution=zeros(7,k);

for i=1:k

    array=matrix(:,i);

    solution(1,i)=1/T*sum(array)*100;
    solution(2,i)=max(array)*100;
    solution(3,i)=min(array)*100;
    solution(4,i)=sqrt(1/(T-1)*sum((array-solution(1,i)).^2))*100;

    skewness=centralni(array,3)/centralni(array,2)^(3/2);
    kurtosis=centralni(array,4)/centralni(array,2)^2;
    jb=skewness^2/(6/T)+(kurtosis-3)^2/(24/T);

    solution(5,i)=kurtosis;
    solution(6,i)=skewness;
    solution(7,i)=jb;

end
solution=solution';

end
```

Slika A.2: Regresija

```
function [alfa, beta]=CAPM_coefficients(matrix)

matrix=matrix-0.0005; % rf=0.0005
m=size(matrix,2);
x=matrix(:,m);
X = [ones(length(x),1) x]; % X-independent variable in regression
alfa=zeros(m-1,1);
beta=zeros(m-1,1);

for i=1:m-1
    Y=matrix(:,i); % Y-dependent variable in regression
    coefficients=X\Y;
    alfa(i)=coefficients(1);
    beta(i)=coefficients(2);
end

end
```

Slika A.3: Regresija'

```

function [alfa, beta]=CAPM_coefficients_alternative(matrix)

matrix=matrix-0.0005; % rf=0.0005
m=size(matrix,2);
n=size(matrix,1);
mean=zeros(1,m);

for j=1:m
    mean(j)=1/n*sum(matrix(:,j));
end

alfa=zeros(m-1,1);
beta=zeros(m-1,1);

for j=1:m-1
    sxy=0; % x-dependent variable in regression
    syy=0; % y-independent variable in regression
    sxx=0;
    for i=1:n
        sxy=sxy+(matrix(i,j)-mean(j))*(matrix(i,end)-mean(end));
        syy=syy+(matrix(i,end)-mean(end))^2;
        sxx=sxx+(matrix(i,j)-mean(j))^2;
    end
    beta(j)=sxy/syy;
    alfa(j)=mean(j)-beta(j)*mean(end);
end

```

Slika A.4: Test značajnosti

```

function solution=t_test_CAPM(matrix)

[alfa, beta]=CAPM_coefficients(matrix);
n=size(matrix,1);
m=size(matrix,2)-1;
predictions=zeros(n,m);
matrix=matrix-0.0005; % rf=0.0005

for j=1:m
    predictions(:,j)=alfa(j)*ones(n,1)+beta(j)*matrix(:,end);
end

error=predictions-matrix(:,1:end-1);
S=sqrt(sum(error.^2)/(n-2));
t_test_alfa=zeros(m,1);
t_test_beta=zeros(m,1);
variable=matrix(:,end);
sum_of_squares=sum(variable.^2);
mean=1/n*sum(variable);
sxx=sum((variable-mean).^2);

for j=1:m
    Sa=S(j)*sqrt(sum_of_squares/(n*sxx));
    Sb=S(j)/sqrt(sxx);
    t_test_alfa(j)=alfa(j)/Sa;
    t_test_beta(j)=beta(j)/Sb;
end

solution(:,2)=t_test_alfa;
solution(:,4)=t_test_beta;
solution(:,1)=alfa';
solution(:,3)=beta';

end

```

Slika A.5: Koeficijenti determinacije i korelacije

```

function [determination_coefficients,
correlation_coefficients]=coefficients_correlation_determination(matrix)

matrix=matrix-0.0005; %rf=0.0005
m=size(matrix,2);
n=size(matrix,1);
mean=zeros(1,m);

for j=1:m
    mean(j)=1/n*sum(matrix(:,j));
end

correlation_coefficients=zeros(m-1,1);
determination_coefficients=zeros(m-1,1);

for j=1:m-1
    sxy=0; % x-dependent variable in regression
    syy=0; % y-independent variable in regression
    sxx=0;
    for i=1:n
        sxy=sxy+(matrix(i,j)-mean(j))*(matrix(i,end)-mean(end));
        syy=syy+(matrix(i,end)-mean(end))^2;
        sxx=sxx+(matrix(i,j)-mean(j))^2;
    end
    SST=sxx;
    SSR=sxy.^2./syy;
    determination_coefficients(j)=SSR./SST';
    correlation_coefficients(j)=sxy/sqrt(syy*sxx);
end

```

Slika A.6: Teorijske vrednosti β

```

function [theoretical_beta, relative_error, graph]=fama_macbeth(matrix)

[~, beta]=CAPM_coefficients(matrix);
matrix=matrix-0.0005; % rf=0.0005
m=size(matrix,2);
n=size(matrix,1);
mean=zeros(1,m);

for i=1:m
    mean(i)=1/n*sum(matrix(:,i));
end

theoretical_beta=mean(1:m-1)/mean(m);
relative_error=abs((theoretical_beta-beta')./beta');
plot(beta,mean(1:m-1)+0.0005,'*k');
hold on
graph=plot(beta,0.0005+mean(m)*beta,'k','LineWidth',1.5);

end

```

Slika A.7: ADF test

```

function [h,stat,cValue]=adf(matrix)

h=zeros(16,1);
stat=zeros(16,1);
cValue=zeros(16,1);

for i=1:16
    [h(i),~,stat(i),cValue(i)]=adftest(matrix(:,i),'alpha',0.05,'model','ARD');
end

```

Slika A.8: Engle-Granger cointegration test

```

function solution=cointegration(matrix)

solution=zeros(3,15);
for i=1:15
    Y=[matrix(:,end),matrix(:,i)];
    [h,~,stat,cValue]=egcitest(Y,'alpha',0.05);
    solution(:,i)=[h; stat; cValue];
end
end

```

Slika A.9: Granger causality test

```

function F=granger_test(matrix,bic)

index=matrix(:,end);
F=zeros(1,15);

for i=1:15
    n=bic(i);
    array=matrix(:,i);
    real=array(1:end-n);
    T=size(real,1);
    variable1=ones(T,1);
    variable3=index(2:end-n+1);
    if n==1 % lag is in my case 1 or 5
        variable2=array(n+1:end);
        X=[variable1 variable2 variable3];
    else
        variable22=zeros(474,5);
        for j=1:n
            variable22(:,j)=array(j+1:end-n+j);
        end
        X=[variable1 variable22 variable3];
    end
    y=real;
    estimates1=X(:,1:end-1)\y; %1=restricted model
    estimates2=X\y; %2=unrestricted model
    if n==1

forecast2=variable1*estimates2(1)+variable2*estimates2(2)+variable3*estimates
2(3);
        forecast1=variable1*estimates1(1)+variable2*estimates1(2);
    else
        forecast2=variable1*estimates2(1)+variable3*estimates2(end);
        forecast1=variable1*estimates1(1);
        for j=1:n
            forecast2=forecast2+variable22(:,j)*estimates2(j+1);
            forecast1=forecast1+variable22(:,j)*estimates1(j+1);
        end
    end
    avg=1/size(real,1)*sum(real);
    SSR1=sum((avg-forecast1).^2);
    SSR2=sum((avg-forecast2).^2);
    SST=sum((avg-real).^2);
    F(1,i)=(SSR2-SSR1)/((SST-SSR2)/(T-n-1-1)); %m=1
    %cvalue=[2.73 3.89 6.76]; 0.9 0.95 0.99
end
end

```


Bibliografija

- [1] Božović, M. (2018). *Non-linear relationship between cryptocurrencies returns*, in *Quanitative Models in Economics*, (editors: J. Kočović, J. Selimović, B. Boričić, V. Kaščelan, V. Rajić), pp. 205-223, ISBN: 878-86-303-1561-6
- [2] Jeffrey Chu, Stephen Chan, Saralees Nadarajah and Joerg Osterrieder (2017). *GARCH Modelling for Cryptocurrencies*, Journal of Risk and Financial Management
- [3] Emmanuel Murray Leclair (2018). *Herding in the cryptocurrency market*, ECON 5029 Final Research
- [4] Kristian Vagstad and Ole Christian Andreas Valstad (2014). *A bit risky? A comparison between Bitcoin and other assets using an intraday Value at Risk approach*, Norwegian University of Science and Technology, master thesis
- [5] Jörg Osterrieder, Julian Lorenz, Martin Strika (2016). *Bitcoin and Cryptocurrencies - not for the faint-hearted*, Zurich University of Applied Sciences, School of Engineering
- [6] Dr Branko Urošević, Dr Miloš Božović (2016). *Uvod u finansijsku ekonomiju*, Centar za izdavačku delatnost, Ekonomski fakultet, Beograd
- [7] Haim Levy (1983). *The Capital Asset Pricing Model: Theory and Empiricism*, The Economic Journal, Vol. 93, No. 369, pp. 145-165
- [8] Thomas H. Naylor AND Francis Taponi (1982). *The Capital Asset Pricing Model: An Evaluation of Its Potential as a Strategic Tool*, Management Science, Vol. 28, No. 10, pp. 1166-1173
- [9] Andr"e F. Perold (2004). *The Capital Asset Pricing Model*, The Journal of Economic Perspectives, Vol. 18, No. 3, pp. 3-24
- [10] Eugene F. Fama and Kenneth R. French (2004). *The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence*, Journal of Economic Perspectives, Volume 18, Number 3, pp 25–46
- [11] Stephen A. Ross (1977). *The Capital Asset Pricing Model (CAPM), Short-Sale Restrictions and Related Issues*, The Journal of Finance, Vol. 32, No. 1, pp. 177-183
- [12] Stephen A. Ross (1978). *The Current Status of the Capital Asset Pricing Model (CAPM)*, The Journal of Finance, Vol. 33, No. 3, Papers and Proceedings of the Thirty-Sixth Annual Meeting American Finance Association, New York City, pp. 885-901

- [13] Irwin Friend, Randolph Westerfield and Michael Granito (1978). *New Evidence on the Capital Asset Pricing Model*, The Journal of Finance, Vol. 33, No. 3, Papers and Proceedings of the Thirty-Sixth Annual Meeting American Finance Association, pp. 903-917
- [14] C. W. J. Granger (1969). *Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods*, Econometrica, Vol. 37, No. 3, pp. 424-438
- [15] Pasquale Foresti (2006). *Testing for Granger causality between stock prices and economic growth*, MPRA Paper No. 2962
- [16] Ted Covey and David A. Bessler (1992). *Testing for Granger's Full Causality*, The Review of Economics and Statistics, Vol. 74, No. 1, pp. 146-153
- [17] Daniel L. Thornton and Dallas S. Batten (1985). *Lag-Length Selection and Tests of Granger Causality Between Money and Income*, Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 17, No. 2, pp. 164-178
- [18] Craig Hiemstra and Jonathan D. Jones (1994). *Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price- Volume Relation*, The Journal of Finance, Vol. 49, No. 5), pp. 1639-1664
- [19] Yang Ning1, Liu Chun Wah1, Luo Erdan1 (2018). *Stock price prediction based on error correction model and Granger causality test*, Springer Science-Business Media, LLC, part of Springer Nature
- [20] Ruey S. Tsay (2005). *Analysis of Financial Time Series*, University of Chicago, Graduate School of Business
- [21] Zagorka Lozanov-Crvenković (2012). Statistika, Prirodno-matematički fakultet, Novi Sad
- [22] Marija Roca (1999). *Regresija i korelacija sa primenama u ekonomiji*, Specijalistički rad, Prirodno-Matematički fakultet, Novi Sad
- [23] Stevan M. Stojanović (1980). *Matematička statistika*, Naučna knjiga (editors: Dragoslav Joković, Božica Vidanović, Gordana Krstić)
- [24] Stevan Hadživuković, Rudolf Zagnal, Katarina čobanović. *Regressional analiza*, Pivredni pregled-Beograd
- [25] Biljana Popović (2003). *Matematička statistika i statističko modelovanje*, Prirodno-matematički fakultet, Niš

**UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATICKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA**

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada: master rad

VR

Autor: Vanja Andrejev

AU

Mentor: prof. dr Miloš Božović

MN

Naslov rada: Testiranje modela vrednovanja kapitala (CAPM) na tržištu kriptovaluta

NR

Jezik publikacije: srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda: s/e

JI

Zemlja publikovanja: Republika Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2019.

GO

Izdavač: autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4

MA

Fizički opis rada: 5 poglavlja, 48 strana, 25 lit. citata, 31 slika, 11 tabela, prilozi

FO

Naučna oblast: matematika

NO

Naučna disciplina: primenjena matematika

ND

Ključne reci: kriptovalute, CAPM, regresija, vremenske serije, stacionarnost, *Granger*-ova uzročnost

PO**UDK**

Čuva se: u biblioteci Departmana za matematiku i informatiku, Prirodno-matematičkog fakulteta, u Novom Sadu

CU

Važna napomena:

VN

Izvod: Kriptovalute, kao tehnološki izum, su prisutne na tržištu nešto više od jedne decenije, pa samim tim njihove karakteristike su samo delimično poznate. Sa druge strane CAP model je, iz teorijske perspektive, nezaobilazan koncept. Iz tih razloga se opredljujemo za ovu temu teze i dodatno analiziramo odnos individualnih kriptovaluta sa celokupnim tržištem istih.

Istraživenje je sprovedeno na 15 kriptovaluta sa najvećom tržišnom vrednošću, dok je uzorak bio veličine 479, odnosno 478 u zavisnosti da li su predmet analize bile cene ili prinosi digitalnih valuta, respektivno. Primarne metode u ovom radu jesu regresija vremenskih serija, korišćena prilikom testiranja CAP modela, kao i *Granger*-ov test uzročnosti, koji je za svrhu imao ispitivanje prisutnosti uzročnosti između kretanje cena tržishta i kretanje cena naših 15 kriptovaluta.

Testiranje CAP modela na tržištu kriptovaluta je započeto tesitanjem značajnosti zavisnog koeficijenta, odnosno neznačajnosti slobodnog koeficijenta jednodimenzionalne linearne regresije vremenskih serija. Rezultati su bili pozitivni za sve kriptovalute, osim za Tehther i Monero, gde je za Tether naveden razlog mogućeg odbacivanja modela. Nakon toga smo se okrenuli metodi poznatoj u literaturi kao *Fama-Macbeth*. Na osnovu dijagrama rasturanja, kao i relativnih odstupanja teorijskih vrednosti bete od istih dobijenih na osnovu uzorka, dolazimo do zaključka da tržište kriptovaluta ne prati CAP model. Pre sprovođenja *Granger*-ovog testa, neophodno je bilo ispitati stacionarnost naših podataka, za koje nam je ADF test pružio sledeće rezultate: kriptovalute Tether, TRON i Monero su reda integrisanosti 0, dok su ostale zajedno sa indeksom reda integrisanosti 1. Kako *Granger*-ov test nalaže da ispitivane vremesnke serije moraju biti stacionarne, ili pak međusobno kointegrисане, istraživanje je nastavljeno na I(1) kriptovalutama. Na osnovu *Eagle-Granger* testa dobijamo da su valute *BCH*, *LTC*, *MIOTA*, *DASH* i *ETC* kointegrисане sa tržišnim portofliom, štaviše za iste važi da je njihovo kretanje cena uzrokovano od strane kretanja cena tržišnog portfolia.

Kroz tezu su analizirani prinos zajedno sa sistemskim i nesistemskim rizikom kriptovaluta. Takođe ispitana je stacionarnost cena kriptovaluta kao i prisutnost kointegracije i uzročnosti između istih i indeksa tržišta kriptovaluta. Teza se pridružuje ostalim akademskim radovima u cilju boljeg razumevanja pojma koji je oslovljavjan kao sledeći logički korak u evoluciji novca.

IZ

Datum prihvatanja teme od strane NN veća: 25.09.2019.

DP

Datum odbrane:

DO

Članovi komisije:

KO

Predsednik: dr Nataša Krejić, redovni profesor

Mentor: dr Miloš Božović, vanredni profesor

Član: dr Nataša Spahić, vanredni profesor

**UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE
KEY WORDS DOCUMENTATION**

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: monograph type

DT

Type of record: printed text

TR

Contents code: Master thesis

CC

Author: Vanja Andrejev

AU

Mentor: Prof. Miloš Božović, PhD

MN

Title: Testing Capital Asset Pricing Model (CAPM) on Cryptocurrency Market

XI

Language of text: Serbian (latin)

L+6-6T

Language of abstract: s/e

LA

Country of publication: Republic of Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2019.

PY

Publisher: author's reprint

PU

Publ. place: Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4

PP

Physical description: 5 sections, 48 pages, 25 references, 31 figures, 11 tables, appendices

PD

Scientific field: mathematics

SF

Scientific discipline: applied mathematics

SD

Key words: cryptocurrency, CAPM, regression, time series, stationarity, Granger causality

UC

Holding data: Department of Mathematics and Informatics' Library, Faculty of Sciences, Novi Sad

HD

Note:

N

Abstract: It has been just over a decade that technological invention such as cryptocurrencies is present on the market. On the other hand CAP model, from a theoretical perspective, is a fundamental concept when studying portfolio management, asset pricing and financial mathematics in general. Due to these reasons, we have decided on this specific topic and additionally, we analyze the relationship between cryptocurrencies and the market as a whole.

The research has been conducted on 15 largest cryptocurrencies in terms of market capitalization while the sample size was either 479 or 478 depending on whether the subjects of the research were prices or yields of cryptocurrencies, respectively. The primary method in the thesis was time series regression, used during testing CAP model, as well as Granger test, whose purpose was to identify causality between prices of individual cryptocurrencies and market portfolio price.

Testing Cap model on the cryptocurrency market began by testing the significance of our time series regression coefficients. The results were favorable for every cryptocurrency except for Tether and Monero, where the possible reason for Tether rejecting the model was listed in the relevant chapter. Since the results were not conclusive enough, we have decided to proceed with the method known as Fama-Macbeth. Based on the scatter diagram along with the high relative standard deviation between theoretical values of beta and the ones calculated from the sample, we came to the conclusion that the Capital Asset Pricing model is not applicable to the cryptocurrency market. Before using the Granger causality test, it was necessary to examine stationarity of our time series, where ADF test gave us the following results: order of integration for Tehther, TRON and Monero is 0, while for the rest of cryptocurrencies, including index, is 1. Since Granger test requires time series to be stationary, or at least cointegrated, the research was continued on I(1) cryptocurrencies. Based on Eagle-Granger test BCH, LTC, MIOTA, DASH and ETC are cointegrated with the market portfolio and furthermore price movement of each of them is affected by the price movement of that market portfolio.

Throughout this thesis, we have analyzed yields along with the systematic and unsystematic risk of cryptocurrencies. Additionally, we have tested the stationarity of our time series and also cointegration and causality between them and the market portfolio. The main purpose of the thesis is to test intuitively satisfying theoretical methods on the relatively young market such as cryptocurrency market.

AB

Accepted by the Scientific Board on: 25.09.2019.

ASB

Defended:

DE

Thesis defend board:

DB

President: Prof. Nataša Krejić, PhD

Mentor: Assist. Prof. Miloš Božović, PhD

Member: Assist. Prof. Nataša Spahić, PhD