



Univerzitet u Novom Sadu
Prirodno-matematički fakultet
Departman za matematiku i informatiku



Simendić Nevena

Obrazovanje kao faktor u ekonomskim modelima rasta - primena familije Cobb-Douglasovih funkcija

-Master rad-

Mentor:
Prof. dr Zorana Lužanin

Novi Sad, 2020.

Sadržaj

| | |
|--|-----------|
| Predgovor | 5 |
| 1 Uvod | 7 |
| 1.1 PISA testiranje | 8 |
| 1.2 Strategija Evropa 2020 | 9 |
| 1.3 Ekonomski modeli | 14 |
| 1.4 Podaci | 15 |
| 2 Ljudski kapital | 18 |
| 2.1 Uloga i značaj ljudskog kapitala na ekonomski rast | 20 |
| 2.2 Merenje ljudskog kapitala | 22 |
| 2.2.1 Pristup zasnovan na obrazovanju | 23 |
| 2.2.2 Pristup zasnovan na troškovima | 25 |
| 2.2.3 Pristup zasnovan na prihodima | 26 |
| 3 Cobb-Douglasova proizvodna funkcija | 27 |
| 3.1 Proizvodna funkcija | 27 |
| 3.2 Istorijat nastanka Cobb-Douglasove proizvodne funkcije | 29 |
| 3.3 Uopštenje Cobb-Douglasove funkcije | 30 |
| 3.3.1 Homogenost | 34 |
| 3.4 Ocjenjivanje parametara | 35 |
| 4 Modeli ekonomskog rasta | 39 |
| 4.1 Model 1 | 39 |
| 4.1.1 Prikaz matematičkog modela | 40 |
| 4.1.2 Podaci | 42 |
| 4.1.3 Rezultati | 43 |

SADRŽAJ

| | |
|---|-----------|
| 4.2 Model 2 | 44 |
| 4.2.1 Prikaz matematičkog modela | 44 |
| 4.2.2 Podaci | 46 |
| 4.2.3 Rezultati | 46 |
| 4.3 Model 3 | 47 |
| 4.3.1 Prikaz matematičkog modela | 48 |
| 4.3.2 Podaci | 49 |
| 4.3.3 Rezultati | 50 |
| 5 Metodologija prikupljanja podataka i rezultati | 52 |
| 5.1 Analiza dostupnosti podataka | 52 |
| 5.2 Promenljive | 63 |
| 5.3 Analiza koeficijenta korelacije između promenljivih | 64 |
| 5.4 Formiranje i analiza modela | 65 |
| 5.5 Diskusija | 73 |
| Zaključak | 75 |
| Literatura | 77 |
| Kratka biografija | 81 |

Popis slika

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Procenat stanovništva u starosnoj dobi 30 - 34 godina sa najviše stečenim osnovnim obrazovanjem (ISCED nivoi 0, 1 i 2) (<i>izvor: Eurostat</i>) | 11 |
| 1.2 | Procenat stanovništva u starosnoj dobi 30 - 34 godina, koji je završio obrazovanje koje odgovara ISCED nivoima 3 i 4 (<i>izvor: Eurostat</i>) | 12 |
| 1.3 | Procenat stanovništva u starosnoj dobi 30 - 34 godina sa tercijalnim nivoem obrazovanja (<i>izvor: Eurostat</i>) | 13 |
| 1.4 | Obrazovna struktura Srbije 2018. godine stanovništva starosne dobi 30 - 34 godine | 13 |
| 2.1 | Pregled javnih izdataka za obrazovanje nekih zemalja Evrope 2016. godine (<i>izvor: The World Bank</i>) | 20 |
| 2.2 | Prikaz indeksa ljudskog kapitala 2018. godine (<i>izvor: The World Bank</i>) | 23 |
| 5.1 | Bruto domaći proizvod po glavi stanovnika (<i>izvor: Republički zavod za statistiku Republike Srbije</i>) | 53 |
| 5.2 | Broj zaposlenog stanovništva u Srbiji po godinama (<i>izvor: Republički zavod za statistiku Republike Srbije</i>) | 54 |
| 5.3 | Udeo investicija u BDP-u (<i>Izvor: The World Bank</i>) | 55 |
| 5.4 | Barro - Lee ljudski kapital za Srbiju | 56 |
| 5.5 | Ljudski kapital prema Penn World Tables 8.0 | 56 |
| 5.6 | Broj odobrenih patenata (<i>izvor: The World Bank</i>) | 58 |
| 5.7 | Otvorenost ekonomije (<i>izvor: The World Bank</i>) | 58 |
| 5.8 | Džini koeficijenat za Srbiju (<i>izvor: The World Bank</i>) | 60 |
| 5.9 | Indeks starenja Republike Srbije (<i>izvor: Republički zavod za statistiku Republike Srbije</i>) | 61 |

POPIS SLIKA

| | |
|--|----|
| 5.10 Procentualni rast gradskog stanovništva u Republici Srbiji (<i>izvor: The World Bank</i>) | 62 |
| 5.11 Matrica korelacija promenljivih | 65 |

Predgovor

Svaka država teži poboljšanju ekonomskog rasta koji se ogleda kroz rast bruto domaćeg proizvoda. Uspešan rast je direktno povezan sa društvenim blagostanjem i zapošljavanjem. Zbog ključnog značaja koji ima, teži se otkrivanju načina njegovog podsticanja, što je razvilo teorije o ekonomskom rastu. Njihov glavni zadatak je objašnjavanje razlika koje se javljaju u životnom standardu u različitim zemljama, kroz vreme. U teoriji ekonomskog rasta najčešće se kao glavni oblik formiranja ljudskog kapitala predstavlja obrazovanje. Obrazovanje treba posmatrati kao proizvodnu investiciju, a ne kao potrošnju, jer je obrazovanje akumulacija kapitala. Cilj ovog rada je da se pomoću Cobb-Douglasove proizvodne funkcije analizira uticaj različitih faktora na ekonomski rast države, stavljajući najveći naglasak na uticaj obrazovanja.

U radu će prvo biti predstavljene neke od definicija ljudskog kapitala, njegov značaj i načini merenja koji obuhvataju pristup zasnovan na obrazovanju, pristup zasnovan na troškovima i pristup zasnovan na prihodima. Treća glava predstavlja teorijsku pozadinu rada, odnosno Cobb-Douglasovu proizvodnu funkciju, istorijat njenog nastanka, kao i osobine koje poseduje. Nakon teorijskog dela biće predstavljeni već postojeći matematički i ekonometrijski modeli. Prvi model koristi podatke vremenskih serija za analizu uticaja obrazovanja i tehničkog napretka na ekonomski rast Tajvana. Drugi model obuhvata empirijsku analizu 14 azijskih zemalja i proučava odnos između ljudskog kapitala i ekonomskog rasta. Treći model analizira uticaj širenja obaveznog obrazovanja posle Drugog svetskog rata. Istraživanje je sprovedeno analizom panel podataka, koji obuhvataju podatke o 15 evropskih zemalja (Austrija, Belgija, Danska, Finska, Francuska, Grčka, Irska, Italija, Holandija, Norveška, Portugal, Španija, Švedska, Švajcarska, Velika Britanija) u vremenskom periodu od 1950. do 2000. godine. Poslednji deo obuhvata analizu dostupnosti podataka koji su neophodni za sprovođenje planirane analize koja se odnosi na Republiku Srbiju. Prikazan je način definisanja promenljivih i zastupljenost u uzorku. Potom je predloženo pet modela u svrhu predikcije rasta, kao i analiza u kojoj meri su primenljivi na modeliranje ekonomskog rasta u Republici Srbiji.

Zahvalnica

Izuzetnu i neizmernu zahvalnost želim da izrazim mojoj mentorki, prof dr Zorani Lužanin bez čije pomoći, saveta i truda tokom istraživanja, pripreme i uobličavanja mog master rada, ne bih uspela da ga dovedem do konačne verzije koja se nalazi pred vama. Hvala joj na pruženom znanju tokom studiranja i zanimljivim predavanjima iz mnogih predmeta. Takođe zahvaljujem se članovima Komisije, uvaženim profesorima, na korisnim savetima i sugestijama tokom izrade rada.

Imala sam sreće da tokom studiranja steknem divne prijatelje, koji su upotpunili ovaj period mog života. Hvala im na svim druženjima, smehu, suzama i što su svaki trenutak učinili vrednim sećanja. Zauvek ču pamtiti našu "katedru za verovatnoću" i vreme provedeno na prvom spratu našeg departmana.

Najveću zahvalnost i ljubav dugujem svojim roditeljima, Mirjani i Zoranu, kao i sestri Ivani, kojima pripisujem najveću zaslugu za ono što sam postigla, koji su uvek bili TU, uz mene. Posebno hvala mom tati, na pomoći tokom studiranja, savetima i neiscrpnoj veri u mene. Svaki moj uspeh, je odraz sreće što vas imam.

Za svu ljubav i pažnju koja mi daje najveću snagu i motivaciju da istrajem u započetom, hvala mom najdražem, suprugu Milošu.

*Nevena Simendić,
Novi Sad 2020.*

Glava 1

Uvod

“The test of science is its ability to predict”
— Richard Feynman

Ulaganje u obrazovanje je jedan od najvažnijih zadataka za društvo. Malo je verovatno da u životu čoveka postoji tačka u kojoj učenje i usavršavanje postaje nevažno ili nepotrebno. Samo kroz obrazovanje ljudi su u stanju da se usavršavaju, to je osnovno pravo za sve i najvažniji faktor za budućnost svake zemlje. Obrazovanje ima svoju cenu, ali jedino što je skuplje od ulaganja u obrazovanje je neulaganje u obrazovanje.

Jedan od najvažnijih preduslova ekonomskog rasta i razvoja je ljudski kapital (obrazovanje). Ova komponenta zajedno sa ostalim faktorima razvoja - investicije, odgovarajuća državna uprava, otvoreno tržište utiče na rast. U velikom broju zemalja politika investiranja u obrazovanje postaje primarna, ali ne samo iz potrebe da se doprinese ekonomskom rastu, već i zbog toga što obrazovanje inicira celokupan društveni razvoj i povezano je sa određenim vrednostima u društvu. Kao rezultat kontinuiranog investiranja u znanje, obrazovni nivo je u većini zemalja porastao, dok se u razvijenim zemljama otišlo korak dalje: umesto ulaganja u obavezno osnovno obrazovanje, sredstva se sve više izdvajaju za potrebe visokog obrazovanja, usavršavanja i obrazovanja odraslih. To utiče na stvaranje okruženja u kome je svako produktivniji, što je povezano sa društvenim prosperitetom. [1]

Neadekvatno obrazovanje proizvodi visoke troškove za društvo u smislu javne potrošnje, kriminala, zdravlja i pada ekonomskog rasta. Glavni izazovi u obrazovanju

razlikuju se među zemljama i kontinentima. Industrializovani svet se suočava sa uticajima demografskih promena, kao što su nedostatak kvalifikovane radne snage i ostarela društva. Zemlje u razvoju moraju odgovoriti na sve veću potražnju u obrazovanju. U nekim delovima sveta još uvek svako dete nema pravo da ide u školu, pa veliki deo stanovništva ne zna da čita i piše. Uprkos ovim razlikama, postoje zajednički izazovi. Globalni problem je što nivo obrazovanja ljudi u velikoj meri zavisi od njihove sociokonomske pozadine i obrazovnog statusa njihovih roditelja, pa ostaje izazov da se poboljšaju šanse da deca svuda u svetu dobiju što kvalitetnije obrazovanje.

1.1 PISA testiranje

Program za međunarodno ocenjivanje učenika - PISA (Programme for International Student Assessment) iniciran je od strane Organizacije za ekonomsku saradnju i razvoj - OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) sa glavnim svrhom da osiguraju sistematsko praćenje kvaliteta i pravednosti obrazovanja u zemljama učesnicama. Zemlje OECD-a su prepoznale da međunarodni uspeh, konkurenčnost i razvoj zemlje sve više zavise od kvaliteta i pravednosti obrazovanja. U mnogim zemljama, ishodi PISA procene su predmet ozbiljnih javnih i stručnih rasprava i na osnovu njih se donose strateške odluke u oblasti obrazovne politike. Iako postoje kritike i otvorena pitanja, PISA trenutno predstavlja jedan od najvećih međunarodnih programa u oblasti obrazovanja.

PISA sistematski prati nivo funkcionalne pismenosti u domenu matematičke, naučne i čitalačke pismenosti koju su postigli učenici stariji od 15 godina u zemljama učesnicama. Ove tri oblasti su odabrane kao najopštiji i najrelevantniji indikatori obrazovnog učinka učenika. Karakteristika PISA procene je da se ne testira u kojoj učenici mogu reprodukovati ono što su naučili u školama, već u kojoj meri su kompetentni da razumeju i koriste informacije koje su im pružene pri rešavanju relevantnih svakodnevnih životnih situacija. Na taj način PISA procena ima za cilj da odredi u kojoj meri su nove generacije spremne da žive u modernom društvu, a ne u kojoj meri su savladale nastavne planove i programe koje su učili u školi. Osim toga, ciljevi PISA procene su da odrede u kojoj meri različiti kontekstualni faktori (karakteristike obrazovnog sistema, porodično okruženje, škola i učenici) utiču na postignuća učenika.

Na osnovu odluke koju je usvojilo Ministarstvo prosvete i sporta, Srbija učestvuje u

GLAVA 1. UVOD

PISA proceni od 2001. godine. Srbija je na testiranju koje je sprovedeno 2018. godine zauzela 45. mesto od ukupno 79 država koje su rangirane. U odnosu na prosečno postignuće, koje za zemlje OECD iznosi 500 poena, učenici u Srbiji su ostvarili 440 poena u naučnoj pismenosti, 439 u čitalačkoj i 448 poena u matematičkoj. Objavljeni rezultati prikazuju uticaj socijalno ekonomskih uslova. Učenici koji su u povoljnijem socijalno ekonomskom statusu su nadmašili učenike u nepovoljnem položaju za 73 poena. To je manje od prosečne razlike između dve grupe u zemljama OECD (89 poena). Na PISA testiranju 2009. godine razlika u postignućima učenika iz Srbije bila je 66 poena. [2]

1.2 Strategija Evropa 2020

Strategija Evropa 2020 (Education and Training 2020, u daljem tekstu ET 2020) je program Evropske unije, u kojem se akcenat stavlja na obrazovanje i obuku koji se smatraju ključnim pokretačima za rast i zapošljavanje. Ekonomска kriza zajedno sa starenjem stanovništva, kroz njihov uticaj na ekonomiju, tržišta rada i društvo, dva su važna izazova koja menjaju kontekst u kojem obrazovni sistemi funkcionišu. Ideja je da se obezbedi uspešan izlazak iz ekonomske i finansijske krize i da se istovremeno obezbedi budućnost sa više posla i boljim uslovima života. Istovremeno, obrazovanje i obuka pomažu povećanju produktivnosti, inovativnosti i konkurentnosti.

ET 2020 ima za cilj da podstakne evropsku saradnju u obrazovanju i obuci, pružajući zajedničke strateške ciljeve za EU i njene države članice do 2020. godine. Pokriva oblasti učešća odraslih u učenju i mobilnosti, kvalitet i efikasnost obrazovanja i obuke, jednakost, aktivno građanstvo, kreativnost, inovativnost i preduzetništvo na svim nivoima obrazovanja i obuke. Ova strategija nije bitna samo za države članice EU, već i za države kandidate i potencijalne kandidate za članstvo u EU zbog usmeravanja njihovih reformskih procesa.

Evropska komisija je u ovoj strategiji definisala pet glavnih kvantitativnih ciljeva:

1. Podići stopu zaposlenosti populacije starosti od 20. do 64. godine sa 69% na 75%, kroz veće učešće starijih radnika, nekvalifikovanih radnika, mladih ljudi i bolju integraciju legalnih migranata;
2. Povećati procenat BDP koji se izdvaja za istraživanje i razvoj sa 1.9% na 3%;

GLAVA 1. UVOD

3. Smanjiti stopu ranog napuštanja škole na ispod 10% sa trenutnih 15%, uz istovremeno povećanje procenta stanovništva sa diplomom visokoškolske ustanove sa 31% na 40%;
4. Smanjiti broj ljudi koji žive ispod linije siromaštva za 25%, što će predstavljati izlazak preko 20 miliona ljudi iz siromaštva;
5. Ostvariti „20/20/20“ klimatsko-energetski cilj – 20% smanjenja emisije gasova koji izazivaju efekat staklene bašte u odnosu na 1990. godinu, 20% povećanje udela obnovljivih izvora energije u finalnoj potrošnji i za 20% povećanje energetske efikasnosti. [3]

Ciljevi koji su postavljeni su međusobno povezani, na primer postizanje ciljeva u oblasti obrazovanja utiče na povećavanje zapošljavanja, dok povećanje stope zapošljavanja prouzrokuje smanjenje siromaštva.

Strategija Evropa 2020 sadrži tri prioritetna razvoja EU:

- Pametan rast - razvoj ekonomije koji je zasnovan na inovacijama i znanju;
- Održivi rast - ekološki orijentisana i konkurentna privreda i efikasnije korišćenje resursa;
- Inkluzivni rast - podsticanje otvaranja novih radnih mesta, čime će se dostići viši nivo socijalne i teritorijalne kohezije. [3]

Kako bi se omogućilo i olakšalo poređenje obrazovnih sistema u različitim državama neophodno je koristiti sveobuhvatan okvir za organizovanje obrazovnih programa i kvalifikacija primenom jedinstvenih i međunarodno prihvaćenih definicija. Klasifikacija obrazovnih aktivnosti zasniva se na Međunarodnoj standardnoj klasifikaciji obrazovanja ISCED 2011¹:

- Nivo 0 - Rano obrazovanje (predškolsko obrazovanje);
- Nivo 1 - Osnovno obrazovanje - faza 1 (niži razredi);
- Nivo 2 - Osnovno obrazovanje - faza 2 (viši razredi);
- Nivo 3 - Srednje obrazovanje;
- Nivo 4 - Visokoškolsko ne-tercijarno obrazovanje;

¹Međunarodna klasifikacija obrazovanja ISCED 2011, UNESCO INSTITUTE for STATISTICS

GLAVA 1. UVOD

Nivo 5 - Kraći ciklus u visokoškolskom obrazovanju;

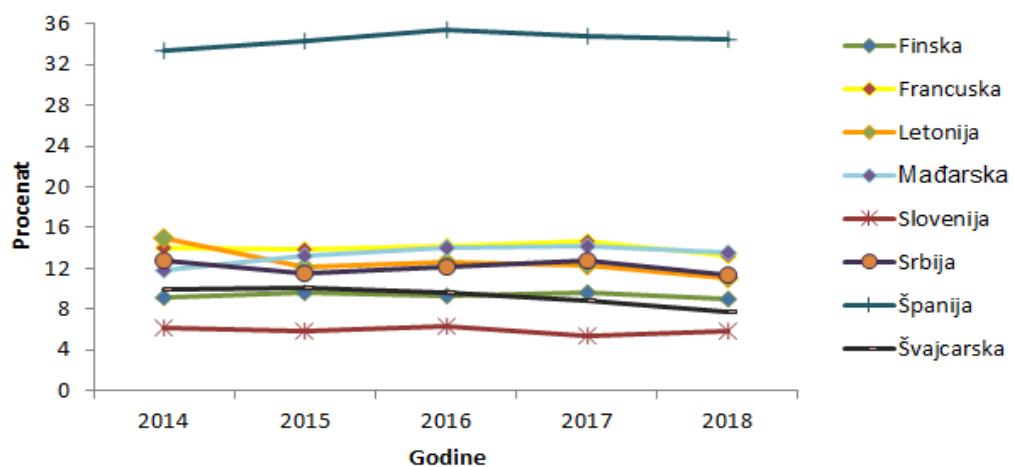
Nivo 6 - Osnovne studije ili ekvivalentni nivo;

Nivo 7 - Master studije ili ekvivalentni nivo;

Nivo 8 - Doktorski ili ekvivalentni nivo.

Na slikama br.1.1, 1.2 i 1.3 predstavljeni su grafički podaci o obrazovnom postignuću stanovništva u starosnoj dobi od 30 do 34 godine u Srbiji i zemljama koje su proizvoljno izabrane iz severne, zapadne, južne, istočne i centralne Evrope.

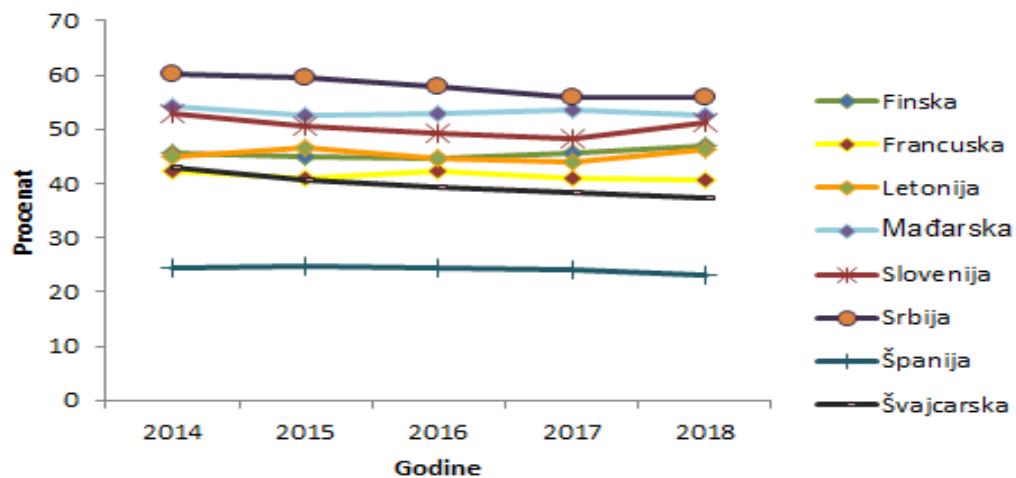
Procenat osoba od 30 do 34 godine koje imaju najviše završenu osnovnu školu (nivoi 0, 1 2 ISCED 2011) u Srbiji je od 2015. godine do 2017. godine porastao sa 11.5% na 12.7% (slika 1.1). Dok se u narednoj 2018. godini taj procenat smanjio na 11.4, međutim i dalje veliki broj stanovištva rano odustaje od obrazovanja što ima posledice na njihovo zaposljavanje i ekonomski rast zemlje. U poređenju sa ostalim posmatranim zemljama, Slovenija je država koja ima najmanji procenat stanovništva u ovoj starosnoj dobi sa najviše stečenim osnovnim obrazovanjem i on u 2018. godini iznosi 5.9%. Posle nje je Švajcarska koja beleži pad od 2015. godine sa 10.1% na 7.8% u 2018. godini. Najlošija situacija je u Španiji, gde 34.5% stanovništva u 2018. godini nema završenu srednju školu.



Slika 1.1: Procenat stanovništva u starosnoj dobi 30 - 34 godina sa najviše stečenim osnovnim obrazovanjem (ISCED nivoi 0, 1 i 2) (izvor: Eurostat)

GLAVA 1. UVOD

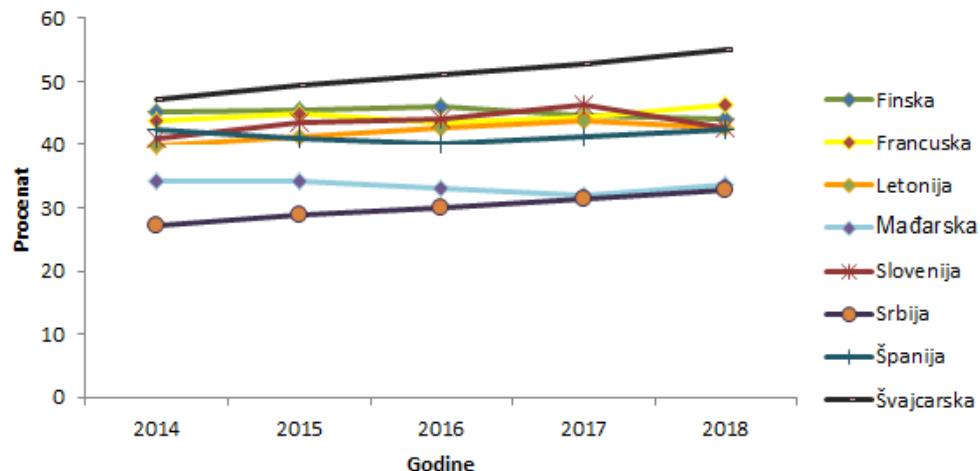
Posmatrajući istu populaciju, u Srbiji je zabeležen pad broja stanovništva sa najviše završenom srednjom školom ili visokoškolskim ne-tercijalnim obrazovanjem (nivoi 3 i 4 ISCED 2011) u periodu od 2014 - 2018. godine (slika 1.2). Od svih osam zemalja, Srbija se izdvaja po najvećem broju stanovništva sa završenom samo srednjom školom. Uz blage oscilacije posmatranog procenta, Francuska, Mađarska, Slovenija i Španija zabeležile su pad 2018. godine u odnosu na 2014. godinu.



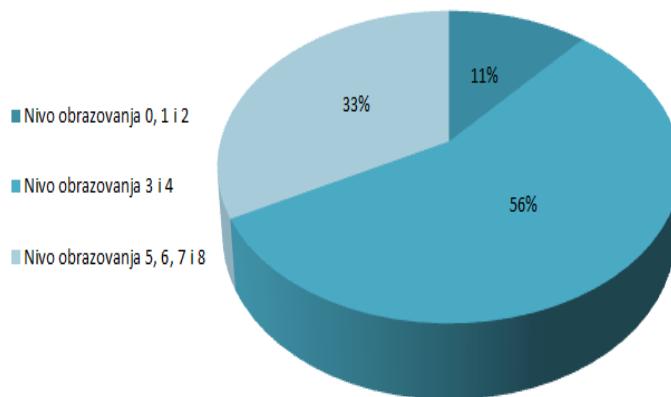
Slika 1.2: Procenat stanovništva u starosnoj dobi 30 - 34 godina, koji je završio obrazovanje koje odgovara ISCED nivoima 3 i 4 (izvor: Eurostat)

Tercijalno obrazovanje ima veliki uticaj na istraživanje i razvoj, što obezbeđuje visokokvalifikovani ljudski kapital. ET 2020, kroz svoj prioritet pametnog rasta ima za cilj povećanje broja osoba koje imaju tercijalno obrazovanje (nivoi 5, 6, 7 i 8 ISCED 2011). Od posmatranih zemalja, 2018. godine Švajcarska ima najveći procenat osoba u starosnoj dobi 30 - 34 godine sa tercijalnim obrazovanjem i iznosi 55%. Posle nje je Francuska sa 46.2%, Finska sa 44.2%, Slovenija i Letonija sa 42.7%, Španija 42.4%, Mađarska 33.7% i na poslednjem mestu je Srbija, koja od 2014. godine beleži rast ovog procenta sa 27.1 na 32.8 u 2018. godini (slika 1.3).

GLAVA 1. UVOD



Slika 1.3: Procenat stanovništva u starosnoj dobi 30 - 34 godina sa tercijalnim nivoem obrazovanja (izvor: *Eurostat*)



Slika 1.4: Obrazovna struktura Srbije 2018. godine stanovništva starosne dobi 30 - 34 godine

U Srbiji više od polovine stanovništva u starosnoj dobi 30 - 34 godine ima diplomu samo srednje škole, dok 11% stanovništva ima nedovršenu ili završenu samo osnovnu školu (slika 1.4). Mladi ljudi koji napuste obrazovanje i obuku prerano nemaju ključne veštine i rizikuju da se suoče sa ozbiljnim problemima na tržištu rada i doživljavaju siromaštvo. Nedostatak ovih veština predstavlja ozbiljnu prepreku za ekonomski rast i zapošljavanje u eri brzog tehnološkog napretka, intenzivne globalne konkurenциje i potražnje na tržištu rada sa sve većim nivoima veština.

1.3 Ekonomski modeli

Postoje mnogi alati koji pomažu ljudima da lakše obavljaju zadatke ili aktivnosti u svakodnevnom životu. Biolozi koriste modele ljudskog tela kako bi objasnili funkcionišanje unutrašnji organa, inženjeri grade modele da vide kako sistem funkcioniše, dok ekonomisti koriste modele kao alate kako bi im pomogli u rešavanju problema i analizi pojava u ekonomiji.

Modeliranje pruža logični i apstraktan obrazac pomoću kojeg se opisuje određena pojava. Pomoću modela se uočavaju i izdvajaju uzroci i posledice pojave, kao i međusobni uticaj povezanih elemenata u ekonomiji. Takođe omogućavaju bolje razumevanje ekonomskih pojava, njihovo menjanje i upravljanje sa njima. Jedna od najznačajnijih funkcija je predviđanje kretanja pojave u budućnosti na osnovu uspostavljenih veza. Načini na koje ekonomisti koriste modele mogu se klasifikovati u tri svrhe: objašnjanje ekonomskog procesa, ispitivanje ekonomskog problema i razvoj nove ekonomske teorije.

Modeli koji se koristi u ekonomskoj analizi su:

- **Vizuelni modeli** - koriste slike (najčešće grafikone) za prezentaciju složenih odnosa između ekonomskih promenljivih. Većina ovih modela je vizuelno proširenje matematičkog modela, ali obično ne zahtevaju znanje matematike. Lako ih je razumeti, ali imaju ograničenja u primeni.
- **Matematički modeli** - opisuju složene procese pomoću različitih matematičkih alata i predstavljeni su jednačinom ili sistemom jednačina. Promenljive u ovom modelu se mogu klasifikovati kao endogene i egzogene. Endogena promenljiva je promenljiva čije je ponašanje od interesa i ona postaje poznata kada se model reši, dok je vrednost egzogene promenljive unapred određena.
- **Empirijski model** - je matematički model koji podrazumeva rad sa podacima. Koristeći statističke metode prikupljeni podaci za promenljive omogućavaju procene vrednosti modela.

- **Simulacijski model** - je u osnovi matematički model za koji je neophodna računarska simulacija. Proces koji uspostavlja vezu između modela i računara naziva se simulacija. To je eksperimentalna metoda koja omogućava proučavanje stvarnog procesa pomoću njegovog modela. Prvo korisnik ili računar postavlja početne ili zadate vrednosti promenljivim, potom se određene promenljive menjaju i vrši se računarska simulacija. Ovaj model omogućava uvid u interakciju brojnih promenljivih, skrivene povratne informacije kao i druge efekte koji nisu toliko uočljivi u matematičkom ili vizuelnom modelu. [4]

Ekonomski model predstavlja pojednostavljeni sistem veza između ekonomskih pojava i skupa prepostavki koje približno opisuju ekonomsko ponašanje, [5]. Međutim javlja se rizik da će se preteranim uprošćavanjem realne situacije izostaviti mnogi faktori, što će prouzrokovati pogrešan zaključak.

Iako postoji velika korist od korišćenja ekonomskih modela, postoje određena ograničenja u njihovoј primeni. Modeli ne uzimaju u obzir fizičke sisteme, abiotičke (uticaji nežive prirode) ili biotičke (uticaji žive prirode) uslove koji preovlađuju u bilo kom regionu ili zemlji. Formule ili pravila koja se primenjuju da bi se došlo do zaključka možda neće predstaviti stvarnu situaciju, već samo činjenične podatke. Na smanjivanje pouzdanosti modela takođe utiču i nepravilne prepostavke. Neophodno je da se ekonomski modeli zasnivaju na preciznim prepostavkama o ekonomskoj aktivnosti. Ako su početne prepostavke nepotpune ili pogrešne, zaključci modela biće netačni iako je sam model logički ispravan. Ograničenost se može javiti i ukoliko matematički model ne daje rezultate, odnosno ukoliko se ne može rešiti sistem jednačina u matematičkom modelu. Ponekad zbog poteškoća u rešavanju osnovne jednačine, poželjno je da model bude opisan linearnom jednačinom ili da ga je moguće jednostavnom transformacijom prevesti u linearni model.

1.4 Podaci

Istraživanja u ekonomiji se najčešće oslanjaju na raspoložive podatke koji se dobijaju iz različitih izvora. Za potrebe istraživanja ovog master rada korišćene su sledeće baze podataka: *Republički zavod za statistiku Republike Srbije, Eurostat, The World Bank, The United Nations Education, Scientific and Cultural Organization (UNESCO)*. Zbog

GLAVA 1. UVOD

dostupnosti velikog broja različitih pokazatelja, one predstavljaju primarni izvor podataka u ovom istraživanju.

Sa stanovišta vremenske dimenzije, podatke možemo svrstati u tri grupe:

1. **Podaci vremenskih serija** se odnose na uzastopne vremenske jedinice jednakih razmaka. Prate jednu ili više promenljivih kroz vreme;
2. **Podaci uporednih preseka** se odnose na vrednost jedne ili više promenljivih za nekoliko jedinica preseka (kompanija, država, fakultet i sl.) u istom vremenskom momentu;
3. **Panel podaci** predstavljaju kombinovani tip podataka prethodne dve grupe, kod kojih se ista jedinica preseka posmatra tokom određenog vremenskog perioda.
[6]

Statistička disciplina koja je postala veoma aktuelna u poslednjih nekoliko decenija je analiza vremenskih serija. Vremenska serija predstavlja hronološki uređeni niz opservacija pojave koja se prati, pri čemu se uređivanje vrši u jednakim vremenskim intervalima. Cilj korišćenja modela analize vremenskih serija je opisivanje pojave koja se izvučava, po mogućnosti objašnjavanje kako i zašto je do nje došlo, predviđanje njenog kretanja u budućnosti, kao i manipulacijom promenljivih koji utiču na posmatranu pojavu, istu držati pod kontrolom. Jedna od mogućnosti klasifikovanja vremenskih serija je podela na prekidne i neprekidne. Prekidna je ona serija kod koje opservacije beležimo u istim vremenskim intervalima (dnevno, mesečno, kvartalno, godišnje). Kod neprekidne vremenske serije opservacije se mogu registrovati u bilo kom vremenskom trenutku. Do prekidne vremenske serije možemo doći i na osnovu neprekidne, tako što ćemo mereњe (beleženje) posmatrane pojave vršiti u tačno određenim vremenskim intervalima. [7]

S obzirom da panel podaci imaju i vremenu i prostornu dimenziju, rezultati analiza su postali precizniji i kvalitetniji, što je uticalo na veliku primenu ove ekonometrijske tehnike. Prema kriterijumu raspoloživosti podataka, razlikujemo balansirane i nebalansirane panel podatke, [6]. Ako za svaku jedinicu posmatranja u svakom trenutku, za sve promenljive su dostupni podaci, reč je o balansiranim panel podacima. Dok nasuprot tome, nebalansirani podaci su oni kod kojih za bilo koju jedinicu posmatranja

GLAVA 1. UVOD

nedostaje jedan ili više podataka za neku promenljivu tokom određenog vremenskog perioda. U praksi su nebalansirani paneli češći, zbog nepostojanja informacija za sve jedinice posmatranja.

Upotreboom panel podataka povećava se veličina uzorka, u opštem slučaju ako imamo n subjekata i T vremenskih perioda, broj opservacija iznosi $n \times T$. Takođe oni omogućavaju poređenje iste jedinice posmatranja u različitim vremenskim trenucima, kao i poređenje različitih jedinica posmatranja u istoj vremenskoj tački. Kod vremenskih serija često se nailazi na problem multikolinearnosti, međutim uvođenje prostorne dimenzije utiče na dodatnu varijabilnost podataka, pa se upotreboom panel podataka rizik od multikolinearnosti smanjuje. Iako su prisutne mnogobrojne prednosti panel podataka, prilikom formiranja baze za analizu mogu da se javе poteškoće. Neka od ograničenja su veliki troškovi sakupljanja, kratka dimenzija vremenske serije, kao i nedostupnosti podataka za sve jedinice posmatranja što može da prouzrokuje isključivanje promenljive koja ima veliki značaj u analizi. Takođe je važno da su dostupni podaci uporedivi, odnosno da su posmatrani isti vremenski periodi za različite jedinice posmatranja.

Jednu od mnogobrojnih studija koja koristi panel podatke u analizi odnosa ekonomskog rasta i ljudskog kapitala sproveli su A. Ada i H. Acaroglu (2014), [8]. Posmatrali su vremenski period između 1990. i 2011. godine, pri čemu su podaci izraženi kao godišnje frekvencije. Dok su jedinice preseka petnaest zemalja Bliskog Istoka i Severne Afrike za koje su podaci bili dostupni. U ovom istraživanju ljudski kapital se posmatra kroz dve komponentne: zdravstvo i obrazovanje. Promenljive koje se odnose na zdravstvo su očekivani životni vek, stopa plodnosti, izdaci za javno zdravlje, dok su stopa završetka osnovne škole, javni izdaci za obrazovanje i odnos nastavnik - učenik promenljive koje predstavljaju obrazovanje. Analiza zdravstvene promenljive za ljudski kapital otkriva da su očekivani životni vek pri rođenju i stopa plodnosti statistički značajni za ekonomski rast. Analiza obrazovne promenljive ukazuje da bi poboljšanje kvaliteta obrazovanja, povećalo BDP po glavi stanovnika i rast bi bio efikasniji.

Glava 2

Ljudski kapital

U ekonomiji se pod kapitalom podrazumevaju sva sredstva koja su potreba za proizvodnju robe i usluge. Kapital, u tom smislu se odnosi na opremu, zemljište, zgradu, novčana sredstva i ljude – ljudski kapital. U širem smislu, ljudski kapital je mnogo više od samog fizičkog rada ljudi. Odnosi se i na nematerijalne kvalitete, kao što su iskustvo, kreativnost, moralni karakter, veština.

Koncept o ljudskom kapitalu razvijen je šezdesetih godina 20. veka analiziranjem troškova obrazovanja kao obrazovnih investicija, u kojem je američki ekonomista nobelovac Theodore W. Schultz zastupao ideju u kojoj obrazovanje treba tretirati kao proizvodnu investiciju, a ne kao potrošnju, jer je obrazovanje akumulacija kapitala pa se pojavljuje kao alternativna investicija u odnosu na ulaganja u materijalne proizvodne faktore. Istakao je ono što mnogi ekonomisti nisu naglasili, a to je da ljudi investiraju u same sebe i da su te investicije veoma velike. [9]

Koristi se nekoliko definicija ljudskog kapitala u ekonomskoj i obrazovnoj literaturi. Ljudski kapital je ekonomski izraz za znanje, veštine, kompetentnost i ostale atribute koje poseduju pojedinci, a koji su značajni prilikom obavljanja ekonomske aktivnosti. Ovi elementi ljudskog kapitala čine individualne osobine koje imaju trajni karakter. Ljudski kapital obuhvata znanje i veštine akumulirane u predškolskom obrazovanju, osnovnoj i srednjoj školi, fakultetu, različitim oblicima neformalnog obrazovanja i iskustvo stečeno tokom rada. Prema OECD-u ljudski kapital podrazumeva „znanja, veštine, sposobnosti i osobine otelotvorene u pojedincu, koje omogućavaju stvaranje ličnog, socijalnog i ekonomskog blagostanja“, [10]. *Oxford English Dictionary* pod

GLAVA 2. LJUDSKI KAPITAL

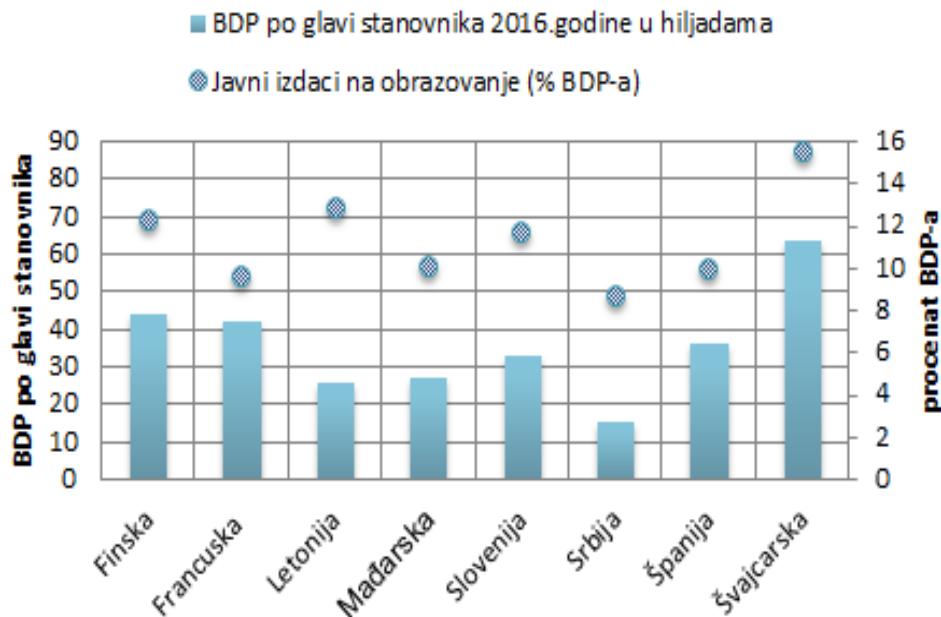
Ijudskim kapitalom podrazumeva „veštine koje poseduje radna snaga i koje se smatraju izvorom imovine“.

Uzimajući u obzir različite karakteristike radne snage (i kao pojedinca i kao ljudske zajednice), ljudski kapital ima najmanje dve komponente:

1. Individualna komponenta - predstavlja individualne karakteristike ljudi. One imaju uticaj na ekonomski tokove jer različiti ljudi imaju drugačije učinke u istoj situaciji:
 - intelektualni kapital (kolektivno znanje pojedinca u organizaciji ili društvu - znanja, mentalne sposobnosti, veštine i kompetencije stečene učenjem);
 - emocionalni kapital (emocionalna inteligencija);
 - moralni ili etički kapital (vrednovanje ideje pravde i poštovanja);
 - socijalni kapital (poverenje zajednice stečeno kroz godine);
 - zdravstveni kapital (resurs radne sposobnosti i potencijala na kome se zasniva bilo kakav učinak);
 - estetski kapital (resurs lepote, koji poboljšava socijalni i emocionalni kapital);
 - kapital ljubavi - altruizma (psihološki resurs oplemenjenja ljudskih odnosa putem poverenja, ljubavi i altruistične brige koja omogućava i drugima da iskažu svoj talent);
2. Socijalna (kolektivna) komponenta ljudskog kapitala - predstavlja eksterni uticaj na efikasnost ljudskog kapitala. Potiče od sistema u kome ljudi žive.
 - kulturološki nacionalni kapital (mentalitet koji je karakteristični za određeni prostor-regiju u kojoj ljudi žive);
 - kapital organizacijske klime i kulture (izведен iz organizacijskih vrednosti koje su karakteristične za pojedinu organizaciju - praćenje, biranje, zadržavanje, motivisanje, profesionalni razvoj);
 - kapital socijalnog sklada (proizilazi iz jedinstvenosti i složenosti radne grupe u nastojanju ostvarivanja cilja). [11]

2.1 Uloga i značaj ljudskog kapitala na ekonomski rast

Glavni zadatak teorije rasta jeste da objasni razlike u životnom standardu u različitim zemljama kroz vreme. Ekonomski rast se meri kao promena bruto domaćeg proizvoda i način da se on analizira vezan je za funkciju proizvodnje koja zavisi od rada, fizičkog i ljudskog kapitala. Ljudski kapital pospešuje ekonomski rast na dva načina. Prvi je da u proizvodnji ljudski kapital učestvuje kao proizvodni faktor, pa njegova akumulacija utiče na rast proizvodnje. Drugi način delovanja je da doprinosi tehničkom napredku (inovacije), pa dolazi do povećanja produktivnosti, [12]. Međutim, ako je jedna zemlja naprednija u tehnološkim inovacijama, neka druga zemlja ukoliko poseduje dovoljno ljudskog kapitala može da je dostigne.



Slika 2.1: Pregled javnih izdataka za obrazovanje nekih zemalja Evrope 2016. godine (izvor: *The World Bank*)

Najrazvijene zemlje su one koje imaju veliko učešće izdataka na obrazovanje u strukturi BDP-a, jer to ukazuje na posvećenost države razvoju veština i kompetencija njenih

GLAVA 2. LJUDSKI KAPITAL

stanovnika (slika 2.1). Od posmatranih zemalja u 2016. godini Švajcarska ima najveći BDP po glavi stanovnika koji iznosi 64323.92 \$. Zemlje sa velikim BDP po glavi stanovnika izdvajaju najviše novčanih sredstava za obrazovanje, jer više vrednuju ljudske sposobnosti koje mašine nisu u stanju da obavljaju. U Srbiji je 2016. godine bruto domaći proizvod po glavi stanovnika iznosio 15615.23 \$, dok se za obrazovanje izdvojilo 8.7 %.

Dve važne komponente rasta i razvoja su obrazovanje i zdravstvo. Zdravlje je osnov dobrobiti, a obrazovanje ima ključnu ulogu u mogućnosti zemlje da apsorbuje modernu tehnologiju i da razvije kapacitet za samoodrživi rast i razvoj. Zdravlje je preduslov za povećanje produktivnosti, dok se uspešno obrazovanje oslanja na odgovarajuće zdravstvo. Kvalitetno poboljšanje ljudskog kapitala je uslovljeno nizom obrazovnih akcija - izgradnjom školi, uvođenjem obaveznog školovanja, poboljšanje obrazovnih institucija, povećanje broja akademski obrazovanih građana. Uticaj obrazovanja na održivi razvoj se izražava kroz ekonomski, socijalni i ekološki aspekt. Na ekonomski aspekt održivog razvoja obrazovanje utiče na podsticanje ekonomskog rasta, povećanje produktivnosti, mobilnosti i kreativnosti radne snage. Obrazovanje utiče na socijalni aspekt kroz unapređivanje zdravlja ljudi, smanjenje siromaštva i nejednakosti, povećanje šansi za zapošljavanje i veću zaradu. Kanali preko kojih obrazovanje deluje na ekološki aspekt su: razvoj svesti o klimatskim promenama i ublažavanju njihovih nepovoljnih efekata, sticanje znanja i sposobnosti o racionalnom korišćenju prirodnih resursa (posebno upotreba neobnovljivih izvora). [13]

U proizvodnom procesu ljudski kapital dopunjuje fizički kapital i predstavlja važan faktor dugoročnog rasta i tehnoloških inovacija. Fizički kapital se sa radom smanjuje, dok za razliku od njega ljudski kapital se dodatno stvara učenjem kroz rad, a kada se ne koristi gubi na vrednosti. Odnosno, obrazovanje predstavlja proces proizvodnje ljudskog kapitala, dok obuka (sticanje veština) uvećava njegovu vrednost. Preduzetništvo ima veliku ulogu u povezivanju fizičkog i ljudskog kapitala s tehnologijom. Svi faktori rasta su međusobno komplementarni, nedostatak bilo kog od njih može usporiti ekonomski rast. Ljudski kapital, tehnologija i preduzetništvo dominantni su u razvijenijim državama, a velika ulaganja u fizički kapital u nerazvijenim zemljama imaju efekat samo ako je zemlja bogata prirodnim resursima.

2.2 Merenje ljudskog kapitala

Ljudski kapital je nematerijalni, čija zaliha nije direktno uočljiva poput fizičkog kapitala. Zbog toga postoje različiti pristupi za njegovo procenjivanje i svaki od tih pristupa ima svoje prednosti i mane. Kvalitet radne snage je samo jedan od faktora koji određuje ekonomski rast. Države mogu imati slične nivoe obrazovanja, a istovremeno pokazivati velike varijacije u svom tempu rasta. Ljudski kapital je teško izmeriti, bilo koje pojedinačno merenje ne opisuje ga u celosti. Za potpuniji prikaz se mora kombinovati veliki broj različitih pokazatelja ali, čak i tada postoje ograničenja.

Kvalitetno merenje ljudskog kapitala ima ključni značaj za analize i istraživanja, na osnovu kojih će se kreirati mere za njegovo povećanje. Sa tim ciljem, Svetska banka je pokrenula projekat ljudskog kapitala – “program zastupanja, merenja i analitičkog rada kojim bi se podigla svest o značaju izgradnje ljudskog kapitala i omogućili zahtevi za donošenje odgovarajućih mera”, [14]. Kako bi se omogućila upoređivanja među različitim zemljama kreiran je Human Capital Index (indeks ljudskog kapitala) koji sadrzi tri komponente:

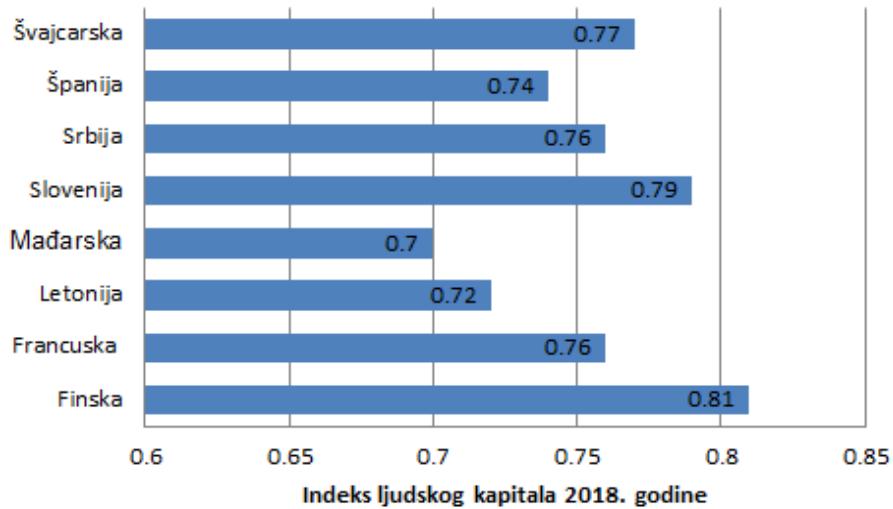
1. Pokazatelj da li će deca ostati u životu od rođenja do školskog uzrasta (5 godina života);
2. Pokazatelj očekivanih godina školovanja (objedinjuje podatke o kvantitetu i kvalitetu obrazovanja);
3. Pokazatelj kvaliteta zdravlja – stopa zaostajanja u rastu i stopa preživljavanja odraslih.

Indeks ljudskog kapitala prati put deteta od rođenja do odrasle osobe i njegove vrednosti se kreću između 0 i 1. Vrednost indeksa je 1 kada prosečan radnik ostvaruje pun zdravstveni i obrazovni potencijal. Rezultati ovog projekta objavljenog u oktobru 2018. godine sadrže informacije o 157 zemalja. Sa ovim indeksom je izražena količina ljudskog kapitala koju dete rođeno 2018. godine može da očekuje da će ostvariti kada navrši 18. godinu života.

Prema indeksu ljudskog kapitala koji za Srbiju u 2018. godini iznosi 0.76%, znači da dete rođeno te godine će sa 18 godina dostići 76% svog punog potencijala ako je imalo kompletno obrazovanje i dobro zdravlje (slika 2.2). Verovatnoća preživljavanja dece

GLAVA 2. LJUDSKI KAPITAL

do školskog uzrasta je 99%. Takođe se javlja razlika u indeksu za dečake i devojčice. Indeks ljudskog kapitala za devojčice iznosi 0.76%, dok je za dečake nesto niži 0.74%.



Slika 2.2: Prikaz indeksa ljudskog kapitala 2018. godine (*izvor: The World Bank*)

Tri glavna pristupa merenju ljudskog kapitala koja su obuhvaćena ovim radom su pristup zasnovan na obrazovanju (engl. education-based approach), troškovima (engl. cost-based approach) i prihodima (engl. income-based approach). [15]

2.2.1 Pristup zasnovan na obrazovanju

Za razliku od pristupa kojima se meri ljudski kapital na osnovu troškova i prihoda, obrazovni pristup se zasniva na indikatorima obrazovnih pokazatelja (stopa pismenosti, prosečne godine školovanja, rezultati testova, stopa upisa i ispisa). Ova metoda se bazira na ideji da su ovi pokazatelji usko vezani za ulaganje u obrazovanje i da je to ulaganje ključni elemenat u formiranju ljudskog kapitala.

Stopa pismenosti odraslih se definiše kao udeo stanovništva u dobi od 15 godina i više koji su u stanju da pročitaju i napišu jednostavnu izjavu o svom životu. To daje značajne informacije o obrazovnom statusu posmatrane zemlje. Ograničenje ovog pristupa je što iako pismenost predstavlja osnovnu komponentu ljudskog kapitala, ona

GLAVA 2. LJUDSKI KAPITAL

ne obuhvata računanje, logičko i analitičko razmišljanje i tehnološko znanje.

Stopa upisa u škole meri broj upisanih učenika na određeni nivo u odnosu na ukupan broj stanovnika sa istim godinama koji bi u skladu sa propisima trebali da pohađaju isti nivo školovanja. Razlikuje se neto i bruto stopa upisa. Bruto stopa upisa predstavlja ukupan broj upisanih učenika/studenata na određeni nivo, dok neto stopa upisa isključuje one koje ne pripadaju određenoj grupi ljudi prema starosnoj strukturi. Mana ovog pokazatelja je što stopa upisa obuhvata samo deo stalne akumulacije ljudskog kapitala i ona je pokazatelj za nivo obrazovanja u budućnosti a ne tekuće radne snage.

Jedno od najčešće korišćenih sredstava za merenje ljudskog kapitala je **vrsta obrazovne kvalifikacije** koje pojedinac poseduje ili **merenje dužine vremena** koje ljudi provedu u školi, [10]. Ovakav pristup ima svoje prednosti jer većina zemalja vodi detaljne evidencije o školovanju. Međutim, mana je što ovi podaci ne pokazuju šta su učenici naučili jer postoji razlika između onoga što su učenici slušali u toku nastave i onoga što su zapravo naučili. Takođe, rad koji je potreban da bi se stekla diploma u jednom obrazovnom sistemu, ne mora biti isti sa radom u nekom drugom obrazovnom sistemu. Barro-Lee baza podataka pruža informacije o obrazovnim postignućima za 146 zemalja u petogodišnjim intervalima od 1950. do 2010. godine. Podaci raščlanjuju obrazovno postignuće ukupnog stanovništva i prema polu na sedam nivoa: bez obrazovanja, nepotpuno osnovno, završeno osnovno obrazovanje, završeno srednje obrazovanje, završeno visokoškolsko ne-tercijalno obrazovanje, nepotpuno tercijalno obrazovanje i završeno tercijalno obrazovanje. U skupu podataka takođe se nalaze i prosečne godine osnovnog, srednjeg i tercijalnog obrazovanja. [16]

Još jedna alternativa za merenje ljudskog kapitala je **testiranje onoga što ljudi znaju**, što je upravo i fokus PISA istraživanja. Agasistia i Zoidoc (2019), [17], su upotrebom podataka PISA testiranja 2012. godine analizirali efikasnost više od 6800 škola u 28 zemalja u razvoju. Došli su do rezultata koji pokazuju da je prosečna efikasnost škola oko 70%, što znači da se kvalitetnjom upotrebom raspoloživih resursa performanse mogu maksimizirati. Iako postoje razlike u rezultatima efikasnosti između zemalja, značajno veća razlika se javlja unutar same zemlje. Odnosno da bi se maksimizirao nivo postignuća svaka škola mora prilagoditi aktivnosti, strategije i prakse prema specifičnostima svojih učenika. Neki od faktora koji su u većini zemalja povezani sa efikasnošću su kvalitet raspoloživih resursa (ne samo kvantitet) i odnosi između

nastavnika i učenika.

Penn World Table (PWT) je baza podataka koja sadrži ključne makroekonomiske informacije za poređenje zemalja. Najnovija verzija PWT 9.1 pokriva 182 zemlje u periodu od 1950. godine do 2017, dok je indeks ljudskog kapitala prvi put objavljen u verziji 8.0, [18]. Izračunava se korišćenjem formule:

$$h = e^{\Psi s},$$

pri čemu je h - ljudski kapital, s - prosečan broj godina obrazovanja i Ψ linearna funkcija definisana na sledeći način:

$$\Psi(s) = \begin{cases} 0.134s, & s \leq 0 \\ 0.134 * 4 + 0.101(s - 4), & 4 < s \leq 8 \\ 0.134 * 4 + 0.101 * 4 + 0.68(s - 8), & s > 8 \end{cases}$$

2.2.2 Pristup zasnovan na troškovima

Vrlo čest pristup merenju ljudskog kapitala je metoda troškova proizvodnje koja potiče od Engela. On je procenio vrednost ljudskog kapitala na temelju troškova odgajanja koje plaćaju roditelji. Engel smatra da se osoba u potpunosti razvije do 26 godine, pa su troškovi odgajanja neke osobe jednaki zbiru troškova potrebnih za razvijanje i odrastanje osobe od začeća do 25 godina. Došao je do formule:

$$c_{xi} = c_{oi} + \sum_{j=1}^x (c_{oi} + jk_i c_i) = c_{oi} + xc_{oi} + \sum_{j=1}^x jk_i c_{oi} = c_{0i}(1 + x + k_i \frac{x(x+1)}{2})$$

uz prepostavku da su troškovi odgajanja osoba u dobi $x < 26$, koje pripadaju klasi $i = 1, 2, 3$ (niža, srednja, odnosno viša klasa): c_{oi} - troškovi rođenja, $c_{oi} + jk_i c_{oi}$ - troškovi odrastanja u j -toj godini $j = 1, 2 \dots x$, pri čemu se godišnji troškovi povećavaju aritmetičkom progresijom sa faktorom k_i . Ovaj parametar se ocenjuje na osnovu podataka, dok Engel u svom modelu procenjuje vrednost parametra $k_i = k = 0.1$. [19]

Ovaj pristup ima svoje nedostatke, jer predstavlja samo zbir troškova u prošlosti i ignorše vremensku vrednost novca, kao i socijalne troškove koji su uloženi u ljude.

Kendrick i Eisner su među prvima koristili sistemsko merenje zaliha ljudskog kapitala zasnovanom na principu troškova. Odvojili su ulaganja u dete na materijalna (troškovi

GLAVA 2. LJUDSKI KAPITAL

potrebni za fizičko odrastanje ljudskog bića) i nematerijalna (imaju za cilj poboljšavanje kvaliteta i produktivnosti). Nematerijalna komponenta uključuje izdatke za obrazovanje, usavršavanje, zdravlje, mobilnost, [20]. Ovaj pristup omogućava procenu sredstava uloženih u obrazovanje i druge sektore, što može da posluži za analizu korisnosti i troškova. Jedna od mana, je na primer što će ovaj pristup preceniti ljudski kapital za dete sa urođeno manjim sposobnostima čije je podizanje skuplje, dok će podceniti ljudski kapital nadarene dece koja stvaraju manje odgojne i obrazovne troškove.

2.2.3 Pristup zasnovan na prihodima

Pristup zasnovan na prihodu meri zalihu ljudskog kapitala uzimajući u obzir priliv buduće zarade koje su posledica investicija u ljudski kapital. Za razliku od pristupa zasnovanog na troškovima koji se bazira na inpute, ovaj pristup akcenat stavlja na output. S obzirom da se zasniva na prihodima svake osobe, ovaj pristup meri zalihu ljudskog kapitala po tržišnim cenama, pod pretpostavkom da su cene dobri pokazatelji vrednosti usluga ljudskog kapitala koje proizilaze iz interakcije ponude i tražnje. Jedan od nedostataka ovog pristupa je što se moraju praviti subjektivne procene o diskontnoj stopi i budućoj stopi rasta realnog dohotka kako bi se izračunao očekivani budući dohodak.

Glava 3

Cobb-Douglasova proizvodna funkcija

3.1 Proizvodna funkcija

Za obavljanje bilo kakve ekonomske aktivnosti neophodno je postojanje inputa, odnosno sirovina koji su potrebni za proizvodni proces. Prepostavimo da su sve sirovine neograničeno deljive. Na \mathbb{R}^n definišemo prostor za n fiksnih resursa:

$$SP = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) | x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n\}$$

gde je $x \in SP$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ uređen skup resursa. S obzirom da za korišćenje inputa postoje prirodna ograničenja, tehnološka i druga, uvodi se ograničenje za proizvodni prostor na konveksni podskup $D_p \subset SP$ koji nazivamo domen proizvodnje. [21]

Preduzeće koristi ulazne resurse (inpute) za proizvodnju proizvoda i usluga (autputi). Funkcija koja opisuje odnos između inputa (nezavisne promenljive) i autputa (zavisne promenljive) naziva se proizvodna funkcija. Važna primena proizvodne funkcije je u analizi efikasnog korišćenja inputa u proizvodnji. U ovom radu posmatramo slučaj proizvodnje jednog autputa, tj proizvodnje jednog proizvoda ili usluge.

Definicija 1. [21] Neka je $D \subset \mathbb{R}^n$ neprazan konveksan skup. Kažemo da je funkcija $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ kvazi-konkavna ako:

$$\forall x, y \in D \quad f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min\{f(x), f(y)\}, \quad \forall \lambda \in [0, 1]$$

i striktno kvazi-konkavna ako je:

$$\forall x, y \in D \quad f(\lambda x + (1 - \lambda)y) > \min\{f(x), f(y)\}, \quad \forall \lambda \in [0, 1]$$

Definicija 2. [21] Funkcija $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ je homogena stepena k ako:

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda^k f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Parcijalna elastičnost je mera promene funkcije f , kada se jedna od nezavisnih promenljivih promeni za 1%, [22]. Parcijalna elastičnost funkcije $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ po promenljivoj x_i je:

$$\epsilon_f^{x_i} = \frac{x_i}{f(x_1, \dots, x_n) \frac{\partial f}{\partial x_i}}$$

Definicija 3. [21] Funkcija P koja preslikava: $P : D_p \rightarrow \mathbb{R}_+$, $\forall (x_1, x_2, \dots, x_n) \in D_p$ $(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow P(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+$ i zadovoljava sledeće uslove:

1. $P(0, 0, \dots, 0) = 0$;
2. P je klase C^2 na D_p , tj postoje parcijalni izvodi drugog reda i neprekidni su na D_p ;
3. P je monotono rastuća po svakoj promenljivoj, tj $\frac{\partial P}{\partial x_i} \geq 0$, $i = 1, \dots, n$;
4. P je striktno kvazi-konkavna,

naziva se proizvodna funkcija.

Posmatrajmo proizvodnu funkciju $P : D_p \rightarrow \mathbb{R}$ i fiksirano $P_0 \in \mathbb{R}_+$. Skup svih mogućih kombinacija inputa koje daju isti nivo proizvodnje P_0 nazivamo **izokvanta**, tj

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in D_p \mid P(x_1, x_2, \dots, x_n) = P_0\}$$

Proizvodna funkcija $P(x)$ ima osobinu:

1. Konstantnog prinosa na obim ako važi: $P(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda P(x_1, x_2, \dots, x_n)$;
2. Rastućeg prinosa na obim ako važi: $P(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) > \lambda P(x_1, x_2, \dots, x_n)$;
3. Opadajućeg prinosa na obim ako važi: $P(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) < \lambda P(x_1, x_2, \dots, x_n)$;

za svako $\lambda \in [1, \infty)$ i za svako $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in D_p$.

3.2 Istorijat nastanka Cobb-Douglasove proizvodne funkcije

U ekonomiji i ekonometriji, Cobb-Douglasova funkcija je posebna forma proizvodne funkcije koja ima široku primenu. Koristi se za predstavljanje tehnološkog odnosa između dva ili više inputa (sirovine) i količine proizvodnje koju mogu da proizvedu ti inputi. Charles Cobb i Paul Douglas su 1928. godine objavili rad "Teorija proizvodnje" u kojem su predstavili model rasta američke ekonomije između 1899. i 1922. godine. Svojim pojednostavljenim pristupom definisali su funkciju proizvodnje čiju vrednost određuje odnos između određene količine rada i kapitala. Mnogi kritičari su bili skeptični jer se model zasniva na vrlo oskudnim podacima. Sa razvojem teorije ekonomskog rasta, 1950-tih godina, ova funkcija je dobila na svom značaju kao jedinstveni prikaz proizvodnog procesa. Iako postoje razni drugi parametri koji utiču na učinkovitost proizvodnje, ispostavilo se da je ovakav model ipak vrlo precisan. [23]

Funkcija proizvodnje koja se koristi za modeliranje proizvodnje sa dva inputa je oblika:

$$P(L, K) = aL^\alpha K^\beta$$

gde je:

- P - Vrednost svih dobara proizvedenih u jednoj godini;
- L - Ukupan broj radnih sati svih osoba koje su radile u jednoj godini;
- K - Vrednost uloženog kapitala;
- a - Parametar koji predstavlja tehnološki nivo proizvodnje;
- α, β - koeficijenti između 0 i 1.

Parametri α i β nazivaju se koeficijentima elastičnosti pri čemu α označava elastičnost proizvodnje s obzirom na rad, a β elastičnost proizvodnje s obzirom na kapital. Pokazuju meru promene u količini proizvedenih dobara koja nastaje usled promene količine uloženog rada, odnosno kapitala. Ako u proizvodnju uložimo 1% više rada, tada će se proizvodnja povećati za približno $\alpha\%$, analogno ako proizvodnju povećamo za 1% kapitala, tada dolazi do povećanja proizvodnje za približno $\beta\%$. Konstanta a je mera efikasnosti svih ulaganja u proces proizvodnje, tj. pokazuje koliko će se promeniti ukupna proizvodnja ako se uložena sredstva (rad i kapital) promene za određenu

količinu.

Cobb-Douglasova funkcija se najčešće koristi za slučaj $\beta = 1 - \alpha$, tj.

$$P(L, K) = aL^\alpha K^{1-\alpha}$$

Takvu funkciju zovemo strogom Cobb-Douglasovom funkcijom i ona ima svojstvo da ako se količina kapitala K i količina radnih sati L uvećaju m puta, onda će se i količina proizvodnje P uvećati m puta.

3.3 Uopštenje Cobb-Douglasove funkcije

Cobb-Douglasova funkcija u opštem slučaju (sa n inputa) se definiše:

$$P : D_p \subset \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad P(x_1, x_2, \dots, x_n) = ax_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n} \quad (3.1)$$

$$\forall (x_1, \dots, x_n) \in D_p, \quad \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}_+, \quad a \in \mathbb{R}_+$$

Primetimo da je Cobb-Douglasova proizvodna funkcija ustvari proizvod stepenih funkcija. S obzirom da su stepene funkcije elementarne funkcije i one su neprekidne na svom domenu, onda je i Cobb-Douglasova funkcija neprekidna na svom domenu.

Stroga Cobb-Douglasova funkcija sa n inputa se definiše:

$$P : D_p \subset \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad P(x_1, x_2, \dots, x_n) = ax_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$$

$$\forall (x_1, \dots, x_n) \in D_p, \quad \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}_+, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad a \in \mathbb{R}_+$$

Slično kao i kod slučaja Cobb-Douglasove funkcije sa dva inputa, parametri α_i , $i = 1..n$ se nazivaju koeficijenti elastičnosti proizvodnje u odnosu na troškove odgovarajućeg resursa. Pokazuju za koliko procenata će se proizvodnja povećati ako se troškovi odgovarajućeg resursa povećaju za jedan posto. U slučaju stroge Cobb-Douglasove funkcije proizvodnja se povećava srazmerno povećanju broja resursa. Ukoliko je zbir

GLAVA 3. COBB-DOUGLASOVA PROIZVODNA FUNKCIJA

koeficijenata veći ili manji od jedan to pokazuje da povećanje troškova dovodi do nesrazmerno velikog povećanja proizvodnje ili nesrazmernog smanjenja proizvodnje.

Cobb-Douglasova funkcija (3.1) ispunjava sve potrebne uslove da bi funkcija bila proizvodna (uslovi iz definicije 1.):

1. Bez ulaznih resursa nema ni proizvodnje, odnosno:

$$P(0, 0, \dots, 0) = a0^{\alpha_1}0^{\alpha_2}\dots0^{\alpha_n} = 0$$

2. Postoje parcijalni izvodi drugog reda funkcije P i neprekidni su na svom domenu:

$$\frac{\partial P}{\partial x_i} = a\alpha_i x_1^{\alpha_1} \dots x_i^{\alpha_i-1} \dots x_n^{\alpha_n} = \frac{\alpha_i P}{x_i} \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x_i^2} = \alpha_i(\alpha_i - 1)ax_1^{\alpha_1} \dots x_i^{\alpha_i-2} \dots x_n^{\alpha_n} = \frac{\alpha_i(\alpha_i - 1)P}{x_i^2} \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x_i \partial x_j} = \alpha_i \alpha_j ax_1^{\alpha_1} \dots x_i^{\alpha_i-1} \dots x_j^{\alpha_j-1} \dots x_n^{\alpha_n} = \frac{\alpha_i \alpha_j P}{x_i x_j} \quad \forall i \neq j \quad i, j = 1, \dots, n$$

3. Proizvodna funkcija je monotono rastuća po svakoj promenjivoj:

$$\frac{\partial P}{\partial x_i} = a\alpha_i x_1^{\alpha_1} \dots x_i^{\alpha_i-1} \dots x_n^{\alpha_n} = \frac{\alpha_i P}{x_i} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

4. Kvazi-konkavnost funkcije

Granična matrica Hesijana $H^B(\Lambda)$ je test drugog diferencijala koji se koristi u nekim ograničenim problemima optimizacije. Definisana je kao Hesijan Langrangeve funkcije $\Lambda(x, \lambda) = f(x) + \lambda(g(x) - c)$, pri čemu je $f(x)$ posmatrana funkcija i $g(x) = c$ uslov:

$$H^B(\Lambda) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial g}{\partial x_1} & \frac{\partial \Lambda}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \Lambda}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g}{\partial x_1} & \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial g}{\partial x_2} & \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g}{\partial x_n} & \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

Teorema 1. [21] Funkcija $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ gde je D konveksan skup, je kvazi-konkavna ako je $(-1)^k \Delta_k^B \geq 0, \forall k = 1, \dots, n$ pri čemu je Δ_k^B $k = 1, \dots, n$ glavna determinanta reda k granične matrice Hesijana $H^B(f)$.

$$\Delta_k^B = \begin{vmatrix} 0 & f'_{x_1} & f''_{x_2} & \cdots & f'_{x_k} \\ f'_{x_1} & f''_{x_1 x_1} & f''_{x_1 x_2} & \cdots & f''_{x_1 x_k} \\ f'_{x_2} & f''_{x_1 x_2} & f''_{x_2 x_2} & \cdots & f''_{x_2 x_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f'_{x_k} & f''_{x_1 x_k} & f''_{x_2 x_k} & \cdots & f''_{x_k x_k} \end{vmatrix}$$

Na osnovu parcijalnih izvoda prvog i drugog reda, formiramo graničnu matricu Hesijana:

$$H^B(P) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_1 P}{x_1} & \frac{\alpha_2 P}{x_2} & \cdots & \frac{\alpha_n P}{x_n} \\ \frac{\alpha_1 P}{x_1} & \frac{\alpha_1(\alpha_1-1)P}{x_1^2} & \frac{\alpha_1\alpha_2 P}{x_1 x_2} & \cdots & \frac{\alpha_1\alpha_n P}{x_1 x_n} \\ \frac{\alpha_2 P}{x_2} & \frac{\alpha_1\alpha_2 P}{x_1 x_2} & \frac{\alpha_2(\alpha_2-1)P}{x_2^2} & \cdots & \frac{\alpha_2\alpha_n P}{x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\alpha_n P}{x_n} & \frac{\alpha_1\alpha_n P}{x_1 x_n} & \frac{\alpha_2\alpha_n P}{x_2 x_n} & \cdots & \frac{\alpha_n(1-\alpha_n)P}{x_n^2} \end{bmatrix}$$

Tada je glavna determinanta reda k ove matrice:

$$\Delta_k^B = \begin{vmatrix} 0 & \frac{\alpha_1 P}{x_1} & \frac{\alpha_2 P}{x_2} & \cdots & \frac{\alpha_k P}{x_k} \\ \frac{\alpha_1 P}{x_1} & \frac{\alpha_1(\alpha_1-1)P}{x_1^2} & \frac{\alpha_1\alpha_2 P}{x_1 x_2} & \cdots & \frac{\alpha_1\alpha_k P}{x_1 x_k} \\ \frac{\alpha_2 P}{x_2} & \frac{\alpha_1\alpha_2 P}{x_1 x_2} & \frac{\alpha_2(\alpha_2-1)P}{x_2^2} & \cdots & \frac{\alpha_2\alpha_k P}{x_2 x_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\alpha_k P}{x_k} & \frac{\alpha_1\alpha_k P}{x_1 x_k} & \frac{\alpha_2\alpha_k P}{x_2 x_k} & \cdots & \frac{\alpha_k(1-\alpha_k)P}{x_k^2} \end{vmatrix}$$

$$= P \frac{\alpha_1 P}{x_1} \frac{\alpha_2 P}{x_2} \dots \frac{\alpha_k P}{x_k} \begin{vmatrix} 0 & \frac{\alpha_1}{x_1} & \frac{\alpha_2}{x_2} & \dots & \frac{\alpha_k}{x_k} \\ 1 & \frac{\alpha_1 - 1}{x_1} & \frac{\alpha_2}{x_2} & \dots & \frac{\alpha_k}{x_k} \\ 1 & \frac{\alpha_1}{x_1} & \frac{\alpha_2 - 1}{x_2} & \dots & \frac{\alpha_k}{x_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \frac{\alpha_1}{x_k} & \frac{\alpha_2}{x_2} & \dots & \frac{1 - \alpha_k}{x_k} \end{vmatrix}$$

Množenjem prve kolone odgovarajućim brojevima i dodavanjem svakoj od preostalih kolona dobija se:

$$\Delta_k^B = P^{k+1} \frac{\alpha_1 \cdots \alpha_k}{x_1 \cdots x_k} \begin{vmatrix} 0 & \frac{\alpha_1}{x_1} & \frac{\alpha_2}{x_2} & \dots & \frac{\alpha_k}{x_k} \\ 1 & -\frac{1}{x_1} & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{x_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -\frac{1}{x_k} \end{vmatrix}$$

Potom, množenjem odgovarajućim brojevima vrste $q = 2, \dots, k+1$ i dodavanjem prvoj dobijaju se nule iznad glavne dijagonale i iz toga sledi:

$$\Delta_k^B = (-1)^k P^{k+1} \frac{\prod_{i=1}^k \alpha_i \sum_{i=1}^k \alpha_i}{(\prod_{i=1}^k x_i)^2}, k = 1, \dots, n.$$

Kako je $(-1)^k \Delta_k^B = P^{k+1} \frac{\prod_{i=1}^k \alpha_i \sum_{i=1}^k \alpha_i}{(\prod_{i=1}^k x_i)^2}$, znamo da ako je:

- (a) $\prod_{i=1}^k \alpha_i \sum_{i=1}^k \alpha_i > 0, k = 1, \dots, n$ onda je funkcija striktno kvazi-konkavna;
- (b) $\prod_{i=1}^k \alpha_i \sum_{i=1}^k \alpha_i \geq 0, k = 1, \dots, n$ onda je funkcija kvazi-konkavna.

Iz trećeg uslova definicije 1 imamo da je $\frac{\partial P}{\partial x_i} = \frac{\alpha_i P}{x_i} \geq 0$, pa sledi da je $\alpha_i \geq 0$.

Dakle zaključujemo da ako važi $\alpha_i > 0 \quad i = 1, \dots, n$ onda je Cobb-Douglasova funkcija striktno kvazi-konkavna.

Cobb-Douglasova funkcija je pronašla veliku primenu u raznim modelima ekonomskog rasta. Njena prednost se ogleda u osobinama koje poseduje, kao i činjenice da se od specijalnog slučaja sa dva inputa ova funkcija može generalizovati na n ulaznih inputa. Logaritmovanjem funkcije (3.1) ona postaje linearna $\ln P = \ln a + \alpha_1 \ln x_1 + \dots + \alpha_n \ln x_n$, što olakšava primenu raznih matematičkih alata. Takođe je korisna u analizi stepena tehnološkog razvoja, koji se u velikoj meri odražava na obim proizvodnje. U poređenju dve zemlje, jedne sa visokim nivoom tehnološkog razvoja i drugu sa niskim, ova funkcija izražava razliku u produktivnosti proizvodnje tj. pokazuje koliko način proizvodnje ima uticaj na njen obim.

3.3.1 Homogenost

Pokazaćemo da je Cobb-Douglasova funkcija (3.1) homogena stepena $r = \sum_{i=1}^n \alpha_i$, tj:

$$P(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda^r P(x_1, \dots, x_n)$$

raspisivanjem se dobija:

$$P(\lambda x_1, \dots, \lambda x_n) = a(\lambda x_1)^{\alpha_1} (\lambda x_2)^{\alpha_2} \dots (\lambda x_n)^{\alpha_n} = \lambda^{\alpha_1 + \dots + \alpha_n} a x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n} = \lambda^r P(x_1, \dots, x_n)$$

S obzirom da važi $P(\lambda x_1, \dots, \lambda x_n) = \lambda^r P(x_1, \dots, x_n)$ zaključujemo da ukoliko je:

1. $r = \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$, Cobb-Douglasova funkcija ima osobinu konstantnog prinosa na obim;
2. $r = \sum_{i=1}^n \alpha_i > 1$, Cobb-Douglasova funkcija ima osobinu rastućeg prinosa na obim;
3. $r = \sum_{i=1}^n \alpha_i < 1$, Cobb-Douglasova funkcija ima osobinu opadajućeg prinosa na obim.

Gaus je uveo i definisao pojam "zakrivljenosti" kao osobinu površina od koje zavisi dužina najkraćeg rastojanja između dve tačke koje leže na toj površini. Ovo rastojanje Gaus je nazvao "geodezijska linija". U ravni sve geodezijske linije su prave i to je površina sa nultom zakrivljeniču, na sfernoj površini sve geodezijske linije su lukovi

velikih krugova koje imaju stalnu pozitivnu zakrivljenost, dok je zakrivljenost sedlaste površine negativna, [24]. Gausov pojam zakrivljenosti, pronašao je primenu i u analizi proizvodnih funkcija, gde veliku ulogu imaju izokvante. Uobičajeno je da se koriste projekcije proizvodnih funkcija na ravan, međutim s obzirom da je ovakav pristup ograničen G. Vilcu (2010) proučava geometrijsku interpretaciju uopštene Cobb-Douglasove funkcije primenom diferencijalne geometrije. Njen geometrijski prikaz je dat pomoću hiper-površi $f : \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}_+^{n+1}$ i $f(x_1, \dots, x_n) = (x_1, x_2, \dots, x_n, P(x_1, \dots, x_n))$ koju nazivamo Cobb-Douglasova hiper-površ. Utvrđeno je da generalizovana Cobb-Douglasova funkcija ima osobinu rastućeg prinosa na obim ako i samo ako hiper-površina ima pozitivnu Gausovu zakrivljenost, odnosno opadajućeg prinosa ako i samo ako ima negativnu Gausovu zakrivljenost. Dok u slučaju konstantnog prinosa na obim Gausova zakrivljenost nestaje. [25] Za više detalja na ovu temu, čitaoca upućujem na [25].

3.4 Ocenjivanje parametara

U modeliranju ekonomskog rasta pomoću Cobb-Douglasove multiplikativne funkcije često se uključuje vremenski trend t , kako bi se obuhvatili odgovarajući efekti. U tom slučaju opšti oblik proizvodne funkcije je:

$$Y_t = a X_{1t}^{\alpha_1} X_{2t}^{\alpha_2} \dots X_{nt}^{\alpha_n} e^{\epsilon_t} \quad t = 1, 2, \dots, m \quad (3.2)$$

pri čemu je ϵ_t greška - šum u trenutku t , koja sadrži sve promenljive koje utiču na Y ali nisu obuhvaćene ovim posmatranjem. Broj m ($t = 1, \dots, m$) predstavlja broj posmatranja (vremenskih perioda), pri čemu se pazi na pravilni vremenski redosled. Y_t označava vrednost zavisne promenljive Y u trenutku t , dok je X_{jt} vrednost nezavisne promenljive X_j , $j = 1, 2, \dots, n$ u trenutku t . S obzirom da je izračunavanje linearnih ocena parametra jednostavno, bez numeričkih problema i uvođenja dodatnih ograničenja, često se teži da se odgovarajućom transformacijom nelinearni model za ocenjivanje svede na linearни. Primenom logaritamske transformacije na jednačinu (3.2) dobijamo:

$$\ln Y_t = \ln a + \alpha_1 \ln X_{1t} + \alpha_2 \ln X_{2t} + \dots + \alpha_n \ln X_{nt} + \epsilon_t$$

odnosno:

$$Y_t^* = a^* + \alpha_1 X_{1t}^* + \alpha_2 X_{2t}^* + \dots + \alpha_n X_{nt}^* + \epsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, m \quad (3.3)$$

pri čemu je $a^* = \ln a$ i $X_{jt}^* = \ln X_{jt}$ za $j = 1, \dots, n$ i $t = 1, \dots, m$.

Jednačina (3.3) predstavlja linearni regresioni model koji koristi podatke vremenskih serija i odražava zavisnost između zavisne promenljive Y^* i n nezavisnih promenljivih. Parametri $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ modela predstavljaju elastičnost proizvodnje s obzirom na utroške i a^* odsečak. Prikazani sistem jednačina se može predstaviti u matričnom obliku:

$$Y = X\alpha + \epsilon \quad (3.4)$$

gde je u skladu sa notacijom:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1^* \\ Y_2^* \\ \vdots \\ Y_m^* \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11}^* & X_{21}^* & \dots & X_{n1}^* \\ 1 & X_{12}^* & X_{22}^* & \dots & X_{n2}^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1m}^* & X_{2m}^* & \dots & X_{nm}^* \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} a^* \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}, \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_m \end{bmatrix}$$

U ovom slučaju X je matrica dimenzije $m \times (n+1)$, svaka kolona u matrici označava jednu promenljivu, dok jedna vrsta sadrži vrednosti svih promenljivih u određenom vremenskom trenutku t . Greške $\{\epsilon_t, t = 1, \dots, m\}$ formiraju vremensku seriju za koju uvodimo dodatne pretpostavke koje su ključne u određivanju ocena parametara regresije i primeni vremenskih serija:

- Za svaki vremenski trenutak t , očekivana vrednost greške nije povezana sa nezavisnim promenljivama za sve vremenske periode, tj

$$E(\epsilon_t | \mathbf{X}) = 0 \quad t = 1, \dots, m$$

gde \mathbf{X} sadrži vrednosti svih n promenljivih u svih m vremenskih perioda;

- Ni jedna nezavisna promenljiva $X_j \quad j = 1, \dots, n$ nije konstantna niti je linearna kombinacija ostalih;
- Homoskedastičnost:

$$D(\epsilon_t | \mathbf{X}) = D(\epsilon_t) = \sigma^2, \quad t = 1, \dots, m$$

Ova pretpostavka znači da $D(\epsilon_t | \mathbf{X})$ ne sme da zavisi od \mathbf{X} , odnosno da su ϵ_t i \mathbf{X} nezavisni i da je disperzija greške konstantna sa vremenom;

- Odsustvo autokorelacijs:

$$\text{cov}(\epsilon_t, \epsilon_s | \mathbf{X}) = 0 \quad \forall t \neq s \quad t, s = 1, \dots, m$$

- Greške $\epsilon_t \quad t = 1, \dots, m$ imaju normalnu raspodelu i nezavisne su sa \mathbf{X} .

Određivanje parametara modela se vrši tako da on što bolje opiše vezu između zavisne i nezavisnih promenjivih. Jedna od metoda koja se koristi za ocenu parametara linearog regresionog modela je metod najmanjih kvadrata, čija je ideja da minimizira sumu kvadratnih odstupanja registrovanih vrednosti od njihove sredine, tj:

$$F = \min \sum_{t=1}^m (Y_t^* - (a^* + \alpha_1 X_{1t}^* + \alpha_2 X_{2t}^* + \dots + \alpha_n X_{nt}^*))^2 \quad (3.5)$$

Minimum sume se nalazi diferenciranjem sume po svakom koeficijentu $a^*, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ i izjednačavanjem sa 0. Odnosno svodi se na rešavanje sistema od $n+1$ jednačine:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial a^*} &= 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \alpha_j} &= 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Iz datog sistema normalnih jednačina dobijaju se ocene za nepoznate parametre $\hat{a}^*, \hat{\alpha}_1^*, \dots, \hat{\alpha}_n^*$. Jednačine posmatranog sistema se mogu predstaviti u matričnom zapisu:

$$X^T X \hat{\alpha} = X^T Y$$

pri čemu je:

$$X^T X = \begin{bmatrix} m & \sum_{t=1}^m X_{1t}^* & \dots & \sum_{t=1}^m X_{nt}^* \\ \sum_{t=1}^m X_{1t}^* & \sum_{t=1}^m (X_{1t}^*)^2 & \dots & \sum_{t=1}^m X_{1t}^* X_{nt}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{t=1}^m X_{nt}^* & \sum_{t=1}^m X_{nt}^* X_{1t}^* & \dots & \sum_{t=1}^m (X_{nt}^*)^2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\hat{\alpha} = \begin{bmatrix} \hat{a}^* \\ \widehat{\alpha_1}^* \\ \vdots \\ \widehat{\alpha_n}^* \end{bmatrix} \quad X^T Y = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^m Y_t^* \\ \sum_{t=1}^m X_{1t}^* Y_t^* \\ \vdots \\ \sum_{i=t}^m X_{nt}^* Y_t^* \end{bmatrix}$$

Rešavanjem matrične jednačine, dobija se rešenje za vektor ocena:

$$\hat{\alpha} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3.7)$$

Ako su ispunjene navedene prepostavke, metod najmanjih kvadrata daje najbolje, linearne nepristrasne ocenjivače. Ocene parametara σ i disperzije $\widehat{\sigma_j}$ su:

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSR}{m - n - 1}$$

$$D(\widehat{\alpha_j} | \mathbf{X}) = \frac{\sigma^2}{SST_j(1 - R_j^2)}, \quad j = 1, ..n$$

U prikazanim formulama SST_j je totalna suma odstupanja¹ X_{jt} i R_j^2 je koeficijenat determinacije modela u kome je j -ta nezavisna promenljiva prikazana preko preostalih nezavisnih promenljivih linearnom regresijom. SSR predstavlja sumu odstupanja ocenjenih vrednosti zavisne promenljive Y od njene srednje vrednosti.

¹SST je suma odstupanja pojedinačnih vrednosti zavisne promenljive iz uzorka od njene srednje vrednosti.

Glava 4

Modeli ekonomskog rasta

Modeliranje i analiza ekonomskog rasta kako bi se došlo do zaključaka koji će omogućiti donošenje odluka i politika u cilju postizanja većeg blagostanja u društvu je u fokusu velikog broja istraživača dugi niz godina. Kao ilustraciju navodimo podatke sa ScienceDirect (<https://www.sciencedirect.com/>) kao jednom od vodećih svetskih izvora za naučna, tehnička i medicinska istraživanja. Broj naučnih članaka ili poglavljia u knjizi koji u naslovu, apstraktu ili ključnim rečima sadrže "economic growth" i "model" iznosi 9629, dok u periodu poslednjih deset godina, 2010-2020, taj broj iznosi 6431. Kada među tim radovima potražimo one u kojima se pojavljuje "Cobb-Douglas" dobijamo da je takvih ukupno 1166, a u poslednjih deset godina 668 radova. Nastavljajući postupak pretraživanja ubacivanjem reči "education" pronalazimo da je samo u publikacijama ovog izdavača dostupno 430 radova, od kojih je 245 u poslednjoj dečiniji. Navedeni brojevi pokazuju aktuelnost teme razmatrane u ovom radu. U nastavku je dat prikaz modela ekonomskog rasta koji su publikovani u tri izabrana rada.

Prvi model opisuje ekonomski rast za jednu državu (Tajvan) i koristi podatke vremenskih serija za period od 36 godina. Drugi model opisuje ekonomski rast koristeći panel podatke za 14 zemalja za period od 44 godine. U trećem modelu prikazan je uticaj obavezognog obrazovanja na ekonomski rast i njegovu konvergenciju na osnovu panel podataka za 15 evropskih zemalja za period od 50 godina.

4.1 Model 1

T. Lin je 2003. godine, [27], ispitivao uticaj obrazovanja i ulogu tehničkog napretka na ekonomski rast Tajvana u periodu od 1965. do 2000. godine. Glavna osobina

GLAVA 4. MODELI EKONOMSKOG RASTA

njegovog rada je posmatranje ljudskog kapitala kao dodatnog inputa u proizvodnoj funkciji.

Model koji je razvio koristi zaključke brojnih ranijih empirijskih studija istraživanja koje su razmatrale efekte obrazovanja na rast, kao što su Armer i Liu (1993), Lau, Jamison, Liu i Rivkin (1993) i drugi. Armer i Liu su u svom modelu kao zamenu za ljudski kapital koristili broj ljudi u populaciji koji su završili različite nivoje školovanja. Koristili su godišnje podatke o Tajvanu u periodu od 1953-1985. i otkrili su da osnovno i srednje obrazovanje imaju jake i pozitivne efekte na ekonomski rast, [28]. Lau, Jamison, Liu i Rivkin su za procenu ljudskog kapitala uzimali prosečan broj godina formalnog obrazovanja po osobi u radnoj snazi. Njihovi rezultati ukazuju na to da prosečno obrazovanje ima veliki, pozitivan i statistički značajan efekat na autput. [29]

Tajvan je mnogo radio na prevazilaženju veoma loših ekonomskih uslova, prenasećenosti, malog domaćeg tržišta i oskudnih resursa. Ekonomski razvoj se oslanjao na brojne vladine politike, posebno na akumulaciju ljudskog kapitala u radnoj snazi. Strana ulaganja i američka pomoć odigrali su važnu ulogu u ekonomiji ove zemlje uvođenjem moderne tehnologije. Fokus je promenjen sa proizvodnje potrošnih dobara lake industrije na tešku industriju i tehnološki intezivne proizvode. Ljudski kapital se poboljšao od šezdesetih godina. Populacija radnika 1964. godine sa višom stručnog spremom je bila samo 3%, dok najveći deo populacije čine ljudi koji su završili samo osnovnu školu. Međutim, populacija radnika sa višom srednjom školom i visokom školom stalno raste tokom vremena. Do 2000. godine, više od 60% radnika je imalo najmanje višu srednju školu.

4.1.1 Prikaz matematičkog modela

U ovom modelu se primenjuje opšti oblik strukturne funkcije zarade za meru ljudskog kapitala i koristi se transcedentalna proizvodna funkcija, koji su objašnjeni u nastavku. Ekonomski autput se modelira kao funkcija inputa rada, kapitala i mere obrazovnog fonda pomoću multiplikativne Cobb-Douglasove proizvodne funkcije. Vremenski trend je uveden kako bi se obuhvatio efekat tehnološkog napretka. Proizvodna funkcija je izražena kao:

GLAVA 4. MODELI EKONOMSKOG RASTA

$$Y_t = AK_t^\alpha L_t^\beta H_t^\gamma \quad (4.1)$$

gde je:

- Y -realan output;
- K -fizički kapital;
- L -rad;
- H -kvalitet ljudskog kapitala;
- A -egzogeno znanje i tehnološki faktor;
- α - udeo fizičkog kapitala;
- β - udeo rada;
- γ - udeo ljudskog kapitala;
- t - vremenski trend.

Pretpostavke ovog modela su:

1. Pojedinci ulažu u obrazovanje na početku svog života, a onda rade dok se ne povuku ili umru;
2. Zarada osobe zavisi od njenog ljudskog kapitala, odnosno funkcije školovanja;
3. Jedini trošak školovanja je propuštena zarada.

Zarada pojedinca koji više ne ide u školu je:

$$I = wH(E) \quad (4.2)$$

gde je w plata po jedinici ljudskog kapitala, a $H(\cdot)$ je kvalitet ljudskog kapitala koji je iskazan kao funkcija od E , gde E predstavlja obrazovni fond, koji se meri kao prosečan broj godina formalnog obrazovanja po osobi zaposlenog lica (detaljnije u 4.1.2). Procenjeni oblik funkcije strukturalnih zarada, [30], je:

$$\ln I = f(E) + const. \quad (4.3)$$

Jednačine (4.2) i (4.3) impliciraju da je ljudski kapital

$$H = e^{f(E)} \quad (4.4)$$

pri čemu const. iz jednačine (4.3) odgovara $\ln w$. Standardne pretpostavke o funkciji $f(E)$ su $f_E > 0$ i $f_{EE} \leq 0$, [30], ali zbog pojednostavljenja modela uvodi se pretpostavka $f(E_t) = E_t$.

Proizvodnu funkciju (4.1) možemo izraziti na sledeći način:

$$Y_t = AK_t^\alpha L_t^\beta e^{\gamma E_t} \quad (4.5)$$

Ova jednačina je poznata kao transcendentalna proizvodna funkcija, odnosno generalizacija Cobb-Douglasove proizvodne funkcije. Logaritmovanjem sa obe strane jednačine (4.5) dobija se linearna proizvodna funkcija:

$$\ln Y_t = \ln A + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + \gamma E_t \quad (4.6)$$

4.1.2 Podaci

Podaci koji su potrebni za primenu predstavljenog modela su:

- Ekonomski autput (Y) se definiše kao bruto domaći proizvod ili vrednost svih finalnih dobara i usluga proizvedenih u domaćoj privredi;
- Fizički kapital;
- Sirov unos rada se meri kao broj radno aktivnog stanovištva. Na osnovu definicije *Statistical Yearbook of the Republic China* zaposlene osobe su sve one osobe koje su u referentnoj nedelji bile starosti 15 ili više godina, koje su radila za platu ili koje su radile neplaćeno 15 sati (ili više) u ustanovi kojom upravljaju članovi porodice. Ova promenljiva ne podrazumeva nezaposlene osobe. Nezaposleno stanovištvo obuhvata sve osobe koje su tokom referentne nedelje imale 15 godina i više, koje ispunjavaju neki od sledećih uslova: bez posla, dostupne za rad, traže posao (ili čekaju rezultate). Takođe nezaposleno stanovištvo obuhvata i osobe koje čekaju da budu pozvane ili započnu novi posao, ali još ne rade;

GLAVA 4. MODELI EKONOMSKOG RASTA

- Obrazovni fond (E) se meri kao prosečan broj godina formalnog obrazovanja po osobi zaposlenog lica. Prosečan broj godina formalnog obrazovanja po osobi se izračunava na sledeći način:

$$E = \frac{6a + 9b + 12c + 16d}{\text{broj zaposlenih ljudi}}$$

pri čemu se a odnosi na broj zaposlenih osoba koje su završile samo osnovnu školu, b predstavlja broj zaposlenih osoba koje su završile srednju školu ali ne i više od toga, c se odnosi na zaposlene osobe koje su završile višu srednju školu, dok d je broj zaposlenih osoba koje imaju visoko obrazovanje. Obrazovanje se sastoji od šest godina osnovne škole, tri godine srednje škole, tri godine više srednje škole i četiri godine fakulteta;

- Vreme (t) je promenljiva koje se meri u odnosu na godišnju hronologiju gde je 1964. prva godina, a trideset sedma godina je po redu 2000.

4.1.3 Rezultati

Kako je većina ekonomskih vremenskih serija nestacionarna jer obično imaju linearni ili eksponencijalni vremenski trend, što je slučaj i za vremenske serije podataka korišćenih za procenu koeficijenata modela (4.6), bilo je neophodno eleminisati nestacionarnost što je dovelo do sledećeg ekonometrijskog modela:

$$\ln Y_t - \ln Y_{t-1} = C_0 + a_k(\ln K_t - \ln K_{t-1}) + a_L(\ln L_t - \ln L_{t-1}) + a_e(E_t - E_{t-1}) + \varepsilon_t.$$

U prethodnom modelu primenom operacije diferenciranje, otklonjena je nestacionarnost. Na ovaj način smo dobili model koji procenjuje promenu proizvodnje, tačnije logaritam količnika Y_t/Y_{t-1} , i gde šum ε_t zadovoljava sve klasične pretpostavke. Pretpostavlja se da su razlike između fizičkog kapitala, radne snage i ljudskog kapitala nezavisne promenljive i nisu povezane sa stohastičkim uslovima poremećaja. Drugačiji zapis prethodnog modela je:

$$\Delta \ln Y_t = C_0 + a_K \Delta \ln K_t + a_L \Delta \ln L_t + a_E \Delta E_t + \epsilon_t \quad (4.7)$$

Za ispitivanje stacionarnosti korišćen je The Dickey-Fuller test, [31], dok je za ispitivanje kointegriranosti dve ili više promenljivih korišćen Cointegrating Regression Durbin-Watson test, [32] koji je pokazao da kointegracija ne postoji u ovom modelu.

Dobijene ocene parametara modela (4.7) na osnovu posmatranog perioda od 37 godina pokazuju da prosečno obrazovanje ima pozitivan i značajan uticaj na rast proizvodnje. Procenjuje se da bi jedna dodatna godina prosečnog obrazovanja mogla povećati proizvodnju za približno 0.15%. Nivo faktora R^2 objašnjava 43% nezavisne promenljive. S obzirom da je Durbin-Watson statistika, [31], 1.5 na nivou značajnosti 5%, ovaj test nije pouzdan. Zbog toga se koristi test Lagrange Multiplier, [31], prema kome ne postoji autokorelacija.

Zbog pozitivnih i značajnih efekata obrazovanja i tehničkog napretka na rast, moguće je da se kapital i obrazovanje nadopunjaju, kao i da postoje veze između obrazovanja i tehničkog napretka. Jer veća ulaganja u fizički kapital zahtevaju više obrazovanih radnika koji će da koriste nove tehnologije, dok veća stopa tehničkog napretka podrazumeva viši nivo prosečnog obrazovanja.

4.2 Model 2

U ovom delu prikazan je model koji su razvili B. Lenkei, G. Mustafa i M. Vecchi u [18]. Autori su proučavali odnos između ljudskog kapitala i ekonomskog rasta, obuhvatajući kratkoročne i dugoročne efekte akumulacije ljudskog kapitala. Empirijska analiza se zasniva na 14 azijskih zemalja (Bangladeš, Kina, Hong Kong, Indija, Indonezija, Malezija, Nepal, Pakistan, Filipini, Koreja, Singapur, Šri Lanka, Tajvan, Tajland) u periodu od 1960. godine do 2013. godine. Ove zemlje su pružile povoljno okruženje za procenu ljudskog kapitala, zbog povećanog investiranja u obrazovanje. Velika ulaganja u osnovno i srednje obrazovanje je značajno smanjilo procenat neškolovanog stanovništva.

4.2.1 Prikaz matematičkog modela

Formiranje modela se zasniva na tradicionalnom pristupu odnosa ljudskog kapitala i rasta, koje je definisao Solow (1956):

$$Y_{it} = A_{it} F_i(L_{it}, K_{it}, H_{it}) \quad (4.8)$$

pri čemu A_{it} predstavlja Multi Factor Productivity (MFP), dok su oznake za fizički kapital, kvalitet ljudskog rada i sirov unos rada (ukupan broj radnika) iste kao i u modelu (4.1). Brojač $i = 1, 2, \dots, 14$ odnosi se na posmatranu zemlju, dok su godine (vremenski

GLAVA 4. MODELI EKONOMSKOG RASTA

trend) predstavljene sa : $t = 1960, 1961, \dots, 2013$, [33]. Primetimo da je i model (4.1) dat kod *modela 1* kao specijalni slučaj Solow-og modela.

Pretpostavljajući da je proizvodna funkcija Cobb-Douglasova sa konstantnim prinosom na obim data sa:

$$F_i(L_{it}, K_{it}, H_{it}) = a_{it} K_{it}^{\beta_1} H_{it}^{\beta_2} L_{it}^{1-\beta_1-\beta_2}$$

jednačina (4.8) postaje:

$$y_{it} = a_{it} k_{it}^{\beta_1} h_{it}^{\beta_2} \quad y_{it} = \frac{Y_{it}}{L_{it}}, \quad k_{it} = \frac{K_{it}}{L_{it}}, \quad h_{it} = \frac{H_{it}}{L_{it}} \quad (4.9)$$

i ona pokazuje prosečnu produktivnost proizvodnje kao funkciju fizičkog i ljudskog kapitala po radniku.

Korišćenjem logaritamske transformacije i diferenciranja jednačina (4.9) se može predstaviti na sledeći način:

$$\Delta \ln y_{it} = \Delta a_{it} + \beta_1 \Delta \ln k_{it} + \beta_2 \Delta \ln h_{it} + \epsilon_{it} \quad (4.10)$$

pretpostavljajući da greška ϵ_{it} ima normalnu raspodelu sa očekivanjem 0 i homoske-dastičnom varijansom. Ovaj model je široko korišćen i često predviđa negativnu ili beznačajnu ulogu obrazovanja [18]. Moguće objašnjenje za takve rezultate je da ovaj model ne opisuje dobro odnos ekonomskog rasta i ljudskog kapitala kada se primenjuje za veliki broj heterogenih zemalja.

Sunde i Vascher 2015. godine proširuju postojeći model uključivajući rast ($\Delta \ln h_{it}$) i nivoе ($\Delta \ln h_{i,t-1}$) ljudskog kapitala na sledeći način:

$$\Delta \ln y_{it} = a + \beta_1 \Delta \ln k_{it} + \beta_2 \Delta \ln h_{it} + \gamma \ln h_{i,t-1} + \lambda \ln y_{i,t-1} + \epsilon_{it} \quad (4.11)$$

Rezultati njihove analize koja uključuje uzorak od oko 90 zemalja potvrđuje postojanje pozitivnog i statistički značajnog uticaja ljudskog kapitala kao faktora proizvodnje i kao sredstvo za lakše širenje i usvajanje nove tehnologije. [34]

Predstavljeni modeli su podsticaj za korišćenje autoregresivnog modela s ciljem što boljeg razumevanja odnosa ljudskog kapitala i ekonomskog rasta:

$$\ln y_{it} = \mu_{it} + \delta_{10i} \ln k_{it} + \delta_{11i} \ln k_{i,t-1} + \gamma_{10i} \ln h_{it} + \gamma_{11i} \ln h_{i,t-1} + \lambda \ln y_{i,t-1} + \epsilon_{it}$$

GLAVA 4. MODELI EKONOMSKOG RASTA

koji objašnjava prosečnu promenu proizvodnje po radniku korišćenjem trenutnih i lago-vanih vrednosti ($t - 1$), sa zaostakom od jedne godine svih nezavisnih promenljivih kao i vrednosti zavisne promenljive. Grupisanjem promenljivih u trenutku $t - 1$ prethodni model možemo zapisati u obliku:

$$\Delta \ln y_{it} = \phi_i (\ln y_{it} - \theta_{0i} - \theta_{1i} \ln k_{i,t-1} - \theta_{2i} \ln h_{i,t-1}) + \delta_{10i} \Delta \ln k_{it} + \delta_{20i} \Delta \ln h_{it} + \epsilon_{it} \quad (4.12)$$

gde se izjednačanjem desnih strana prethodne dve relacije pronalaze veze između dva modela. Ovakav pristup omogućava analizu dugoročnog i kratkoročnog uticaja ljudskog kapitala na rast, odnosno:

- θ_{2i} - objašnjava dugoročni efekat ljudskog kapitala;
- δ_{20i} - objašnjava kratkoročni efekat ljudskog kapitala;
- θ_{1i} - predstavlja kratkoročni uticaj fizičkog kapitala po radniku;
- δ_{10i} - predstavlja dugoročni uticaj fizičkog kapitala po radniku;
- ϕ_i - brzina uspostavljanja dugoročne ravnoteže.

Jednačina (4.12) obuhvata tradicionalne modele i omogućava kompleksniju analizu posmatranog odnosa. Uzimajući da je $\phi_i = 0$ dobijamo (4.10), dok za $\theta_{1i} = 0$ dobijamo (4.11).

4.2.2 Podaci

Podaci potrebni za primenu prikazanog modela su sledeći:

- Realan bruto domaći proizvod;
- Fizički kapital;
- Ljudski kapital se meri na dva načina:
 - Indikator ljudskog kapitala Barro i Lee 2010 (BL)
 - Penn World Tables 8.0 (PWT).

4.2.3 Rezultati

Rezultati ovog istraživanja pokazuju da investicije u obrazovanje imaju važnu ulogu u rastu produktivnosti. Posmatrani model (4.12) predviđa da će dugoročno povećanje

GLAVA 4. MODELI EKONOMSKOG RASTA

obrazovnih postignuća od 1% povećati rast za 0.4% ako se koristi BL kao mera ljudskog kapitala. Ukoliko se ljudski kapital meri pomoću PWT indikatora rast će se povećati za 1%. Na osnovu podataka o prosečnom broju godina osnovnog, srednjeg i visokog obrazovanja, poseban značaj se stavlja na važnost osnovnog i srednjeg obrazovanja. Dok je pronađen negativan uticaj visokog obrazovanja na ekonomski rast. Ovaj rezultat može biti posledica malog broja ljudi sa visokim nivoom obrazovanja, nedostatkom mogućnosti za visokoškolskim obrazovanjem, kao i odlaskom visokokvalifikovanih ljudi u druge zemlje.

4.3 Model 3

Iako su razne verske i druge institucije u zapadnoj Evropi i pre devetnaestog veka podučavale veštini čitanja, pisanja i aritmetike, potražnja za obrazovanim radnicima tada nije postojala jer je korist od njihovog znanja bila mala. Kako je tehnološki napredak uticao na složenost proizvodnih aktivnosti, tako se potražnja za obrazovanjem u industrijski razvijenim zemljama povećavala i podstakla uvođenje obaveznog obrazovanja. Prema definiciji OECD obavezno školovanje je "raspon godina u kojem svako dete mora dobiti osnovno obrazovanje", [35]. Obavezno obrazovanje je uvedeno tek u kasnoj fazi industrijalizacije između druge polovine devetnaestog i početka dvadesetog veka, dok je ljudski kapital, meren stopama pismenosti već bio rasprostranjen. Broj obaveznih godina školovanja i posećenost škole na početku je bila veoma mala, a država zbog budžetskih ograničenja nije mogla mnogo da utiče na to.

Širenje obaveznog obrazovanja posle Drugog svetskog rata imalo je značajno ulogu u razvoju Europe. Novi ekonomski uslovi stvorili su pritisak na vlade da modernizuju obrazovni sistem. Širenje obaveznog školovanja bila je institucionalna rekonstrukcija školskog sistema koja se primenjivala u zavisnosti od kulturnih i obrazovnih tradicija, kao i ekonomskog stanja. F. Murtin i M. Viarengo analiziraju petnaest evropskih zemalja (Austrija, Belgija, Danska, Finska, Francuska, Grčka, Irska, Italija, Holandija, Norveška, Portugal, Španija, Švedska, Švajcarska, Velika Britanija) u periodu 1950-2000. godine koje su produžile obavezno obrazovanje za jednu ili više godina, [36].

Na sprovođenje obaveznog obrazovanja mogu imati uticaj različiti faktori: tehnološki, trgovinski, politički i drugi. Tehnološki napredak i velika složenost organizacije proizvodnje zahteva više obrazovanih radnika, pa države mogu povećati broj godina

obaveznog školovanja kako bi se olakšalo usvajanje novih tehnologija. Takođe da bi država povećala svoju međunarodnu konkurentnost u trgovini, neophodno je da podigne nivo obrazovanja svoje radne snage. Demokratija je još jedan od faktora koji može uticati na širenje odnosno dostupnost obaveznog obrazovanja. Ograničenje državnog budžeta ima direktni uticaj na njenu sposobnost za reformu. Jake države imaju velike mogućnosti da ulažu u obrazovanje i povećaju nivo obaveznog obrazovanja, što će se lakše prevazići u periodu brzog ekonomskog rasta.

4.3.1 Prikaz matematičkog modela

Pružanje obrazovanja ima trošak koji je konveksna funkcija broja godina školovanja. To ima veze sa proizvodnom funkcijom znanja, jer je potrebno više resursa, vremena, novca i ljudskog kapitala da bi se postiglo marginalno povećanje produktivnog znanja. Generalno, marginalni dobici od školovanja se smanjuju, a granični troškovi se povećavaju sa razvojem obrazovanja, što dovodi do smanjenja neto prinosa u obrazovanju. Skidmore je to predstavio svojim modelom, [37]:

$$H_t = \left(\frac{G_t}{N} \right)^\gamma, \quad \gamma < 1 \quad (4.13)$$

gde je:

G_t - državna potrošnja na obrazovanje;

H_t - ljudski kapital koji izведен iz obaveznih godina školovanja koje utiču na trenutnu generaciju dece;

N - populacija stanovništva u dobi od 0 - 20 godina (zbog jednostavnosti modela uzima se da je populacija stanovništva konstantna sa vremenom).

Obavezno obrazovanje ima pozitivan uticaj na ukupni proizvod Y_t , ali je podložno opadajućim marginalnim prinosima na agregat. Reforme sprovedene na trenutnu generaciju učenika imaju zaostali uticaj koji će se manifestovati tek kada ta generacija dođe na tržište rada. Zbog toga imamo:

$$Y_{t+1} = AL(H_t)^\alpha, \quad \alpha < 1 \quad (4.14)$$

pri čemu je:

A - tehnološki faktor;

L - radna snaga u dobi od 20 - 60 godina (zbog jednostavnosti pretpostavlja se da

je konstantno sa vremenom).

Ako je τ poreska stopa koja može da se razlikuje po zemljama, vladina potrošnja je predstavljena sa:

$$G_t = \tau Y_t \quad (4.15)$$

Iz jednačina (4.13), (4.14) i (4.15) imamo:

$$H_{t+1} = \left(\frac{\tau AL(H_t)^\alpha}{N} \right)^\gamma$$

odnosno:

$$\ln H_{t+1} = \gamma \ln \frac{\tau AL}{N} + \gamma \alpha \ln H_t$$

Ako S_t predstavlja obavezne godine školovanja i r povratak u školu, prepostavljajući da je povratak u škole konstantan sa vremenom $H_t = e^{rS_t}$, imamo:

$$S_{t+1} = \frac{\gamma}{r} \ln \frac{\tau AL}{N} + \gamma \alpha S_t \quad (4.16)$$

Jednačina (4.16) je osnov ovog modela i ona obuhvata dva glavna razloga za konvergenciju obrazovnih sistema: opadajući marginalni dobitak od školovanja i njegov konveksni trošak.

4.3.2 Podaci

Obavezne godine školovanja sa podacima o godinama obveznog obrazovanja pre i posle reforme obrazovanja, uključujući i informaciju sa koliko godina počinje školovanje.

Skup promenljivih koji se odnosi na tehnologiju i trgovinu:

- Tehnologija po glavi stanovnika;
- Otvorenost.

Skup promenljivih koji se odnosi na mehanizme političke ekonomije:

- Indeks demokratije;
- Gini koeficijenat (čije će se detaljno objašnjenje dati u nastavku).

Skup promenljivih koji se odnosi na funkciju države:

- Bruto domaći proizvod po glavi stanovnika;
- Demografski odnos;
- Stopa urbanizacije;
- Stopa nepismenosti.

4.3.3 Rezultati

Ekonometrijska analiza je zasnovana na pristupu modeliranja intenziteta reforme, tj broja obaveznih godina obrazovanja koje su donešene novim zakonom. Koristi se linearna analiza, odnosno dinamični linearni model sa autoregresivnom komponentom reda 1 koji se može proceniti pomoću Arellano-Bond (DIF-GMM) ili Blundell-Bond (SIS-GMM) postupka, [38]. Model za i -tu državu $i = 1, 2..15$ u trenutku t je:

$$y_{it} = \mu + \delta_t + b_i + \rho y_{i,t-T} + Z_{i,t}\beta + u_{i,t} \quad (4.17)$$

gde je:

μ - aritmetička sredina;

δ_t - veštačka promenljiva za vreme (prima vrednost 1 ako godina t ima značajan uticaj, u suprotnom prima vrednost 0);

b_i - veštačka promenljiva za državu (prima vrednost 1 ako i -ta država ima značajan uticaj, u suprotnom 0);

Z - matrica potencijalno endogenih regresora;

$u_{i,t}$ - šum;

T - kašnjenje između dva posmatrana perioda.

Konvergencija je obuhvaćena parametrom $\rho y_{i,t-T}$, dok $Z_{i,t}$ odražava uticaj ostalih faktora (tehnoloških, otvorenosti, demografije..).

Kako je ocenjivanje parametara modela (4.17) složeno korišćena su dva navedena iterativna postupka koji se zasnivaju na generalizovanom metodu momenata. Primjenjeni postupci daju različite ocene. Kriterijum za odabir najboljeg modela od testirana četiri bila je vrednost Hensenovog J-testa, [39]. Zajednička nulta hipoteza J-testa je da su instrumenti uključeni u model validni instrumenti, tj., nisu kolerisani sa greškom i da

GLAVA 4. MODELI EKONOMSKOG RASTA

su isključeni instrumenti tačno isključeni. Zato mala vrednost J-testa, odnosno velika vrednost odgovarajuće p označiti da su uključeni instrumenti validni.

Koristeći SIS-GMM postupak za procenu, rezultati testiranja efekta konvergencije na svaki od tri skupa promenljivih je pozitivan i značajan. Otvorenost je pozitivna i značajna, što ukazuje pozitivan uticaj globalizacije. U okviru političke ekonomije samo je indeks demokratije značajan na nivou od 10%, dok Gini koeficijenat nije značajan. U poslednjem skupu promenljivih značajan uticaj ima stopa urbanizacije. Ako se testira konvergencija uključujući sve promenljive, dolazi se do rezultata koji ukazuju da su efekti konvergencije i otvorenosti jedine značajne promenljive. Odnosno posle rata manje napredne zemlje su sustigle razvijenije zemlje. Otvorenije zemlje su imale veće šanse za poboljšanje obaveznog obrazovanje. Rastuća globalizacija je podstakla unapređivanje obaveznog školovanja, jer povećava konkurentnost radne snage na globalnom tržištu i smanjuje nejednakost u obrazovanju.

Glava 5

Metodologija prikupljanja podataka i rezultati

5.1 Analiza dostupnosti podataka

Za implementiranje planirane analize, neophodno je prvo prikupiti potrebne podatke i na osnovu njih formirati bazu. U ovom delu objašnjene su promenljive koje se koriste u modelima predstavljenim u glavi br.4 i odnose se na Republiku Srbiju. Prikazan je način njihovog definisanja, dostupnost podataka i zastupljenost u uzorku.

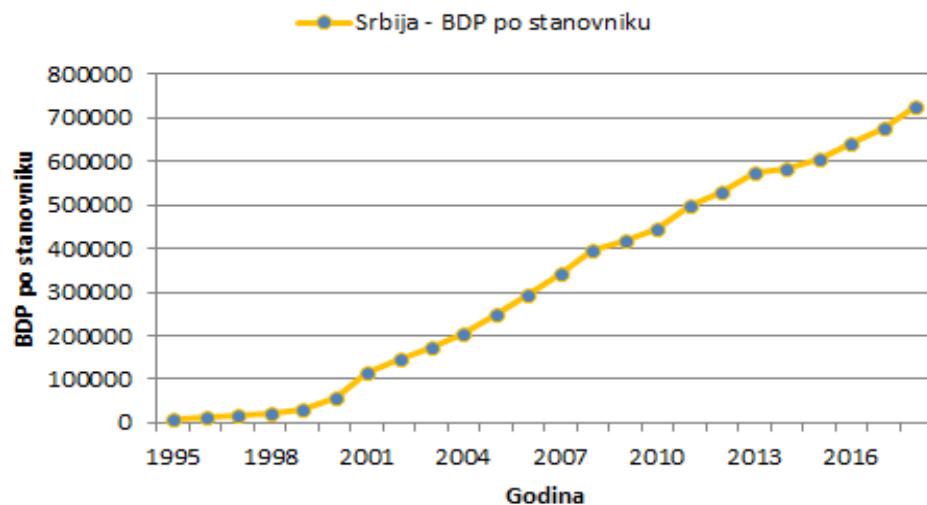
1. Nivo bruto domaćeg proizvoda po glavi stanovnika

U ekonomskim modelima statistički podaci o BDP-u po glavi stanovnika imaju veliku primenu jer predstavljaju jedan od najboljih pokazatelja ekonomskog blagostanja društva. BDP predstavlja ukupnu produkciju roba i usluga, ostvarenih u nacionalnoj ekonomiji, bez obzira na vlasništvo, [40]. To podrazumeva da BDP uključuje vrednost produkcije stranih lica (kompanija) u zemlji, a isključuje aktivnosti firmi u vlasništvu domaćih rezidenata u иностранству. Stavljanjem u odnos BDP sa ukupnim brojem stanovnika posmatrane zemlje dobija se BDP po glavi stanovnika. Važna je činjenica da on istovremeno izražava dve veličine - ukupan dohodak privrednih subjekata i ukupne troškove svih roba i usluga u određenoj privredi, što znači da je ukupan dohodak uvek jednak ukupnom trošku.

Postoje različite metode obračuna BDP-a, što ima za posledicu različite vrednosti BDP zemlje. Na sajtu *Republički zavod za statistiku Republike Srbije* dostupni su podaci BDP i BDP po glavi stanovnika za našu zemlju u periodu od 1995.

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

do 2018. godine u tekućim cenama. To znači da se proizvedene količine dobara i usluga u jednoj godini množe stvarnim cenama tih dobara i usluga u toj godini u kojoj su proizvedene i realizovane na tržištu. Poslednje ažuriranje podataka je izvršeno 1. oktobra 2019. godine. Najstariji podatak o ovom pokazatelju je iz 1995. godine i tada je iznosio 6116 RSD, dok je 2018. godine BDP po glavi stanovnika bio 725888 RSD (slika 5.1).



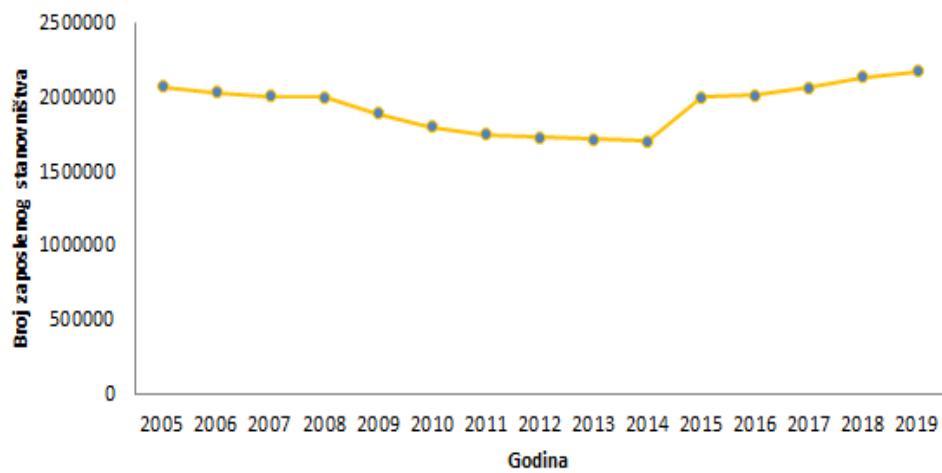
Slika 5.1: Bruto domaći proizvod po glavi stanovnika (izvor: *Republički zavod za statistiku Republike Srbije*)

2. Radno aktivno stanovništvo

Podaci o radno aktivnom stanovništvu u Srbiji dostupni su od 2005. godine do 2019. godine na sajtu Republickog zavoda za statistiku Republike Srbije. Za period 2005-2014 godine prikazani su podaci o godišnjem proseku zaposlenih, izračunati kao aritmetička sredina broja zaposlenih lica sa stanjem 31. marta i 30. septembra. Podaci o zaposlenim u preduzećima, zadrugama, ustanovama i organizacijama dobijeni su na osnovu redovnog polugodišnjeg istraživanja "Polugodišnji izveštaj o zaposlenima i o zaradama zaposlenih" i putem "Ankete za dopunu polugodišnjeg izveštaja o zaposlenim i o zaradama zaposlenih" kojom su dobijeni podaci o broju zaposlenih u malim preduzećima (do 50 zaposlenih), a koja nisu obuhvaćena redovnim polugodišnjim istraživanjem. Podaci o privatnim preduzetnicima i o licima koja samostalno obavljaju delatnost - profesiju i o za-

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

poslenima kod njih prikupljeni su redovnim polugodišnjim izveštajem dobijenim od Republičkog zavoda za zdravstveno osiguranje. Od 2015. godine Republički zavod za statistiku Republike Srbije objavljuje podatke o registrovanoj zaposlenosti prema novom izvoru - Centralnom registru obaveznog socijalnog osiguranja. Prelaskom na novi izvor podataka proširuje se obuhvat poslovnih subjekata, pa samim tim i broja zaposlenih u tim subjektima. Pod pojmom zaposleni počeši od 2015. godine podrazumevaju se sva lica koja imaju formalno pravni ugovor o zaposlenju, odnosno zasnovan radni odnos sa poslodavcem, na određeno ili neodređeno vreme; lica koja rade van radnog odnosa, na osnovu ugovora o delu ili na osnovu ugovora o obavljanju privremenih i povremenih poslova; lica koja obavljaju samostalne delatnosti ili su osnovači privrednih društava ili preduzetničkih radnji; kao i lica koja obavljaju poljoprivredne delatnosti a nalaze se u evidenciji Centralnog registra obaveznog socijalnog osiguranja.



Slika 5.2: Broj zaposlenog stanovništva u Srbiji po godinama (*izvor: Republički zavod za statistiku Republike Srbije*)

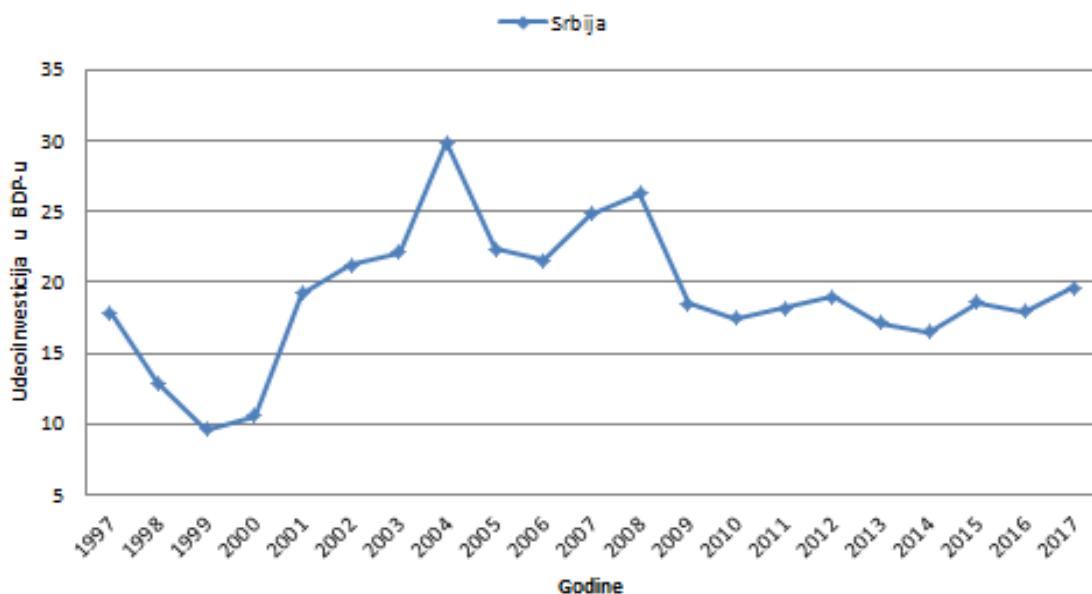
Prisutan je pad u broju zaposlenog stanovništva sa oko 2 miliona 2005. godine na oko 1.7 miliona u 2014. godini, što je povezano sa ekonomskom krizom u svetu. Značajan rast iz 2014. godine u 2015. godinu se može pripisati promeni metodologije prikupljanja podataka. Od 2015. godine do 2019. godine prisutan je rast broja zaposlenih, koji prema poslednjim podacima iznosi oko 2.17 miliona

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

u 2019. godini (slika 5.2).

3. Fizički kapital

Jedan od načina merenja akumulacije fizičkog kapitala je procenat ukupnih investicija u bruto domaćem proizvodu. Na slici (5.3) uočava se da u periodu od 2009. do 2017. godine izdvajanje za investicije Republike Srbije osciluje između 16% i 19%. Prema podacima *The World Bank* svetski prosek 2017. godine iznosio je oko 23% BDP-a, što ukazuje da su investicije u Republici Srbije značajno ispod proseka u svetu. Ovako niske stope mogu da ukazuju na nepovoljan investicioni ambient (male subvencije, loša politika države i dr.). Takva situacija zahteva sprovođenje odgovarajućih reformi kako bi se podstakle investicije koje utiču na ekonomski rast.



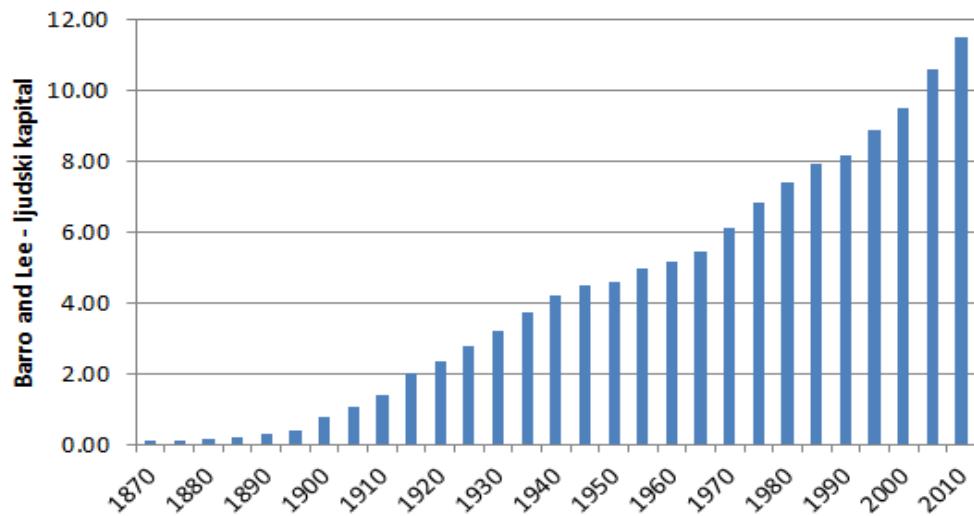
Slika 5.3: Udeo investicija u BDP-u (Izvor: *The World Bank*)

4. Ljudski kapital

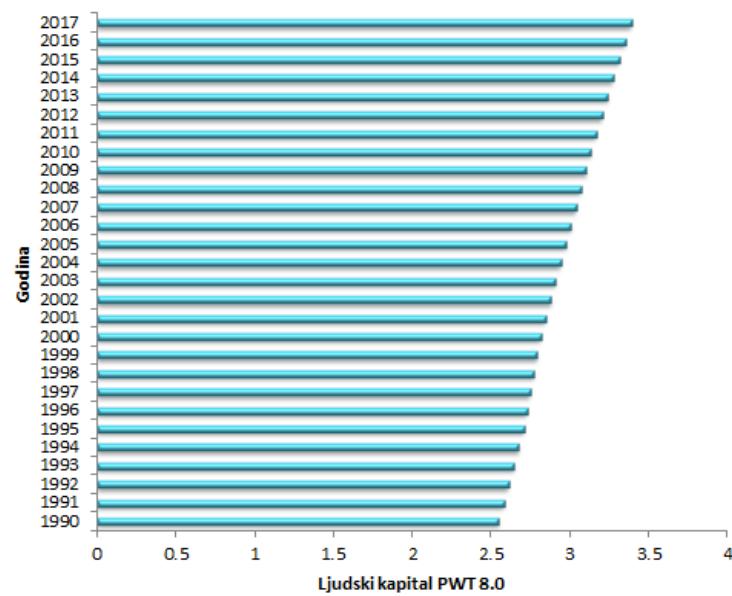
Za prikaz ljudskog kapitala u predstavljenim modelima koriste se različiti stupi. Na sajtu *Barro-Lee Education Attainment Dataset* dostupni su podaci za Republiku Srbiju u periodu od 1870-2010 godine u petogodišnjim intervalima (slika 5.4) koji predstavljaju prosečan broj godina školovanja u starosnoj dobi od

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

15 do 64 godina. Dok baza podataka *Penn World Tables 8.0* sadrži podatke o ljudskom kapitalu za novije vreme i u jednogodišnjim intervalima (slika 5.5).



Slika 5.4: Barro - Lee ljudski kapital za Srbiju



Slika 5.5: Ljudski kapital prema Penn World Tables 8.0

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

Još jedan mogući način za procenu ljudskog kapitala se zasniva na ideji iz prikazanog *modela 1* u glavi 4. koji ovaj pokazatelj izračunava kao prosečan broj godina formalnog obrazovanja po osobi zaposlenog lica. Prema obrazovnom sistemu u Republici Srbiji koji se sastoji od osam godina osnovne škole, četiri godine srednje škole, tri godine osnovnih studija i dve godine master studija, ljudski kapital se računa na sledeći način:

$$\frac{8a + 12b + 15c + 17d}{broj zaposlenih ljudi}$$

pri čemu se a odnosi na broj zaposlenih osoba koje su završile samo osnovnu školu, b predstavlja broj zaposlenih osoba koje su završile srednju školu ali ne i više od toga, c se odnosi na zaposlene osobe koje su završile osnovne studije na fakultetu, dok je d broj zaposlenih osoba koje imaju završen master i više od toga. Međutim zbog nemogućnosti pristupa potrebnim podacima za Srbiju, ovaj metod se ne primenjuje u ovom radu.

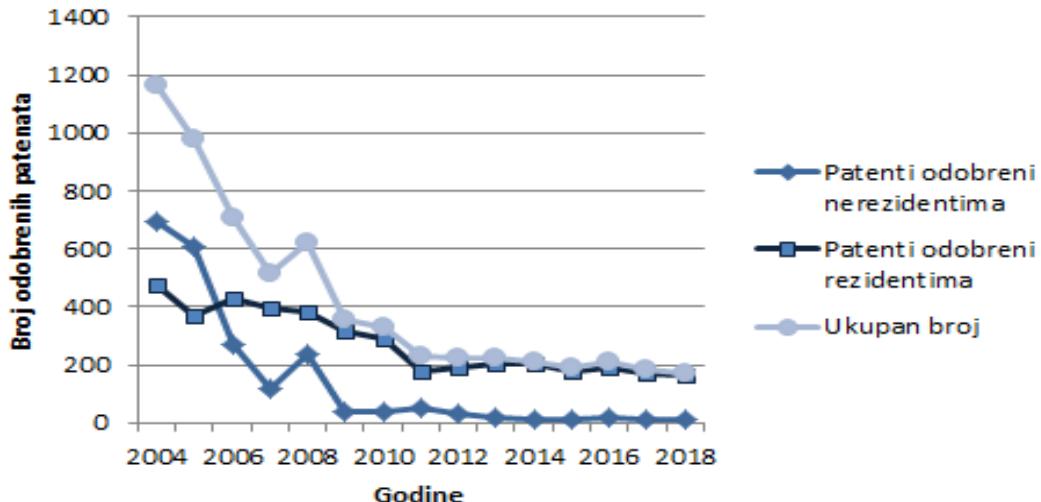
5. Tehnologija po glavi stanovnika

Jedna od promenljivih koja se koristi u prikazanim modelima je tehnologija po glavi stanovnika, koja će se posmatrati kroz broj odobrenih patenata rezidentima¹ i nerezidentima². Svake godine u Republici Srbiji broj prijavljenih pronađazaka je sve manji (slika 5.6). Do 2007. godine ukupni broj patenata bio je preko 500 godišnje, dok posle toga nastupa period pada ovog koeficijenta. Pri tome u ukupnom broju najprisutniji su patenti odobreni rezidentima. Prema poslednjim podacima iz 2018. godine, domaćim inovatorima odobreno je 163 patenta, a stranim 11.

¹Rezident je fizičko lice sa stalnim boravkom u državi koja prema zakonima Republike Srbije, boravi najmanje godinu dana u državi; pravno lice koje je registrovano u posmatranoj državi. [41]

²Nerezidentom se smatra fizičko lice sa stalnim prebivalištem u inostanstvu; pravno lice tj. firma koja je registrovana u inostranstvu. [41]

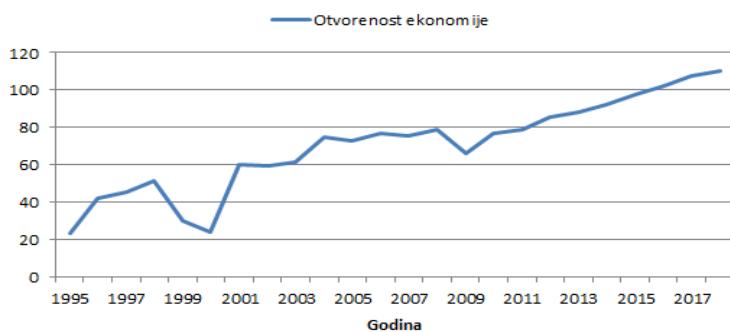
GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI



Slika 5.6: Broj odobrenih patenata (*izvor: The World Bank*)

6. Otvorenost

Pokazatelj otvorenost ekonomije je formiran kao suma izvoza i uvoza, prema bruto domaćem proizvodu. Povećanje spoljnotrgovinske razmene utiče povoljno na ukupni ekonomski rast. U otvorenoj ekonomiji ljudi imaju slobodu učešća u međunarodnoj razmeni kapitala i robe. *The World Bank* pruža podatke za Srbiju u periodu od 1995. do 2018. godine. Prosečna vrednost za taj period je bila 70.05%, pri čemu je u 1995. godini bila najmanja otvorenost 23.22% i maksimalna u 2018. godini i iznosi 110.07%.



Slika 5.7: Otvorenost ekonomije (*izvor: The World Bank*)

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

7. Indeks demokratije

Indeks demokratije je indeks koji sastavlja kompanija Economist Intelligence Unit (EIU) sa ciljem da izmeri stanje demokratije u zemljama. Indeks je prvi put objavljen 2006. godine, dok se podaci s vremenom ažuriraju. Indeks se zasniva na 60 pokazatelja grupisanih u pet kategorija, koje mere građansku slobodu, političku kulturu i pluralizam. Pored brojčanog rangiranja, indeks svrstava zemlju u jedan od četiri tipa režima:

- Potpuna demokratija (full democracy) - karakteriše potpuna građanska i politička sloboda, nezavisno pravosuđe čije se odluke poštuju, različiti i nezavisni mediji;
- Nepotpuna demokratija (flawed democracy) - država u kojima su izbori slobodni i pošteni, građanska sloboda se poštije ali mogu imati problema u primeni (npr. kršenje slobode medija, suzbijanje političke opozicije i kritičara);
- Hibridni režim (hybrid regime) - država sa redovnim izbornim prevarama, sprečavanjima slobodne demokratije. Karakteriše ih široko rasprostranjena korupcija, uznemiravanje i pritisak na medije, kao i vlade koje vrše pritisak na političku opoziciju i neovisne sudove;
- Autoritarni režim (authoritarian regime) - politički izbori (ako se dese) nisu slobodni i pošteni, mediji su u državnom vlasništvu i pod potpunom kontrolom vlade, sudstvo nije nezavisno, sveprisutna je cenzura i suzbijanje kritike vlade.

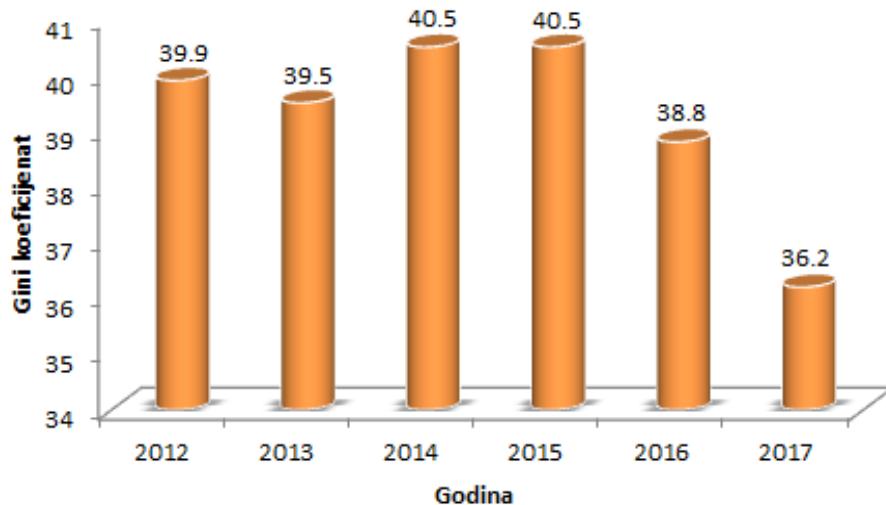
Prema ovim podacima indeks demokratije je za Srbiju u 2019. godini iznosio 6.41, što je svrstava u grupu zemalja sa nepotpunom demokratijom.

8. Gini (džini) koeficijent

Velika nejednakost u raspodeli dohotka ima negativan efekat na ekonomski rast i najčešće je odraz političke i društvene nestabilnosti. Prema merenju džini koeficijenta iz 2015. godine Srbija je po nejednakosti bila ispred svih zemalja članica Evropske unije. On je iznosio 40.5 % i značajno je veći bio i od zemalja u

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

okruženju poput Hrvatske (31.3%), Bosne i Hercegovine (33%), a posebno iznad vrednosti džini koeficijenta za Sloveniju (25.4%) koja ima najmanju nejednakost u raspodeli dohotka od bivših jugoslovenskih republika. Od 2013. do 2014. ovaj koeficijenat se popeo sa 39.5% na 40.5%, što je negativan rast od 1% za samo godinu dana. Od 2015. godine nejednakost u raspodeli dohotka se smanjuje za 4.3% i džini koeficijenat u 2017. godini iznosi 36.2 % (slika 5.8).



Slika 5.8: Džini koeficijenat za Srbiju (izvor: *The World Bank*)

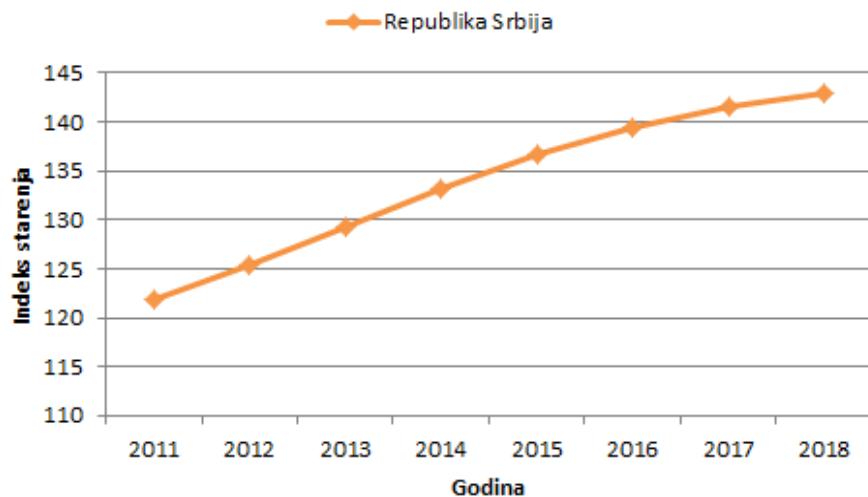
9. Demografski odnos

Jedna od najvažnijih struktura je starosna struktura stanovništva zbog svog direktnog uticaja na mogućnosti razvoja zemlje i njen ekonomski položaj. Stanovništvo svake zemlje predstavlja nosioca ekonomskog razvoja zbog proizvodne uloge koju ima unutar ekonomije. Postoji više osnovnih demografskih indikatora koji opisuju prirodno kretanje stanovništva i u ovom radu ćemo posmatrati indeks starenja čija vrednost ukazuje na demografski proces starenja. Utvrđuje se na osnovu odnosa broja stanovnika starijih od 60 godina i odgovarajućeg broja stanovnika u dobi od 0 do 19 godina, odnosno:

$$i_s = \frac{\text{broj stanovnika starijih od } 60}{\text{broj stanovnika u dobi od } 0 - 19} \times 100$$

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

Indeks starenja čija vrednost ne prelazi 20, pokazuje da je stanovništvo izrazito mlado, dok indeks preko 40 znači da je stanovništvo staro. Demografska kretanja u Republici Srbiji su već duži period negativna. U periodu od 2011. godine do 2018. godine indeks starenja je porastao sa 121.9 na 142.9, što ukazuje na povećavanje udela starijih ljudi u odnosu na mlađe i ima negativan uticaj na ekonomiju zbog sve većeg broja stanovništva koji nisu u radno aktivnoj dobi (slika 5.9).



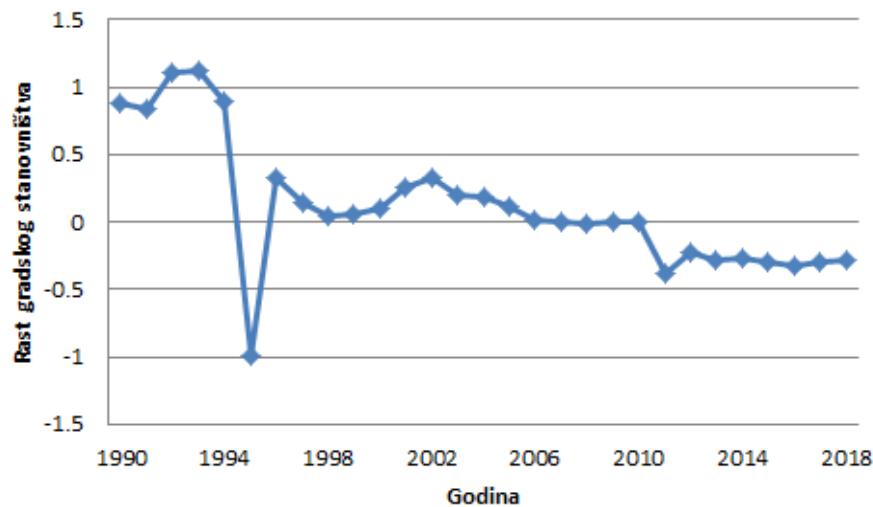
Slika 5.9: Indeks starenja Republike Srbije (*izvor: Republički zavod za statistiku Republike Srbije*)

10. Stopa urbanizacije

Zbog raznovrsnih situacija u državama, ne postoji univerzalno prihvaćen standard za razlikovanje urbanih od ruralnih područja. Većina zemalja koristi urbanu klasifikaciju koja se odnosi na veličinu ili karakteristike naselja. Neki definišu urbana područja na osnovu prisustva određene infrastrukture i usluga. Zbog nacionalnih razlika u karakteristikama koje razlikuju urbano od ruralnog područja, razlika između gradskog i ruralnog stanovništva ne može se prilagoditi jednoj definiciji koja bi bila primenljiva u svim zemljama. Urbano stanovništvo se odnosi na ljudе koji žive u urbanim sredinama kako je to definisano od strane nacionalnih statističkih instituta. Eksplozivni rast gradova povezan je sa prelaskom sa privrede zasnovane na poljoprivredi u masovnu industriju, tehnologiju i usluge. Podaci o godišnjem

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

rastu gradskog stanovništva nalaze se na sajtu Svetske banke i izračunati su korišteći procene stanovništva i klasifikacije Svetske urbanizacije Ujedinjenih nacija - *World Urbanization Prospects UN*. U Republici Srbiji značajan pad u broju gradskog stanovništva se desio 1995. godine, ali je već u sledećoj godini usledio rast. Od 2010. godine je prisutan pad gradskog stanovništva, međutim treba uzeti u obzir da je prema popisu stanovništva 2011. godine³ došlo do opšteg smanjenja broja stanovništva. Poslednju deceniju procesi kretanja stanovništva su prisutni, ali je relacija iz ruralnog u urbano područje slabog intenziteta.



Slika 5.10: Procentualni rast gradskog stanovništva u Republici Srbiji (izvor: *The World Bank*)

11. Stopa nepismenosti

UNESCO definiše nepismenu osobu kao nekoga ko ne može, uz razumevanje, pročitati i napisati kratku, jednostavnu izjavu o svom svakodnevnom životu, [43]. Osoba koja zna samo čitati, ali ne i pisati, ili zna pisati, ali ne i čitati, takođe se smatra nepismenom. Nepismenom osobom se smatra i ona koja ume da napiše samo neku frazu (svoje ime i prezime). Ova definicija pismenosti ima veliku primenu u popisima i istraživanjima stanovništva, ali njeno tumačenje i primena može se razlikovati po zemljama, zavisno od nacionalnih, društvenih i kulturnih

³Republički zavod za statistiku Republike Srbije

okolnosti. U mnogim zemljama ili oblastima UNESCO ne pruža informacije o stopi nepismenosti zbog: nepostojanja baza podataka za izradu grubih procena, veruje se da je nepismenost smanjena na minimalni nivo kroz nekoliko decenija osnovnog obrazovanja ili zemlje preferiraju da ni jedna procena ne bude objavljena.

Baza podataka UNESCO-a sadrži podatke o broju nepismenih u Srbiji samo za 2011. i 2016. godinu. Prema tabeli 5.1 vidimo da se ukupan broj nepismenog stanovništva starijeg od 15 godina s vremenom smanjio, pri čemu je nepismenost u većoj meri karakteristika ženskog stanovništva. Prema podacima UNESCO-a u Srbiji je 2011. godine 97.96% stanovništva bilo pismo, dok se taj procenat 2016. godine povećao na 98.84%.

| | Ukupan broj | Žensko | Muško |
|--------------|-------------|--------|-------|
| 2011. godina | 150997 | 124489 | 26508 |
| 2016. godina | 85928 | 67877 | 18052 |

Tabela 5.1: Broj nepismenog stanovništva starijeg od 15 godina u Srbiji

5.2 Promenljive

Pregled svih promenljivih koje su uključene u analizu prikazane su u tabeli 5.2, kao i njihove oznake. Nezavisne promenljive se mogu svrstati u tri grupe: ekonomski pokazatelji, pokazatelji obrazovanja i demografski pokazatelji. Izbor promenljivih napravljen je na osnovu modela 1, 2 i 3 (prikazanih u glavi 4.), a dopunjeno je promenljivama - broj studenata i broj studenata na 100 hiljada stanovnika, kako bi se pomoću njih obuhvatio efekat obrazovanja. U posmatranje nisu uključene promenljive *stopa nepismenosti* i *indeks demokratije* zbog velikog broja nedostajućih podataka. Zbog kratkog vremenskog perioda koje obuhvataju promenljive *demografski odnos*, *džini koeficijenat* i *radno aktivno stanovništvo* u radu se ne ispituje njihov uticaj na zavisnu promenljivu. Zavisna promenljiva u modelima je *bruto domaći proizvod po glavi stanovnika* - $\Delta \ln BDP$ pri čemu je promenljiva diferencirana zbog izraženog trenda koji ukazuje na nestacionarnost podataka.

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

| Promenljiva | Oznaka | Naziv |
|-------------------------|---------------|--|
| EKONOMSKI POKAZATELJI | | |
| Zavisna | <i>BDP</i> | Bruto domaći kapital po glavi stanovnika |
| Nezavisna | <i>FK</i> | Fizički kapital |
| Nezavisna | <i>OTV</i> | Otvorenost |
| POKAZATELJI OBRAZOVANJA | | |
| Nezavisna | <i>LJK</i> | Ljudski kapital PWT |
| Nezavisna | <i>TEH</i> | Tehnologija po glavi stanovnika |
| Nezavisna | <i>STU</i> | Broj studenata |
| Nezavisna | <i>STU100</i> | Broj studenata na 100 hiljada |
| DEMOGRAFSKI POKAZATELJI | | |
| Nezavisna | <i>SU</i> | Stopa urbanizacije |

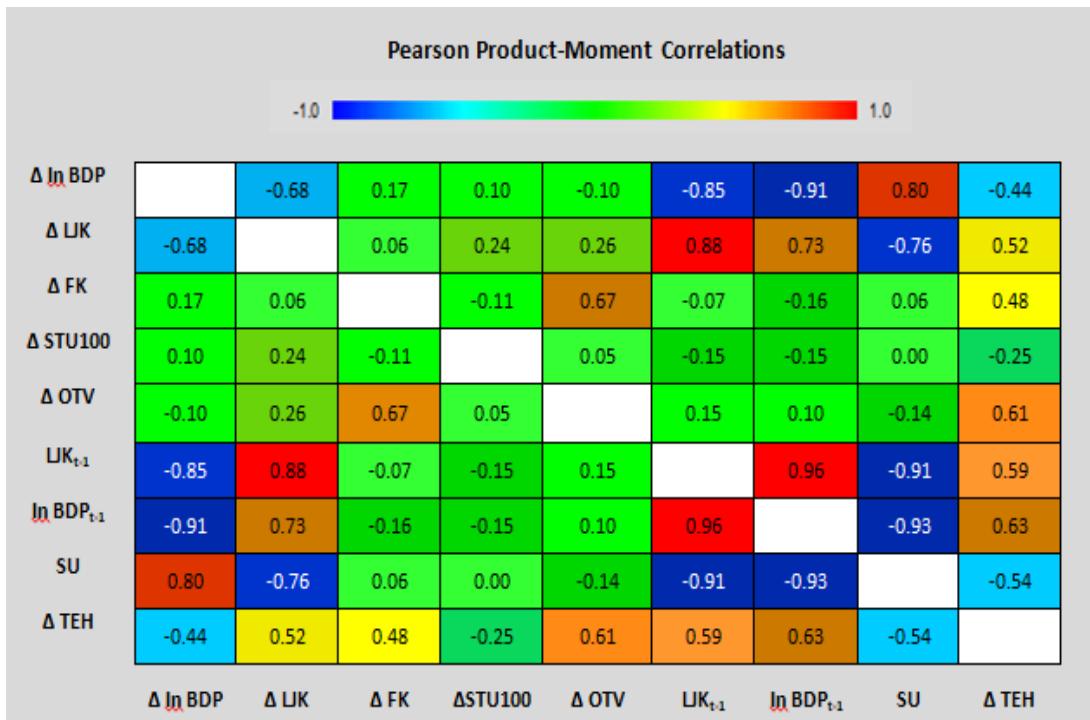
Tabela 5.2: Pregled promenljivih

5.3 Analiza koeficijenta korelacijske između promenljivih

Pre analize, ispitani su koeficijenti korelacijske između parova nezavisnih promenljivih kako bi se razumeo njihov odnos. Korelacija između dve promenljive ukazuje na njihov stepen povezanosti i na mogući problem multikolinearnosti. Za analizu korelacijske korišćen je Pearson-ov koeficijenat, koji se kreće u intervalu [-1,1], pri čemu vrednost koeficijenta -1 ukazuje na savršenu negativnu korelaciju, a 1 na savršenu pozitivnu korelaciju između promenljivih.

Na slici 5.11 je prikazana matrica korelacija, gde plava boja ukazuje na veoma negativnu korelaciju, dok crvena boja označava izrazito jaku pozitivnu povezanost između promenljivih. Na osnovu matrice korelacijske uočavaju se parovi nezavisnih promenljivih, koji bi mogli da prouzrokuju problem multikolinearnosti ako bi se istovremeno uključili u model. Rezultati testa ukazuju na visoku korelaciju između *lagovanog logaritmovanog bruto domaćeg proizvoda* i *stope urbanizacije*. S obzirom da postoji jaka korelacija između *lagovanog ljudskog kapitala* i još tri promenljive, moguće je da se zbog prisustva multikolinearnosti ova promenljiva treba isključiti iz modela. Primetimo da je u matrici korelacija promenljivih prikazana i zavisna promenljiva, koja ima najveću pozitivnu korelaciju sa *stopom urbanizacije* $r = 0.80$.

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI



Slika 5.11: Matrica korelacija promenljivih

5.4 Formiranje i analiza modela

Modeli koji su razmatrani u nastavku analiziraju uticaj različitih faktora na bruto domaći proizvod na osnovu podataka dostupnih za Republiku Srbiji i zasnivaju se na modelima iz glave 4 koji koriste lagovane promenljive i diferencne razlike. Povećanje BDP-a u određenom periodu u odnosu na njegovu veličinu u prethodnom vremenskom periodu predstavlja ekonomski rast. Odnosno ekonomski rast se ogleda u rastu životnog standarda, povećanju stvarnih zarada i stvaranju uslova za rastuću proizvodnju u budućem periodu. S obzirom da se pomoću prikazanih promenljivih može formirati veliki broj modela, provera adekvatnosti regresionog modela se vrši pomoću koeficijenta determinacije i prilagođenog koeficijenta determinacije. Koeficijent determinacije R^2 pokazuje koliki je procenat varijabiliteta zavisne promenljive objašnjen varijabilitetom nezavisnih promenljivih odnosno modelom i što je veći to je zavisna promenljiva u modelu bolje objašnjena pomoću nezavisnih promenljivih. Međutim sa ubacivanjem novih promenljivih, ovaj koeficijent se povećava, pa zbog toga posmatramo prilagođeni ko-

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

eficijenat determinacije koji kažnjava ubacivanje nove nezavisne promenljive u model koja u maloj meri utiče na objašnjavanje zavisne promenljive.

Prilikom formiranja modela ispituje se i prisustvo multikolinearnosti, odnosno međuzavisnosti nezavisnih promenljivih. Problem multikolinearnosti se javlja ako se jedna nezavisna promenljiva može predvideti pomoću druge / drugih, odnosno ako u uzorku postoji velika korelacija između dve ili više promenljivih. Ova osobina podataka može da se javi iz više razloga, kao što su uključivanje u model dve iste (skoro iste) promenljive ili mali obim uzorka. Ukoliko ne postoji veza između nezavisnih promenljivih, tada izostavljanje jedne promenljive iz modela neće uticati na ocenjene koeficijente drugih promenljivih. Dok prisustvo multikolinearnosti prilikom ocenjivanja parametara modela ima za posledicu da male promene u podacima prouzrokuju velike promene u koeficijentima, veće standardne greške koeficijenata, čak može i da dovede do pogrešnog smera uticaja na zavisnu promenljivu. U cilju identifikovanja ove osobine uzorka u radu je korišćen *VIF* test (engl. *Variance Inflation Factor test*) koji pokazuje procenat varijanse jedne nezavisne promenljive objašnjen pomoću varijanse preostalih nezavisnim promenljivih. Ako se određena nezavisna promenljiva ne može objasniti pomoću ostalih, tada je $VIF = 1$ i to je najbolji slučaj. Ukoliko je ova vrednost veća od 10, tada postoji snažna multikolinearnost. Međutim ova granica u praksi varira, pa se ne tako retko uzima vrednost 4.5 što će se posmatrati kao granica i u ovoj analizi. Ako između dve promenljive postoji jaka korelacija, tada će i *VIF* vrednost biti velika. Međutim obrnuto ne mora da važi, jer može da se desi da je *VIF* vrednost velika odnosno da se određena promenljiva može prikazati preko drugih, ali da ne postoji jaka korelacija po parovima posmatrane promenljive sa ostalim.

Posmatrajmo prvo model u kome je uključeno najviše promenljivih, ali tako da je broj godina za koje su dostupni podaci što duži. On sadrži sledeće promenljive: ΔLJK , ΔFK , $\Delta STU100$, ΔOTV , LJK_{t-1} , $\ln BDP_{t-1}$, SU i broj opservacija je 16. Pregled ocene koeficijenata ovakvog modela je dat u tabeli 5.3. Na osnovu rezultata $t - testa$ i P vrednosti nijedna od posmatranih promenljivih nema statistički značajan uticaj na *bruto domaći proizvod po glavi stanovnika* na nivou značajnosti od 5%, što čini ovaj model neadekvatnim i nema smisla dalje ga analizirati.

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

| Parameter | Estimate | Standard Error | T-statistic | P-value |
|-----------------|--------------|----------------|-------------|---------|
| <i>CONSTANT</i> | 2.58761 | 0.630212 | 4.10593 | 0.0034 |
| ΔLJK | -22.0551 | 16.4692 | -1.33918 | 0.2173 |
| ΔFK | -0.00114881 | 0.00331071 | -0.346998 | 0.7375 |
| $\Delta STU100$ | 0.0000107359 | 0.0000832816 | 0.128911 | 0.9006 |
| ΔOTV | 0.000449521 | 0.00198395 | 0.226579 | 0.8264 |
| LJK_{t-1} | 0.836872 | 0.697503 | 1.19981 | 0.2645 |
| $\ln BDP_{t-1}$ | -0.339529 | 0.154299 | -2.20047 | 0.0590 |
| SU | -0.205776 | 0.116039 | -1.77333 | 0.1141 |

Tabela 5.3: Ocena regresionih parametara

Ako u prethodno razmatranje uključimo i *tehnologiju po glavi stanovnika* koja dodatno smanjuje broj opservacija za 2 do 3 godine, modeli koji su se izdvojili kao najbolji su sledeći:

| MSE | R-Squared | Adjusted R-Squared | Cp | Included Variables |
|-------------|-----------|--------------------|---------|---|
| 0.000231964 | 95.7432 | 92.7027 | 4.98588 | $\Delta(LJK), LJK_{t-1}, \ln BDP_{t-1}, SU, \Delta TEH$ |
| 0.000290565 | 94.6679 | 90.8592 | 6.4981 | $\Delta FK, \Delta STU100, \ln BDP_{t-1}, SU, \Delta TEH$ |
| 0.000307603 | 94.3552 | 90.3232 | 6.93776 | $\Delta FK, LJK_{t-1}, \ln BDP_{t-1}, SU, \Delta TEH$ |
| 0.000317029 | 93.3511 | 90.0267 | 6.34971 | $LJK_{t-1}, \ln BDP_{t-1}, SU, \Delta TEH$ |
| 0.000326242 | 93.1579 | 89.7369 | 6.62141 | $\Delta FK, \ln BDP_{t-1}, SU, \Delta TEH$ |
| 0.000330416 | 92.2042 | 89.6055 | 5.96259 | $\ln BDP_{t-1}, SU, \Delta TEH$ |

Tabela 5.4: Pregled modela koji najbolje objašnjavaju zavisnu promenljivu

Model 1

Broj opservacija: 13

Nezavisne promenljive: $\Delta(LJK), LJK_{t-1}, \ln BDP_{t-1}, SU, \Delta TEH$

U tabeli 5.4 rezultati sugerisu da model koji uključuje sve promenljive nije odgovarajući i da se podaci mogu najbolje objasniti modelom sa pet promenljivih $\Delta(LJK), LJK_{t-1}, \ln BDP_{t-1}, SU, \Delta TEH$ koji zahteva manje faktora a objašnjava 92.7027 % varijanse zavisne promenljive. Ovakav izbor promenljivih u ovoj analizi predstavlja *model 1* i ocene koeficijenata su:

| Parameter | Estimate | Standard Error | T-statistic | P-value |
|-----------------|-------------|----------------|-------------|---------|
| <i>CONSTANT</i> | 3.58258 | 0.380847 | 9.40686 | 0.0000 |
| ΔTEH | 0.000130869 | 0.0000487709 | 2.68334 | 0.0314 |
| ΔLJK | -17.199 | 8.67162 | -1.98336 | 0.0877 |
| LJK_{t-1} | 0.882145 | 0.380897 | 2.31597 | 0.0537 |
| $\ln BDP_{t-1}$ | -0.43906 | 0.0892218 | -4.92099 | 0.0017 |
| <i>SU</i> | -0.202417 | 0.0550544 | -3.67668 | 0.0079 |

Tabela 5.5: Ocena regresionih parametara *modela 1*

Kao značajne nezavisne promenljive izdvajaju se $\Delta TEH, \ln BDP_{t-1}$ i *SU*, pri čemu pozitivan uticaj na sadašnju vrednost *BDP-a po glavi stanovnika* ima njegova vrednost u prethodnoj godini. Uticaj *tehnologije po glavi stanovnika* je veoma mali zbog niskog ocjenjenog koeficijenta (0.00013), dok je uticaj *stope urbanizacije* takav da porast stope urbanizacije od 1 jedinice dovodi do relativnog smanjenja *BDP-a po glavi stanovnika* u odnosu na prethodnu godinu za $\exp^{-0.20}$, uz ostale nepromenjene faktore, što se vidi iz transformisanog ocjenjenog modela:

$$\frac{BDP_t}{BDP_{t-1}} = \exp^{3.58} \exp^{-17.20\Delta LJK} BDP_{t-1}^{-0.44} \exp^{0.88LJK_{t-1}} \exp^{-0.20SU_t} \exp^{0.0001\Delta TEH}$$

Na osnovu *VIF* vrednosti (tabela 5.6) potvrđeno je postojanje multikolinearnosti u uzorku. *Lagovani ljudski kapital* ima najveću vrednosti i najbolje se može prikazati preko ostalih, pri tome ona nije statistički značajna pa ćemo sledeći model formirati bez nje. Regresijom ovog modela utvrđen je *F* test koji iznosi $F(5,7)=31.49$, sa verovatnoćom $P=0.0001$ i ustanovljena je validnost ovog modela, odnosno varijacije u

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

bruto domaćem proizvodu po glavi stanovnika su rezultat uticaja promenljivih u ovom modelu.

| | VIF |
|-----------------|--------|
| ΔLJK | 34.94 |
| LJK_{t-1} | 130.42 |
| $\ln BDP_{t-1}$ | 54.05 |
| SU | 4.55 |
| ΔTEH | 1.7 |

Tabela 5.6: VIF vrednosti modela 1

Model 2

Broj opservacija: 13

Nezavisne promenljive: $\Delta LJK, \ln BDP_{t-1}, SU, \Delta TEH$

| Parameter | Estimate | Standard Error | T-statistic | P-value |
|-----------------|-------------|----------------|-------------|---------|
| CONSTANT | 3.15913 | 0.415328 | 7.60637 | 0.0001 |
| ΔLJK | 1.85278 | 3.41036 | 0.543279 | 0.6017 |
| $\ln BDP_{t-1}$ | -0.243069 | 0.0351399 | -6.91718 | 0.0001 |
| SU | -0.167106 | 0.0657648 | -2.54096 | 0.0347 |
| ΔTEH | 0.000110783 | 0.000059664 | 1.85678 | 0.1004 |

Tabela 5.7: Ocena regresionih parametara modela 2

Za razliku od prethodno ocenjenog modela, *tehnologija po glavi stanovnika* ima koeficijenat koji je statistički jednak nuli, dok *lagovani bruto domaći proizvod po glavi stanovnika i stopa urbanizacije* imaju i dalje statistički značajan uticaj na zavisnu promenljivu. Ako se *stopa urbanizacije* poveća za jednu jedinicu, tada će doći do relativnog smanjenja zavisne promenljive u odnosu na prethodnu godinu za $\exp^{-0.17}$. Vrednost *bruto domaćeg proizvoda po glavi stanovnika* iz prethodne godine ima značajniji uticaj na sadašnju vrednost *BDP-a po glavi stanovnika* nego u *modelu 1*. Sa smanjivanjem jedne promenljive, ovaj model ima veći udeo neobjašnjene varijanse nego prethodni model ($88.72 < 92.70$). *Lagovani ljudski kapital* je u velikoj meri objašnjavao preostale promenljive u *modelu 1*, pa su se njegovim izostavljanjem VIF vrednosti značajno smanjile (tabela 5.8). U trenutnom modelu jedino promenljiva *lagovano-logaritmovani BDP po glavi stanovnika* ima vrednost veću od referentne. Validnost i stabilnost cekokupnog regresionog modela identifikujemo pomoću F testa $F(4,8)=24.60$ i njegove

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

verovatnoće $P=0.0002$ koji ukazuju da su varijacije u zavisnoj promenljivi uticaj nezavisnih promenljivih posmatranih u ovom modelu.

| | <i>VIF</i> |
|-----------------|------------|
| ΔLJK | 3.5 |
| $\ln BDP_{t-1}$ | 5.43 |
| SU | 4.2 |
| ΔTEH | 1.64 |

Tabela 5.8: *VIF* vrednosti *modela 2*

Model 3

Nezavisne promenljive: $\Delta LJK, \Delta FK, \Delta STU100$

Broj opservacija: 16

Modeli koji najbolje objašnjavaju zavisnu promenljivu, a formirani su od promenljivih $\Delta LJK, \Delta FK, \Delta STU100, \Delta OTV$ prikazani su u tabeli 5.9. *Ljudski kapital* ima najveći uticaj na *bruto domaći proizvod po glavi stanovnika* i objašnjava ga sa 42.96 %, dok *fizički kapital* i *broj studenata na sto hiljada* u manjoj meri doprinose zavisnoj promenljivoj.

| MSE | R-Squared | Adjusted R-Squared | Cp | Included Variables |
|-------------|-----------|--------------------|---------|--|
| 0.000236527 | 56.6052 | 45.7565 | 3.2762 | $\Delta LJK, \Delta FK, \Delta STU100$ |
| 0.00245542 | 51.1971 | 43.689 | 2.68149 | $\Delta LJK, \Delta STU100$ |
| 0.00246816 | 50.9439 | 43.3968 | 2.74729 | $\Delta LJK, \Delta FK$ |
| 0.00248731 | 46.7605 | 42.9576 | 1.83438 | ΔLJK |

Tabela 5.9: Pregled modela koji najbolje objašnjavaju zavisnu promenljivu

Na osnovu ocenjenih parametara (tabela 5.10) u *modelu 3* značajnu povezanost sa zavisnom promenljivom ostvaruje jedino promenljiva *ljudski kapital*, pri čemu je njen smer povezanosti sa *bruto domaćim proizvodom po glavi stanovnika* negativan. Povećanje *ljudskog kapitala* za 1 jedinicu dovodi do relativnog smanjenja *BDP-a po glavi stanovnika* u odnosu na prethodnu godinu za $\exp^{-17.60}$. Prilagođeni koeficijenat determinacije od 45.76 ukazuje da neke promenljive koje imaju značajnu povezanost sa bruto domaćim kapitalom po glavi stanovnika nedostaju u modelu, što je ujedno i

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

motivacija za formiranje sledećeg modela. U podacima na osnovu kojih je ocenjen ovaj model nije prisutna multikolinearnost, što potvrđuje VIF vrednost koja je približna 1 za svaku promenljivu (tabela 5.11). Vrednost F testa je 5.22 i P-vrednost testa je mala (0.0155), što potvrđuje validnost ovog modela.

| Parameter | Estimate | Standard Error | T-statistic | P-value |
|-----------------|-------------|----------------|-------------|---------|
| <i>CONSTANT</i> | 0.700932 | 0.154832 | 4.52704 | 0.0007 |
| ΔLJK | -17.6039 | 4.57682 | -3.84632 | 0.0023 |
| ΔFK | 0.0041534 | 0.00339634 | 1.22291 | 0.2448 |
| $\Delta STU100$ | 0.000144094 | 0.000115164 | 1.25121 | 0.2347 |

Tabela 5.10: Ocena regresionih parametara *modela 3*

| | VIF |
|-----------------|-------|
| ΔLJK | 1.069 |
| ΔFK | 1.018 |
| $\Delta STU100$ | 1.078 |

Tabela 5.11: VIF vrednosti *modela 3*

Model 4

Broj opservacija: 13

Nezavisne promenljive: $\Delta LJK, \Delta FK, \Delta STU100, \Delta TEH$

| Parameter | Estimate | Standard Error | T-statistic | P-value |
|-----------------|-------------|----------------|-------------|---------|
| <i>CONSTANT</i> | 0.744378 | 0.129956 | 5.72792 | 0.0004 |
| ΔLJK | -19.5296 | 3.73184 | -5.23323 | 0.0008 |
| ΔFK | 0.00280759 | 0.00278819 | 1.00696 | 0.3434 |
| $\Delta STU100$ | 0.000442543 | 0.000104912 | 4.21825 | 0.0029 |
| ΔTEH | 0.00008372 | 0.0000974393 | 0.859201 | 0.4152 |

Tabela 5.12: Ocena regresionih parametara *modela 4*

Ubacivanjem promenljive *tehnologija po glavi stanovnika* u prethodni model, statistički značajne promenljive postaju *ljudski kapital* i *broj studenata na 100 hiljada*, čiji je smer uticaja negativan i pozitivan, respektivno. Ako se *broj studenata na 100*

hiljada poveća za 1, tada će to uticati na relativno povećanje *BDP-a po glavi stanovnika* u odnosu na prethodnu godinu za $\exp^{0.0004}$. Promena *ljudskog kapitala* za 1 jedinicu u ovom modelu dovodi do relativnog smanjenja zavisne promenljive u odnosu na prethodnu godinu za $\exp^{-19.53}$. Pošto je \bar{R}^2 trećeg modela manji od \bar{R}^2 četvrtog modela ($45.7565 < 74.815$) i standardna devijacija ovog modela je manja od prethodnog ($0.0282944 < 0.048634$) dolazi se do zaključka da je ovaj model bolji, međutim treba imati u vidu da ovaj model ima manji uzorak nego *model 3*. U ovom uzorku na osnovu *VIF* vrednosti nema prisustva multikolinearnosti između promenljivih (tabela 5.13). S obzirom da je P vrednost *F* testa 0.0034 manja od nivoa značajnosti 5%, nulta hipoteza o nepostojanju efekta nezavisnih promenljivih na zavisnu se odbacuje.

| | <i>VIF</i> |
|-----------------|------------|
| ΔLJK | 1.87 |
| ΔFK | 1.32 |
| $\Delta STU100$ | 1.43 |
| ΔTEH | 1.96 |

Tabela 5.13: *VIF* vrednosti *modela 4*

Model 5

Broj opservacija: 16

Nezavisne promenljive: $\Delta FK, \Delta STU100, \Delta OTV, LJK_{t-1}$

Testiranjem statističke značajnosti posmatranih koeficijenata dobijamo da su za promenljive $\Delta FK, \Delta STU100, \Delta OTV$ P-vrednosti veće od 5%, pa je jedina statistički značajna promenljiva u objašnjavanju vrednosti zavisne promenljive *lagovani ljudski kapital*, čije povećanje od 1 jedinice dovodi do relativnog smanjenja *BDP-a po glavi stanovnika* u odnosu na prethodnu godinu za $\exp^{-0.36}$. 72.19 % varijacije u uzorku je objašnjeno ovim modelom, što je manje od *modela 2* i *modela 4* sa istim brojem nezavisnih promenljivih. U tabeli 5.15 prikazan je *VIF*, gde se vidi da u podacima koje čine promenljive ovog modela ne postoji problem multikolinearnosti s obzirom da *VIF* vrednosti ne prelaze 4.5 ni kod jedne promenljive. F-vrednost iz ANOVA tabele $F(4,11) = 10.74$ i verovatnoća $P=0.0009 < 0.05$ pokazuje da nezavisne promenljive dobro predviđaju zavisnu promenljivu.

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

| Parameter | Estimate | Standard Error | T-statistic | P-value |
|-----------------|--------------|----------------|-------------|---------|
| <i>CONSTANT</i> | 1.21746 | 0.182542 | 6.6695 | 0.0000 |
| ΔFK | 0.00284343 | 0.00342185 | 0.830963 | 0.4237 |
| $\Delta STU100$ | 0.0000628416 | 0.0000807768 | 0.777966 | 0.4530 |
| ΔOTV | -0.000706584 | 0.00223107 | -0.316702 | 0.7574 |
| LJK_{t-1} | -0.359031 | 0.0595988 | -6.02413 | 0.0001 |

Tabela 5.14: Ocena regresionih parametara *modela 5*

| | VIF |
|-----------------|------|
| ΔFK | 2.02 |
| $\Delta STU100$ | 1.03 |
| ΔOTV | 2.05 |
| LJK_{t-1} | 1.11 |

Tabela 5.15: VIF vrednosti *modela 5*

5.5 Diskusija

S obzirom da je obrazovanje ključni činilac u formiranju ljudskog kapitala, promenljiva ljudski kapital je uključena u svih pet predstavljenih modela. Jedino se u *modelima 3, 4, 5* ljudski kapital pokazao kao statistički značaj za modeliranje bruto domaćeg proizvoda, pri čemu je prisutan negativan uticaj. Što je dosta neočekivan uticaj, s obzirom da se u istaživanjima prikazanim u glavi 4 ljudski kapital pokazao kao veoma značajan faktor za rast proizvodnje. U prikazanim modelima fizički kapital, meren kao procenat ukupnih investicija u bruto domaćem proizvodu nema značajan uticaj na ekonomski rast. Ovakav rezultat je verovatno posledica veoma niskih stopa investicija i nepovoljnog investicionog ambienta u državi. Od ekonomskih pokazatelja, u modelima se izdvaja bruto domaći proizvod iz prethodne godine čije povećanje ima pozitivan uticaj na njegovu trenutnu vrednost što je i očekivan smer delovanja. Iako prva dva modela najbolje objašnjavaju varijansu zavisne promenljive, oni nisu pouzdani zbog prisustva multikolinearnosti u podacima i dodatno smanjenog broja opservacija zbog kratkog vremenskog intervala koji obuhvataju podaci o broju odobrenih patenata rezidentima i nerezidentima. Problem prilikom ocenjivanja parametara prikazanih modela se javlja usled kratkog vremenskog perioda koji podaci obuhvataju (od 13 do 16 godina), što u velikoj meri onemogućuje analizu pa je samim tim nemoguće dobiti pouzdani model

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

za zaključivanje i predikciju ekonomskog rasta Republike Srbije.

Posmatrajući matricu korelacija promenljivih, zanimljivo je da bruto domaći proizvod najveću povezanost ima sa demografskim pokazateljem - stopom urbanizacije. Ako napravimo regresioni model koji uključuje samo ovaj indikator, dobijamo ocenjenu jednačinu: $\Delta \ln BDP = 0.1289 + 0.2353SU$ u kome stopa urbanizacije objašnjava čak 60.91% varijanse bruto domaćeg proizvoda po glavi stanovnika i ima koeficijenat koji je statistički različit od nule. Dok u modelu koji uključuje samo ljudski kapital kao nezavisnu promenljivu, objašnjeno je 42.95% varijanse zavisne promenljive. Ovo ukazuje da je posmatrani demografski pokazatelj najbolji pojedinačni prediktor zavisne promenljive, što intuitivno ne bi trebalo da važi, jer obrazovanje povećava inovacije u ekonomiji, tehnologiji, proizvodnji i procesima koji predstavljaju ključne faktore u povećanju ekonomskog rasta.

Zaključak

Postoje brojna istraživanja koja se bave analizom faktora ekonomskog rasta i koriste različita metodološka i konceptualna stanovišta, kao i različite ekonometrijske metode počevši od raznih metoda u okviru analize vremenskih serija do panel analiza. Ideja ovog rada je da se uključivanjem obrazovanja kao faktora ekonomskog rasta, ispita njegov uticaj i poboljša učinkovitost predikcije rasta za Republiku Srbiju. Motivacija za pronalazak odgovarajućeg modela se nalazi u publikovanim radovima [18], [27], [36], koji u svojoj analizi koriste Cobb-Douglasovu proizvodnu funkciju i ukazuju na veliki značaj obrazovanja kao faktora. U cilju formiranja matematičkog modela, pored niza obrazovnih komponenti, modeli uključuju i ekonomske pokazatelje i demografske pokazatelje. Treba uzeti u obzir da se svi faktori razvoja i rasta u određenoj meri dopunjaju, što znači da nedovoljnost jednog od faktora utiče na slabljenje efekata drugih. U tri od pet predstavljenih modela, ljudski kapital ima statistički značajan uticaj na BDP po glavi stanovnika, ali je njegov uticaj negativan što je dosta neočekivan rezultat. Takođe sprovedena analiza ukazuje da je najbolji pojedinačni prediktor stopa urbanizacije. Ograničenje u pronalasku adekvatnog modela je kratak vremenski period za koji su podaci dostupni, što je uticalo na to da se ni jedan od prikazanih modela nije pokazao kao pouzdan za opisivanje i predikciju ekonomskog rasta.

Srbiju karakteriše nizak nivo investicija u obrazovanje. U Srbiji se 2016. godine izdvojilo svega 8.7% bruto domaćeg proizvoda za obrazovanje, što je mnogo manje nego u razvijenim državama čiji se napredak zasniva na znanju i obrazovanju. Da bi se u budućnosti pospešio ekonomski rast, u Srbiji bi se za obrazovanje trebalo izdvajati više novčanih sredstava kako bi se poboljšao kvalitet ljudskog kapitala, što utiče na uspešnije korištenje savremene tehnologije, novčanog kapitala i prirodnih resursa države. Takođe Srbija se suočava se velikom preprekom za ekonomski rast, zbog ne-povoljne obrazovne strukture stanovništva, koja ukazuje da 11% ukupnog stanovništva ima nedovršenu ili završenu samo osnovnu školu, dok više od polovine stanovništva u starosnoj dobi od 30 do 34 godine ima najviše završenu srednju školu.

U daljim pristupima analizi obrazovanja kao faktora u ekonomskim modelima rasta potrebno je prevazići problem malog broja podataka, kako bi se obuhvatio što duži vremenski period i samim tim omogućila podobnija i detaljnija analiza. Kada je u pitanju pristup merenja ljudskog kapitala, u radu su prikazane različite metode koje se

GLAVA 5. METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA I REZULTATI

koriste, pa bi se u budućnosti moglo sprovesti istraživanje za Srbiju koje uključuje stope upisa u školu, merenje dužine vremena koje ljudi provedu u školi, stope pismenosti i druge, da bi se na što bolji način obuhvatio efekat obrazovanja.

Bibliografija

- [1] N. Kulić: Obrazovanje u kontekstu ekonomskog rasta i razvoja - primer Irske, BIBLID: 0354-5415, 14, 2007, 43 - 60
- [2] F. Avvisati, A. Echazarra, P. Givord, M. Schwabe: Serbia - Country Note - PISA 2018 Results, Secretary-General of the OECD, 2019, 10 str.
- [3] Jasmina Kronja, et al.: Vodič kroz strategiju Evropa 2020, Evropski pokret u Srbiji, Beograd, 2011, 146 str.
- [4] Gary R. Evans: ECONOMIC MODELS, 1997
<https://www.palmislandtraders.com/econ53/chap1.pdf>, sajtu pristupljeno 25.02.2020. godine
- [5] Suttinee Kaewsuwan: Importance of Models in Economics, 2002
- [6] Damodar N. Gujarati: Basic econometrics, Tata McGraw Hill, New Delhi, 2004
- [7] Zlatko J. Kovačić: Analiza vremenskih serija, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 1995
- [8] A. Ada, H. Acaroglu: Human Capital and Economic Growth: A Panel Data Analysis with Health and Education for MENA Region, Advances in Management Applied Economics, 4, 2014, 59-71
- [9] Slobodan Cvetanović, Danijela Despotović: Znanje kao komponenta ljudskog kapitala u modelima ekonomskog rasta, Škola biznisa, 2014, 1-17
- [10] Brian Keeley: OECD Insight Human Capital: How what you know shapes your life, OECD, 2007

BIBLIOGRAFIJA

- [11] Mario Bogdanović: Prilog teoriji ljudskoga kapitala: koja svojstva radne snage treba smatrati bitnim sastavnicama ljudskoga kapitala?, EKONOMIJA, 15, 2008, 45-81
 - [12] S. Alatas, M.Cakir: The Effect of Human Capital on Economic Growth: a Panel Data Analysis, Journal of Administrative Sciences, 14, 2016, 539-555
 - [13] Biljana J. Gavrilović, Biljana Radivojević: Obrazovanje stanovništva za budućnost i budućnost obrazovanja, STANOVNIŠTVO, 2017, 63-85
 - [14] World Development Report 2019: The Changing Nature of Work, 2019, The International Bank for Reconstruction and Development / The World Bank
 - [15] Les Oxley, Trinh Le, John Gibson: Measuring human capital: alternative methods and international evidence, Korean Economic Review, 24(2), 2008, 283-344
 - [16] Barro, Robert i Jong-Wha Lee: A New Data Set of Education Attainment in the World 1950-2010, Journal of Development Economics, 104, 2013, 184-198
 - [17] T. Agasisti, P. Zoido: The efficiency of schools in developing countries, analysed through PISA 2012 data, Socio-Economic Planning Sciences, 68, 2019, 100711
 - [18] Balint Lenkei,Ghulam Mustafa, Michela Vecchi: Growth in emerging economies: Is there a role for education?, Economic Modeling 73, 2018, 240-253
 - [19] Cuong Tat Do: Investment and Agricultural Development in Developing Countries: The Case of Vietnam, Xlibris Corporation, 2015
 - [20] John W. Kendrick: The formation and stocks of total capital, National Bureau of Economic Research, 100, 1976
 - [21] Catalin Angelo Ioan, Gina Ioan: The Complete Theory of Cobb-Douglas Production Function, Acta Universitatis Danubius, 2015, 74-114
 - [22] M. Petrinović: Primjene diferencijalnog i integralnog računa u ekonomiji, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, 2019
 - [23] Bao Hong, Tan: Cobb-Douglas Production Function, 2008
 - [24] Radmila Jovanović: Tri stanovišta po pitanju epistemološkog statusa geometrije, THEORIA 4, 2012, 21-38
-

BIBLIOGRAFIJA

- [25] Gabriel Eduard Vilcu: A geometric perspective on the generalized Cobb-Douglas production functions, *Applied Mathematics Letters* 24, 2011, 777-783
- [26] William. H. Green: *Econometric analysis*, fifth edition, Prentice Hall, 2002
- [27] T. Lin: Education, technical progress, and economic growth: The case of Taiwan, *Economics of Education Review*, 22, 2003, 213-220
- [28] M. Armer, C. Liu: Education's effect on economic growth in Taiwan, *Comparative Education Review*, 37(3) 304-321
- [29] L. Lau, D. Jamison, S. Liu, S. Rivkin: Education and economic growth: Some cross-sectional evidence from Brazil, *Journal of Development Economics*, 41, 45-70
- [30] R. Willis: Wage determinants: A survey and reinterpretation of human capital earnings function. *Handbook of Labor Economics* 1A, North-Holland, Amsterdam
- [31] Jeffrey M. Wooldridge: *Introductory Econometrics*, South-Western College Pub; 2 edition, 2002
- [32] Jeff B. Cromwell, Michael J. Hannan, Walter C. Labys, Michel Terraza: Multivariate tests for time series models, *SAGE publications*, 1994
- [33] R. Solow: A contribution to the theory of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, 70, 1956, 65-94
- [34] U. Sunde, T. Vischer: Human capital and growth: specification matters, *Economica*, 82, 2015, 368-390
- [35] OECD: *Compulsory Schooling in a Changing World*, OECD, 1983
- [36] F. Murtin, M. Viarengo: The Expansion and Convergence of Compulsory Schooling in Western Europe, 1950-2000, *Economica*, 78, 2011, 501-522
- [37] M. Skidmore, D. Merriman: Convergence in government spending: theory and crosscountry evidence, *Kyklos*, 57, 2004, 587-620
- [38] Christopher F. Baum: *An Introduction to Modern Econometrics Using Stata*, Stata Press, 2006

BIBLIOGRAFIJA

- [39] D. Corbae, Steven N. Durlauf, Bruce E. Hansen: *Econometric Theory and Practice*, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2006
- [40] D. Milićević: POKAZATELJI RASTA GDP SRBIJE, Makroekonomija
<https://www.makroekonomija.org/0-dragovan-milicevic/pokazatelji-rasta-gdp-srbije-realni-versus-nominalni/>, sajtu pristupljeno 19.03.2020. godine
- [41] Zakon o porezu na dohodak građana
<http://poreznadodohodak.rs/zakon-o-porezu-na-dohodak-gradjana/>, sajtu pristupljeno 28.03.2020. godine
- [42] UNICEF: The State of the World's Children 2012: Children in an Urban World, UNICEF, 2012
- [43] Social indicators, United Nations Statistics Division
<https://unstats.un.org/unsd/demographic/products/socind/illiteracy.htm>, sajtu pristupljeno 28.03.2020. godine

Kratka biografija



Nevena Simendić je rođena 17. septembra 1994. godine u Somboru. U svom rodnom gradu završila je Osnovnu školu „Nikola Vukićević“ 2009. godine kao odličan učenik. Potom upisuje Srednju ekonomsku školu u Somboru, smer - finansijski administrator koju završava 2013. godine sa odličnim uspehom. Studije Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu, smer Primijenjena matematika, modul matematika finansija, upisuje odmah posle srednje škole i uspešno ih završava 2017. godine. Iste godine nastavila je master studije na Departmanu za matematiku i informatiku. Zaključno sa junskim ispitnim rokom 2019. godine položila je sve ispite predviđene planom i programom. Tokom master studija polagala je predmete potrebne za rad u školi i od septembra 2019. godine zaposlena je u Gimnaziji „Veljko Petrović“ u Somboru.

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada: Master rad

VR

Autor: Nevena Simendić

AU

Mentor: Prof. dr Zorana Lužanin

MN

Naslov rada: Obrazovanje kao faktor u ekonomskim modelima rasta - primena familije Cobb-Douglasovih funkcija

NR

Jezik publikacije: Srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda: srpski/engleski

JI

Zemlja publikovanja: Republika Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2020

GO

Izdavač: Autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: Novi Sad, Departman za matematiku i informatiku, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovića 4

MA

Fizički opis rada: 5 poglavlja, 74 stranica, 43 referenca, 17 slika, 15 tabela

FO

Naučna oblast: Primjenjena matematika

NO

Naučna disciplina: Statistička analiza

ND

Predmetna odrednica/Ključne reči: Obrazovanje, statistika, ekonomski modeli, Cobb-Douglasova proizvodna funkcija

PO

UDK

Čuva se: Biblioteka Departmana za matematiku i informatiku Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Novom Sadu

ČU

Važna napomena:

VN

Izvod: Cilj master rada je da se analizira uticaj različitih faktora na ekonomski rast države, stavljajući najveći naglasak na uticaj obrazovanja. Najpre su predstavljene neke od definicija ljudskog kapitala, njegov značaj i načini merenja koji obuhvataju pristup zasnovan na obrazovanju, troškovima i prihodima. Potom je predstavljena teorijska pozadina rada, odnosno Cobb-Douglasova proizvodna funkcija, istorijat njenog nastanka i osobine. Predstavljeni su već postojeći matematički i ekonometrijski modeli koji pokušavaju da objasne uticaj raznih ekonomskih, demografskih i obrazovnih pokazatelja na rast. Potom je izvršena analiza dostupnosti podataka za Republiku Srbiju koji su neophodni za planiranu analizu. U svrhu predikcije rasta predloženo je pet modela, kao i analiza u kojoj meri su primenljivi na modeliranje ekonomskog rasta u Srbiji.

IZ

Datum prihvatanja teme od strane NN veća:

DP

Datum odbrane:

DO

Članovi komisije:

KO

Predsednik: dr Andreja Tepavčević, redovni profesor

Mentor: dr Zorana Lužanin, redovni profesor

Član: dr Goran Radojev, docent

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS
KEY WORD DOCUMENTATION

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: Monograph type

DT

Type of record: Printed text

TR

Content Code: Master's thesis

CC

Author: Nevena Simendić

AU

Mentor: Zorana Lužanin PhD

MN

Title: Education as a factor in models of economic growth – the application of the Cobb-Douglas production function

TI

Language of text: Serbian (latin)

LT

Language of abstract: Serbian / English

LA

Country of publication: Republic of Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2020

PY

Publisher: Author's reprint

PU

Publication place: Novi Sad, Department of Mathematics and Informatics, Faculty od Science and Mathematics, University of Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4

PP

BIBLIOGRAFIJA

Physical description: 5 chapters, 74 pages, 43 references, 17 pictures, 15 tables

PD

Scientific field: Applied mathematics

SF

Scientific Discipline: Statistical analysis

SD

Education, statistics, economics models, Cobb-Douglas production function

SKW

UC

Holding data: The Library of the Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Science and Mathematics, University of Novi Sad

HD

Note:

N

Abstract: The aim of this master's thesis is to analyze the impact of various factors on the economic growth of the country, placing the greatest emphasis on the impact of education. First, some of the definitions of human capital, its significance and methods of measurement are presented, which include an approach based on education, costs and revenues. Then, the theoretical background of the work is presented, that is, the Cobb-Douglas production function, the history of its origin and properties. Existing mathematical and econometric models are presented that try to explain the influence of various economic, demographic and educational indicators on growth. Then, the analysis of the availability of data for the Republic of Serbia, which are necessary for the planned analysis, was performed. For the purpose of growth prediction, five models have been proposed, as well as an analysis of the extent to which they are applicable to modeling economic growth in Serbia.

AB

Accepted by the Scientific Board on:

ASB

Defended:

DE

Thesis defend board:

DB

President: Prof. Andreja Tepavčević, PhD

Mentor: Prof. Zorana Lužanin, PhD

Member: Prof. Goran Radojev, PhD